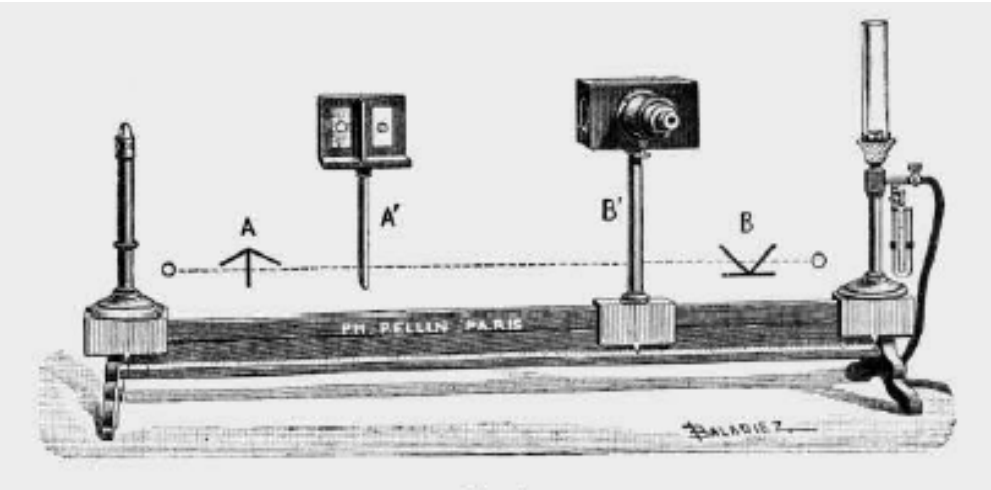
La focométrie,

pour les nuls !

Première partie : théorie.

par Charles Rydel, Société Astronomique de France.

http://www.astrosurf.com/astroptics



Banc optique Pellin (XIXe siècle). Ici pour mesures photométriques selon Busen.

1. Mesurer vos lentilles !

Les amateurs ont toujours chez eux un stock de lentilles qu'ils ont accumulées depuis la nuit des temps. Mais voilà, quelle est leurs focales ? Nous allons présenter ici des méthodes simples qui associées à un outil peu coûteux, permettra de mesurer ce paramètre aussi bien pour les lentilles positives que négatives comme les Barlow. Présentons d'abord les méthodes.

2. Méthode d'auto collimation.

On dispose d'une source lumineuse A, située sur l'axe F disposée au foyer de la lentille positive. Dans ces conditions, les rayons issus de la lentille sont tous (à peu près) parallèles. Ils viennent se réfléchir sur le miroir et repassent dans la lentille, puis convergent alors pour former en A' l'image inversée de la source A.

Comment être sûr alors que la lentille est au foyer ? Et bien cela sera le cas quand l'image de la source A sera nette en A'. Il suffit pour cela de déplacer la lentille par rapport à la source A, le miroir pouvant indifféremment se déplacer avec la lentille où être mis à quelque distance de celle-ci et rester fixe. La distance entre la source objet et la lentille constitue sa focale.

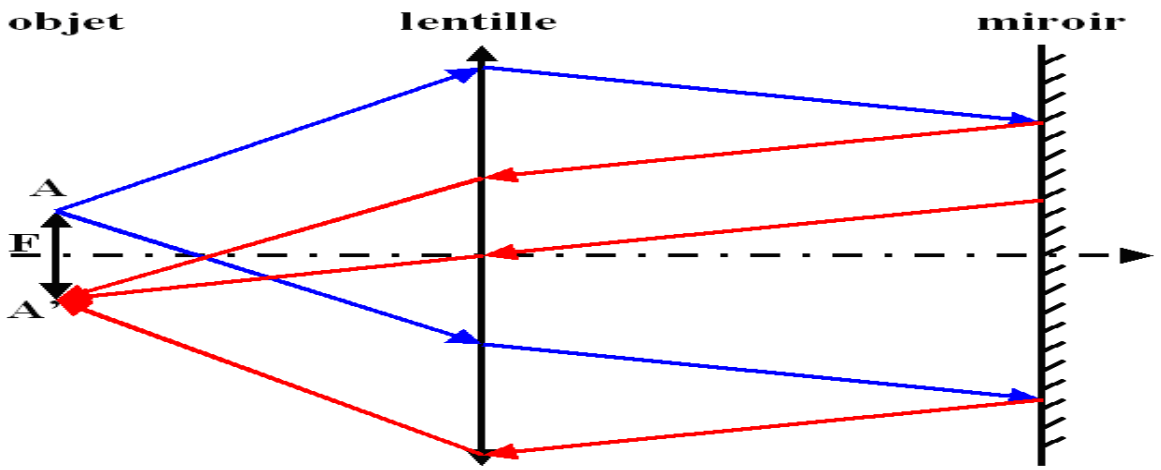


Figure 1. Méthode de mesure par auto collimation.

Mais si ceci est vrai pour une lentille plane convexe, cela sera inexacte pour une lentille épaisse. Dans ce cas, en ajoutant la moitié de l'épaisseur on sera proche du résultat. Cette distance arrière étant généralement grande par rapport à l'épaisseur, l'erreur commise sera toujours faible et souvent inférieure à celle issue de l'appréciation de la netteté de la mise au point.

3. Méthode de Bessel.

La méthode de Bessel (1784-1846), est intéressante quand la focale est environ cinq fois plus court que la longueur du banc optique. Elle est aussi plus précise que la méthode par auto collimation. En revanche, elle demandera un petit calcul pour obtenir le résultat recherché, en plus de mesures.

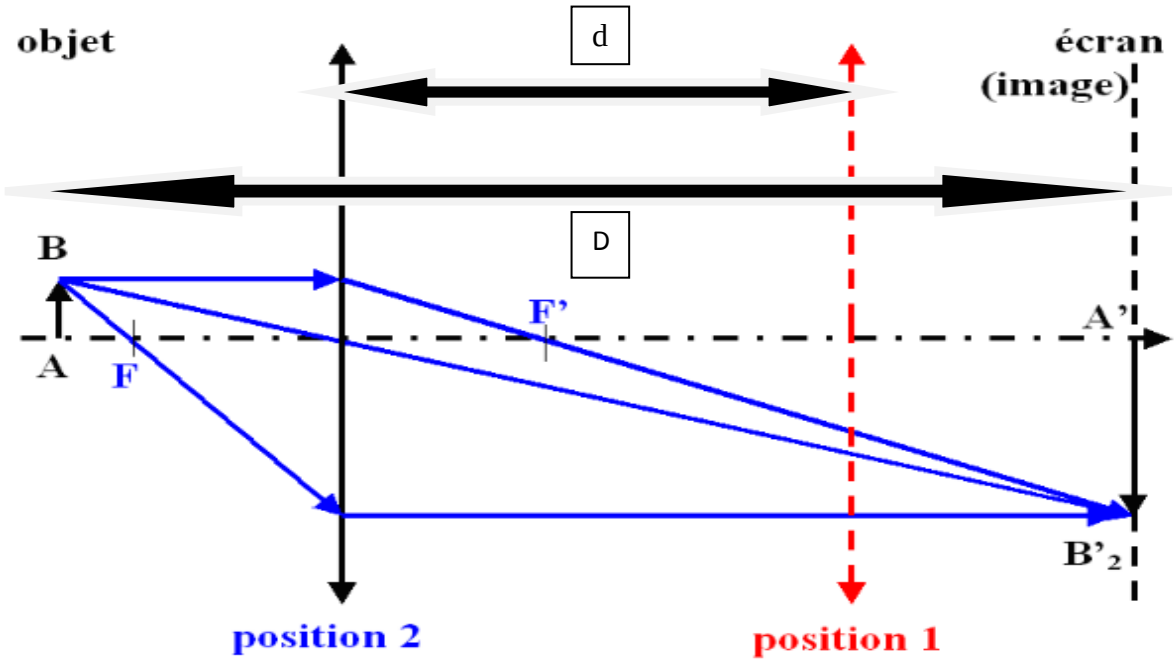


Figure 2. Méthode des deux positions de Bessel.

On dispose la source et l'écran aux deux extrémités du banc optique, si l'on n'a pas une idée approximative de la focale de la lentille. Si néanmoins c'est le cas, on prendra pour distance D entre l'objet et l'écran une distance égale à environ cinq fois la focale, en tout état de cause plus grandes que quatre fois. On mesurera soigneusement la distance « D ». En déplaçant la lentille sur le banc, on trouvera deux points pour lesquels l'image sur l'écran sera nette. On mesurera soigneusement la différence « d » entre les deux mesures. La focale est donnée alors par l'expression (1) suivante :

$$F_{oc} = \frac{D^2 - d^2}{4.D} \; ; \qquad (1)$$

On comprend intuitivement que la précision est la meilleure quand la distance D est divisées en trois parties égales. On démontre que cela sera le cas quand la distance « D » est égale à 4,5 fois la focale de la lentille. Lorsque l'on aura une bonne idée de F, il sera alors possible de se mettre dans cette condition en sorte obtenir la précision ultime. En pratique néanmoins, si la mise au point quand la lentille est du côté de la source, est aisée, ce n'est plus le cas quand la lentille est de l'autre côté car l'image alors et très petite et le minimum difficile à percevoir. Il peut donc être recommandé, dans le cas des faibles focales, de choisir plutôt une distance de 4,2x F afin d'égaliser la taille de la source projetée sur l'écran. Autre avantage de la méthode, on peut ainsi mesurer la focale d'une lentille épaisse ou d'un objectif photographique.

La **méthode de Silbermann**[1] est un cas particulier de la méthode de Bessel. On cherche, par tâtonnements, la position de l'écran et de la lentille tel que d=0. La focale est alors égale à D/4.

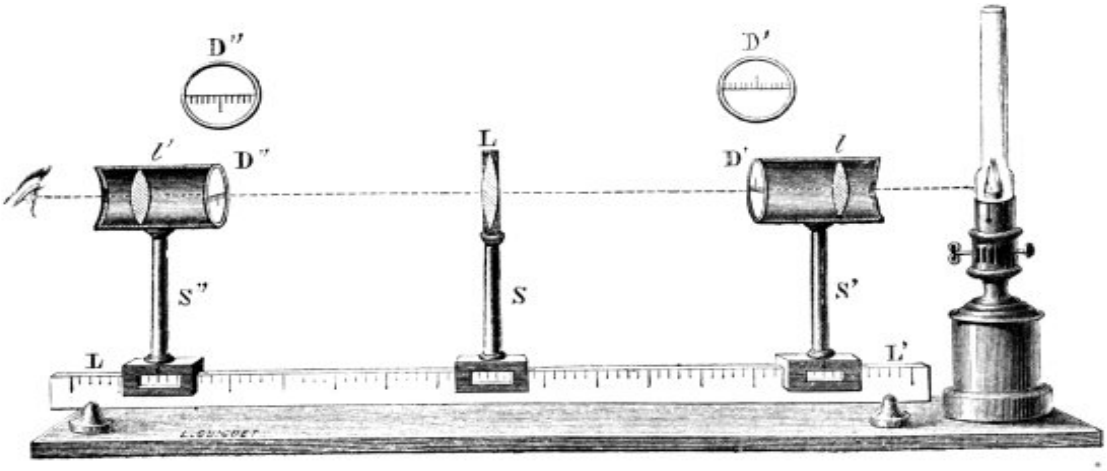


Figure 3. Dans la méthode de Silbermann, on table sur la détection de l'égalité des distances D'L & D"L.

[1] Johann-Theobald Silbermann (1806-1865) travailla avec Pouillet et fut préparateur à la faculté des sciences, avant de devenir conservateur des collections du Conservatoire des Arts & Métiers en 1848. On lui doit un focomètre, un pyromètre, un héliostat et d'autres instruments encore.

En conclusion, on réservera la méthode par auto collimation aux lentilles de longues focales et la méthode de Bessel aux focales courtes. Notons que la mesure de « d » et « D » sont à la fois simples à réaliser dans cette dernière méthode et comme « d » est plus long que la focale, ceci améliore la précision. En pratique, la méthode de Silbermann ne présente pas grand intérêt pour l'amateur, relativement aux deux autres méthodes précédentes.

4. La mesure des lentilles négatives par la méthode de Badal.

Cette méthode est bien pratique pour mesurer la focale d'une Barlow ou de la lentille négative d'un doublet. Elle consiste à mesurer le déplacement du plan focale d'une lentille positive quand, sur le trajet de la source de rayons parallèles, on vient introduire la lentille divergente. La lentille 1 peut avoir une focale quelconque, compatible avec la longueur du banc, elle n'a pas besoin d'être identique à la lentille 2. La lentille 1, qui peut aussi être un objectif photographique, est située au foyer, en sorte de générer des rayons parallèles ou si l'on préfère des rayons issus d'une source située à l'infini. Une manière pratique de s'assurer qu'elle est bien au foyer consiste à utiliser la méthode par auto collimation décrite plus haut.

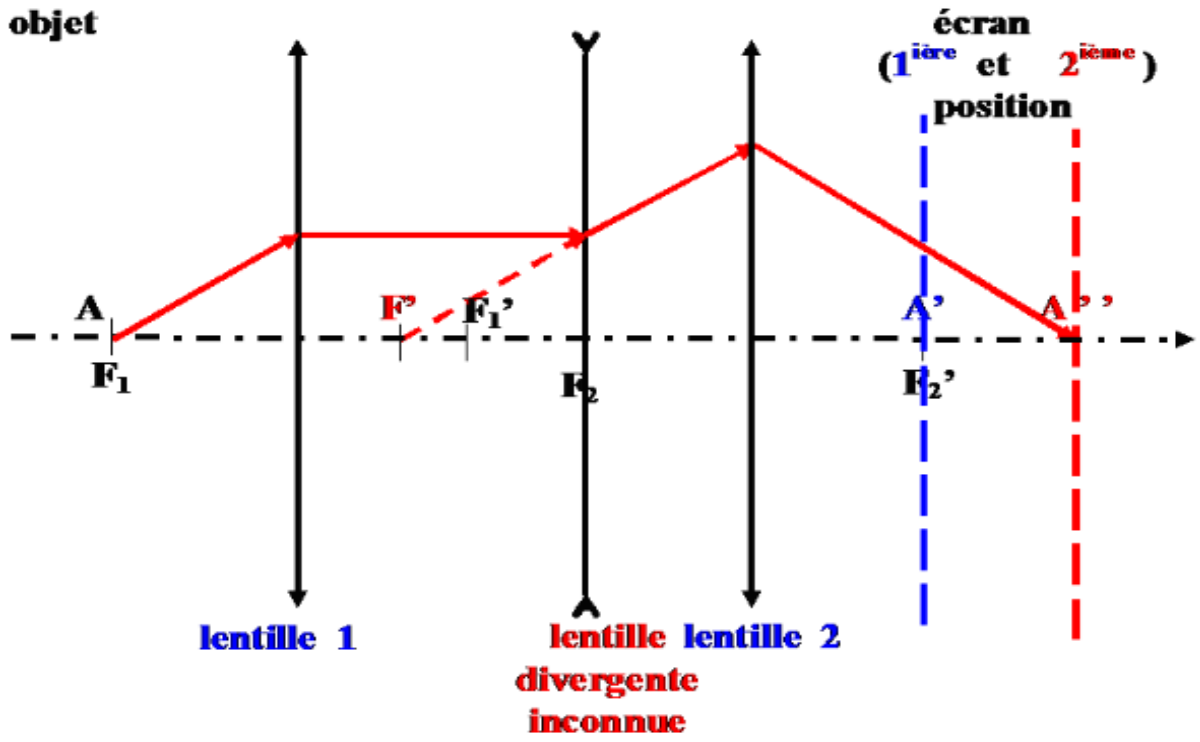


Figure 4. La méthode de Badal pour la mesure des lentilles divergentes.

La lentille 1 peut avoir une distance focale quelconque compatible avec la longueur du banc. Elle peut aussi être un objectif photographique situé au foyer, en sorte de générer des rayons parallèles ou si l'on préfère des rayons issus d'une source située à l'infini. Elle n'a pas besoin d'être identique à la lentille 2. Une manière pratique de s'assurer qu'elle est bien au foyer consiste à utiliser la méthode par auto collimation décrite plus haut.

On fait d'abord une première mesure avec la lentille 2 de focale F_{L2} mais sans la lentille divergente. On note une première position A' sur l'axe optique, foyer de la lentille 2. On introduit ensuite la lentille inconnue. On note alors la position d'un second foyer qui est située en arrière, en A''. À partir de la différence « d » entre les deux foyers, A' et A'', on déduit la focale de la lentille divergente par l'expression (3) :

$$F_{oc} = -\frac{(F_{L2})^2}{d} \text{ ; (3)}$$

Il faut que la focale de la lentille positive 2 soit plus courte en valeur absolue que celle de la lentille divergente. C'est le cas dans un achromat. Si elles sont égales, le faisceau sera parallèle, si elle est plus longue, alors le faisceau sera divergent. Dans ces deux cas, la mesure sera impossible. On gagnera à utiliser une source grossièrement monochromatique, telle une diode LED jaune à 590nm. On remarquera que la focale F_{L2} de la lentille convergente est ici au carré, 1% d'erreur sur celle-ci entraînera 2% d'erreur sur le résultat. Il est donc utile d'avoir la valeur la plus précise possible, si possible mesurée par la méthode de Bessel.

5. Caractérisation de l'indice du verre.

Si l'on mesure les rayons de courbures de la lentille à l'aide d'un sphéromètre, on sera en mesure d'en déduire l'indice du verre utilisé si l'on fait le choix d'une longueur d'onde connue et standard, par exemple la LED déjà citée. La mesure des rayons de courbures au sphéromètre est donnée par l'expression suivante :

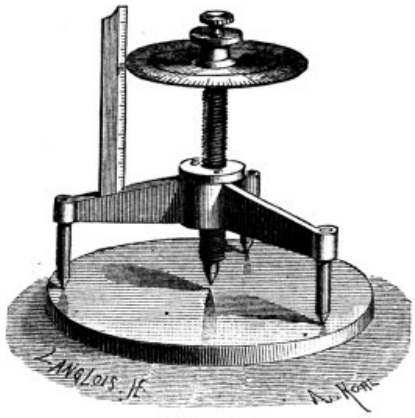


Figure 5. Un sphéromètre Pellin du XIXe siècle. Sa résolution était déjà de 1µm.

$$R = \frac{r^2+e^2}{2.e} \text{ ;} \qquad (2)$$

Dans laquelle R est le rayon de courbure recherché, r est le rayon du sphéromètre et e, la valeur de la flèche mesurée par celui-ci. Si on néglige l'épaisseur, l'indice de la lentille est donné par l'expression suivante où F est la focale mesurée à cette longueur d'onde, R1et R2 sont les deux rayons de courbures d'une lentille biconvexe, le second étant négatif :

$$n_D = \frac{1}{\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)F} + 1 \text{ ; (3)}$$

6. Mesure des achromats.

Maintenant que nous savons mesurer les deux sortes de lentilles convergentes et divergentes, nous voilà prêt à caractériser un achromat, en d'autres termes déterminer, les deux types de verres qui le composent. Il suffit, connaissant la focale de l'achromat, de mesurer sa lentille positive par une des deux méthodes, auto collimation ou Bessel de préférence. Puis on déduit la valeur de la lentille négative par l'expression page suivante.

$$\frac{1}{F_{div}} = \frac{1}{F_{conv}} - \frac{1}{F_{oc}} \; ; \; (4)$$

Résultat qu'il est évidemment possible de conforter par la méthode de Badal. Il est ensuite nécessaire de déterminer l'indice à partir des courbures et de cette focale afin d'avoir une idée de l'indice N_D ou N_d qui sont très proches. Armé de ces deux valeurs d'indice, il est possible de se reporter à une charte donnant n_D=f(V) figure 4, pour les verres Schott.

Le nombre d'Abbé V ou *constringeance*, est donné par l'expression (5). Il caractérise la dispersion d'un verre pour deux longueurs d'onde n_F (Hydrogène, 486nm, bleu) et n_C (Hydrogène, 656 nm, rouge) situées de part et d'autre d'une longueur d'onde centrale n_D (sodium, jaune) située à 589,3 nm. On utilise quelquefois la raie « d » du mercure, très proches de « D ».

$$\left[(V_D) = {}^{n_D - 1}/_{(n_F - n_C)}\right] \; ; \; (5)$$

Supposons que pour la lentille positive de notre achromat nous ayons trouvé un indice n_D de 1,52 ou 1,53, il peut s'agir d'un verre BK7, K5 ou KF9. Le plus classique sera BK7 avec VD=64 pour un verre récent et plutôt K5 avec VD=59 pour un verre ancien. Supposons que pour la lentille négative, l'on ait trouvé ND=1,66, là encore de nombreux verres sont possibles il est probable que ce sera un verre F2 ou F4, les autres ne convenant pas en termes d'achromatisme. Il s'agit d'une charte « rationalisée », où de nombreux verres anciens ont été supprimés.

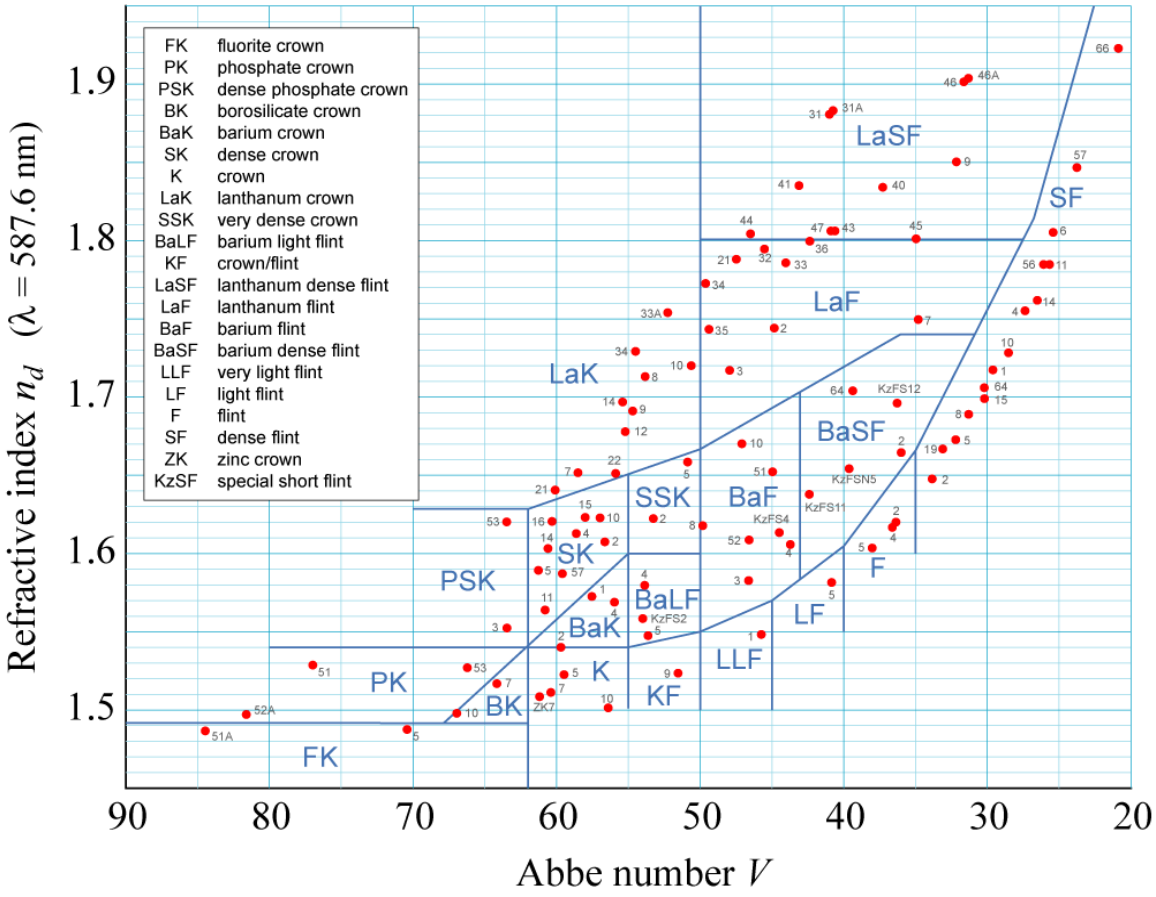


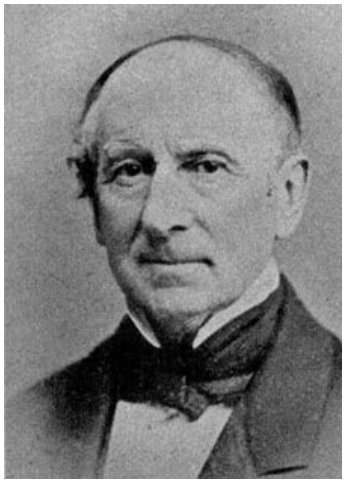
Figure 6. Charte n_d = f(V) pour les verres de la société Schott.

Si l'on test un achromat de jumelle, il est probable que le choix sera plus délicat car les verres doivent être choisis afin de compenser en outre la coma avec un collage des faces n° 2&3 et d'autres types de verres seront utilisés. On vérifiera la condition d'achromatisme selon l'expression (6) :

Ernst Abbe (1840-1905)

$$F_1 * V_1 + F_2 * V_2 = 0 \text{ ; (6)}$$

La connaissance de F1,F2 et VI nous donnera V2. Il sera alors possible de rentrer ces valeurs de type de verre et de rayons de courbures dans un logiciel de simulation optique comme OsloEdu afin d'avoir une idée des performances de l'optique en question.



Le baron Cauchy (1789-1857)

Il est possible d'avoir une autre approche plus précise et sans tâtonnements pour calculer V_D. Elle consiste à réaliser une mesure à deux longueurs d'onde, dans le jaune et le rouge. Nous avons trouvé une LED double, chez *multicomp* type MV5437, dont les longueurs d'onde tombent à 660nm (au lieu de 656nm) dans le rouge et 590nm (au lieu de 583nm) dans le jaune, ce qui est très proche des valeurs des raies étalons. Il existe de nombreuses formules reliant la longueur d'onde et l'indice du verre. Nous allons utiliser la relation de Cauchy qui est simple tout en étant suffisamment précise :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \text{ ; (7)}$$

Si nous avons deux mesures de focale, une dans le jaune et l'autre dans le rouge, nous pouvons écrire deux équations à deux inconnues avec l'expression suivante qui tient compte de l'épaisseur, pour la focale et l'on remplace n_1 et n_2 par $n(\lambda)_2$ et $n(\lambda)_2$:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{nR_1R_2}\right],$$

et trouver ainsi les constantes A et B de la formule de Cauchy. Un moyen plus sûr serait d'avoir au moins une troisième valeur dans le bleu, voire une quatrième dans le vert, peut importe en faite les longueur d'onde, l'essentiel étant qu'elles soient connues, cela afin de calculer A et B par les moindre carrés au moyen d'un logiciel tel que MathCad. Il sera alors facile de calculer à partir de ces valeurs de n, la constringeance du verre en question.

7. Conclusions.

Les calculs permettant de caractériser les lentilles sont simples, à partir du moment que l'on en compris le principe. Reste alors à réaliser un banc optique, ce qui sera le sujet du second article. A noter que les figures 1, 2, 4 proviennent du Wiki sur la focométrie.