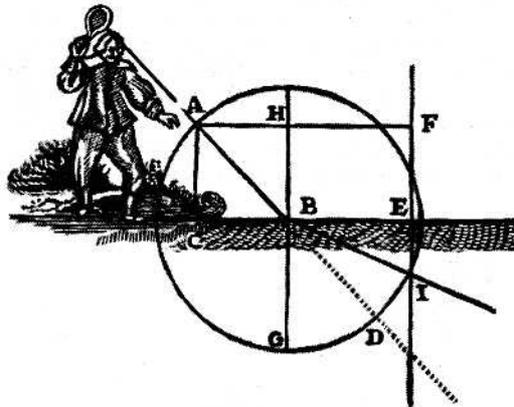


Le télescope de Descartes-Cassegrain

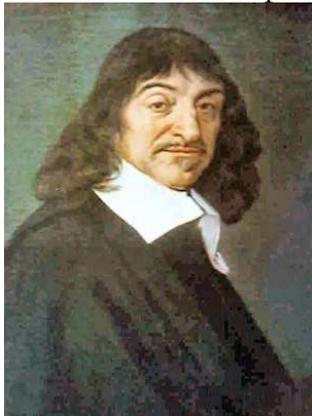
Où un nul-test facilite bien les choses!

Par Charles Rydel,
Société Astronomique de France.



La loi de la réfraction selon Descartes.

TEL QU'EN LUI MÊME, le télescope de Cassegrain classique possède deux avantages essentiels qui peuvent le faire préférer (et qui l'ont fait préférer) à d'autres par l'amateur en recherche d'un système généraliste. Le premier bien connu réside en la possibilité d'utiliser le primaire seul pour le ciel profond et surtout



le second, qui sera de disposer, moyennant divers secondaires d'autant de grossissements différents qu'il pourrait le souhaiter. Aucun autre télescope, Dall-Kirkham ou Ritchey-Chrétien par exemple, ne possède cette propriété si intéressante pour le planétaire. Comme tous les télescopes de type Cassegrain, il convient de vérifier que le secondaire présente la constante conique souhaitée. La solution semble évidemment simple pour le DK puisque le secondaire est sphérique. Si l'on dispose d'un calibre sphérique, il sera alors facile de faire une vérification aux franges avec un Fizeau comme le propose Texereau dans son ouvrage bien connu.

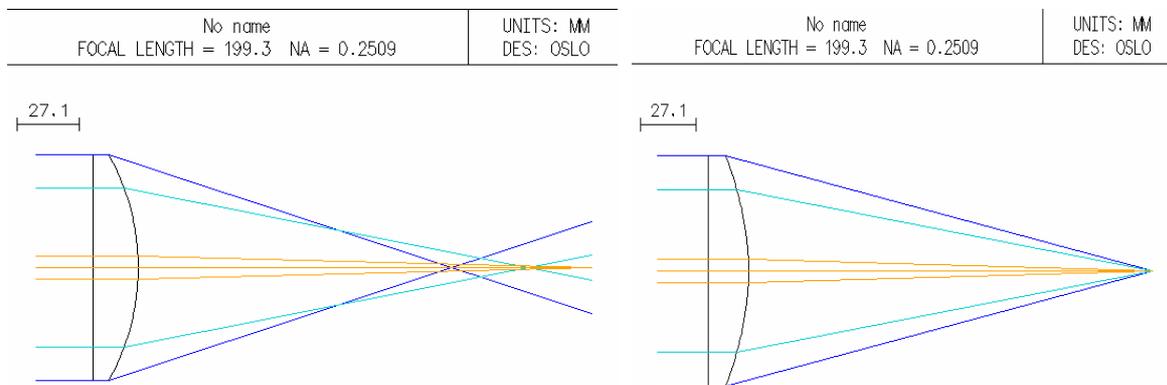
Encore convient-il de réaliser ledit calibre à la précision voulue; double travail. Dans le cas du Cassegrain classique ou du RC, cette vérification reste possible de façon identique, moyennant l'analyse des franges par un logiciel adapté, tel que décrit dans mes articles publiés dans l'Astronomie, que l'on peut trouver sur ce cite.

Dans sa *Dioptrique* -un traité relatif à l'étude de la réfraction de la lumière- Descartes introduit *les ovales* qui portent son nom et qui sont aussi baptisées *courbes aplanétiques*. On notera ici la même racine que *planète*, *astre errant*, même racine

qu'erreur. Une courbe aplanétique est donc une courbe qui est sans *errements* ou sans *erreurs*. Nous verrons que si une telle courbe sépare deux milieux d'indice différent, on peut créer un dispositif où tous les rayons incidents convergeront en un point unique. Dans cette acception primitive, *aplanétique* est aussi ici synonyme de *stigmatique*, du grecque stigma, point¹. Plus tard elle deviendra synonyme d'absence de coma.

Histoire d'Oeuf

En fait le nom d'ovale (même racine qu'œuf) est ici mal employé, l'ovale étant une courbe qui se dessine par morceaux. Il s'agit ici d'une hyperbole d'excentricité égale à n ou si l'on préfère, de constante conique $-b = n^2$. Examinons un tel dispositif sous la forme arbitraire d'une lentille plan-convexe de focale 200 mm ouverte à $F/D=2$, convexité tournée vers le foyer. Elle présente une forte aberration sphérique (à gauche). Donnons-lui maintenant une constante conique $-b$ égale au carré de l'indice du verre dont elle est constituée. On peut maintenant constater que tous les rayons convergent en un seul point (à droite). On fait ici la simulation avec une lentille en BK7 d'indice n_d 1,518 à 587 nm, d'où $-b=2,3$. On voit la similitude avec le miroir parabolique.



Lentille sphérique: aberration sphérique.

Lentille hyperbolique, $-b=2,3$.

Cette intéressante considération va ouvrir la voie à un mode de contrôle du miroir secondaire qui évitera l'utilisation d'un calibre pourvu que l'on soit en mesure de rendre réfléchissante la face plane de la lentille par un dépôt d'argenture par exemple ou un miroir disposé derrière (mais sans doute les 4% de réflexion du verre devrait suffire). La proposition de cette méthode est due à Norman². Dans ces conditions, examiné au Foucault (qui doit ici être monochromatique), elle apparaîtra avec la teinte plate caractéristique de la sphère et examiné à l'interféromètre de Bath, les franges seront droites, la lentille étant utilisée en auto collimation. Encore faut-il savoir ce que l'on peut faire avec $K=-2,3$ pour le secondaire d'un Cassegrain (ce coefficient est plus élevé dans le cas d'un RC).

Nous savons que cette constante conique est liée de façon simple au grossissement G et ne dépend pas du rayon de courbure pour le Cassegrain classique:

$$-b_2 = \left[\frac{G+1}{G-1} \right]^2 ; (1)$$

¹ <http://serge.mehl.free.fr/anx/OvalDec.html>

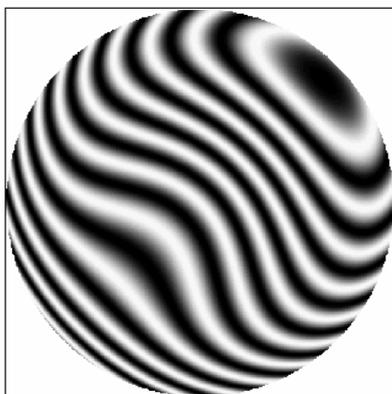
² **Burt A.Norman**, *A New Test for the Cassegrain Telescope*, S&T novembre 1957, pp.38-40

Il existe deux solutions pour $-b_2=2,3$, celle qui est satisfaisante est $G=4,87$. En d'autre terme, tout Cassegrain qui satisfait cette double condition de grossissement et de déformation, verra le contrôle de son secondaire possible *au travers du verre* qui le compose, évitant ainsi l'utilisation d'un calibre de référence, pour autant que ce verre ait la qualité d'homogénéité d'indice requise. Il est probable qu'un verre recuit est nécessaire. On peut utiliser un verre d'indice plus élevé, par exemple $n_d=1,8$ qui aboutira à un grossissement de 3,5 et un coefficient $-b_2=3,24$. Le quartz ou la silice présentent un indice de 1,458, donc $G=5,38$ avec un très faible coefficient de déformation en température.

De cela on serait tenté de déduire que pour changer de secondaire testable, il convient de changer de verre. En fait il n'en est rien, moyennant une petite astuce dont il sera question plus tard. Mais voyons déjà ce que donne un Cassegrain avec $G=4,87$. Pour cela, calculons la distance primaire secondaire et le rayon secondaire de notre combinaison sachant que nous avons une distance arrière de 200 mm, un diamètre primaire de 200mm avec un F/D de 4,1 pour le primaire. On aboutit avec le grossissement de 4,87 à un F/D= 20, ce qui est bien pour un Cassegrain.

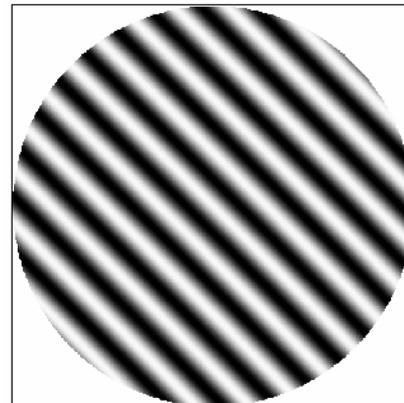
On trouve un rayon primaire de -1642 mm, un rayon de courbure secondaire de -437,5 mm, une séparation primaire secondaire de 647 mm et pour $\pm 0,3^\circ$ de champ de pleine lumière, le diamètre du secondaire sera de 50 mm, soit une obstruction de 25%. Examinons déjà ce que l'on verrait à l'interféromètre sans et avec la déformation.

SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
OBJ	0.000000	843.400000	7.360240	AIR	
AST	0.000000	0.000000	25.000000 AS	AIR	
2	437.000000	10.000000	25.000000 S	N-BK7 C	A
3	0.000000	100.000000	25.058040 S	AIR	
4	0.000000	-100.000000 P	70.000000	REFL_HATCH	
5	0.000000	-10.000000 P	26.818754 S	N-BK7 P	
6	437.000000 P	0.000000	26.876795 S	AIR	A
IMS	0.000000	-843.427581	7.493844 S		



Sans déformation, best focus.

P-V OPD
0.5964
RMS OPD
0.1778



Avec déformations, $b_2 = -2,3$.

P-V OPD
0.01241
RMS OPD
0.003584

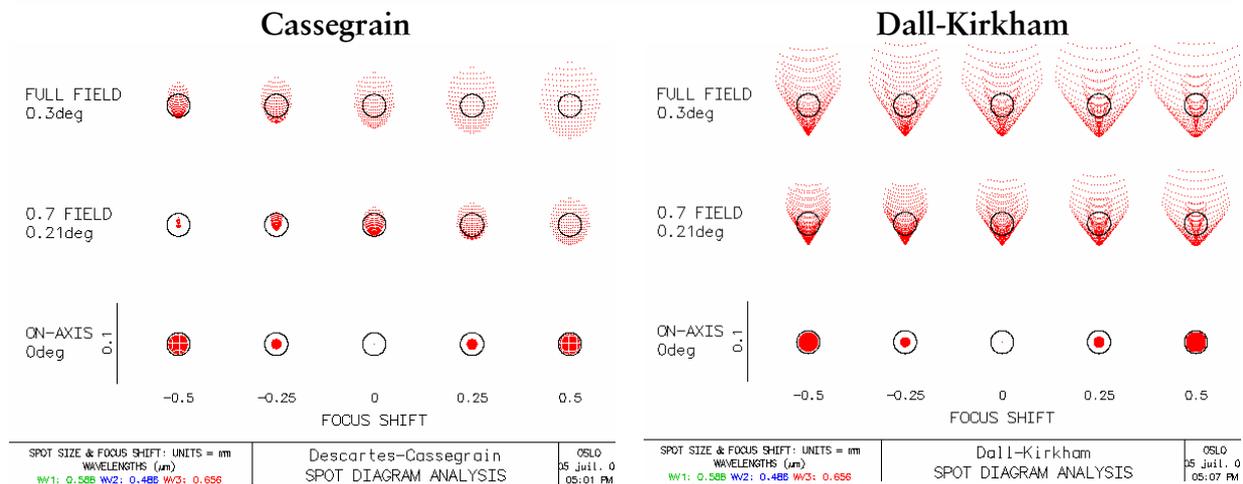
La déformation sur le verre de type bord relevé³ P/V est égale à:

$$\varepsilon = \frac{b}{32} \cdot \frac{h^4}{r^3} = \frac{2.3}{32} \cdot \frac{25^4}{437^3} = 0.336\mu ; (2)$$

Elle doit pouvoir être réalisé in situ sous interférométrie avec un outil annulaire, ce qui est très intéressant en termes de temps de développement et met ce type de Cassegrain directement en concurrence avec le Dall-Kirkham compte tenu de l'absence de calibre de référence à tester et corriger. Outre cela, le nul test fonctionne très bien puisque le résidu est négligeable.

Quelle courbure peut-on admettre sur la planéité de la face arrière du secondaire? Les simulations montrent que la flèche mesurée au sphéromètre ne devra pas excéder $\pm 20\mu$ sur 50 mm de diamètre pour $\lambda/15$ à 587 nm, ce qui est facilement atteignable, même sur un verre flotté ordinaire. Examinons maintenant ce que donnera notre Cassegrain à F/20 comparé a un Dall-Kirkham utilisant les mêmes éléments optiques.

Gen	Setup	Wavelength	Variables	Draw Off	Group	Notes
Lens: Descartes-Cassegrain						EFL 4.0133e+03
Ent beam radius	100.000000	Field angle	0.300000	Primary wavln	0.587560	
SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL	
OBJ	0.000000	1.0000e+20	5.2360e+17	AIR		
AST	0.000000	0.000000	100.000000	AS		
2	-1.6420e+03	-647.000000	100.000000	S	REFL_HATCH	A
3	-437.500000	647.000000	24.581381	S	REFL_HATCH	A
IMS	0.000000	203.541059	21.013689	S		



On le voit, le Cassegrain est utilisable sur la totalité du champ de $\pm 0.3^\circ$ en photographie, champ qui est dominé par la courbure et non par la coma et cela sur une diagonale de 24x36 mm en décalant la mise au point de -1/2 mm. Cela n'est pas du tout le cas du DK qui serait plus à l'aise avec un primaire moins ouvert et une amplification de 3.5, au prix d'une plus forte obstruction, nuisible au contraste. Si

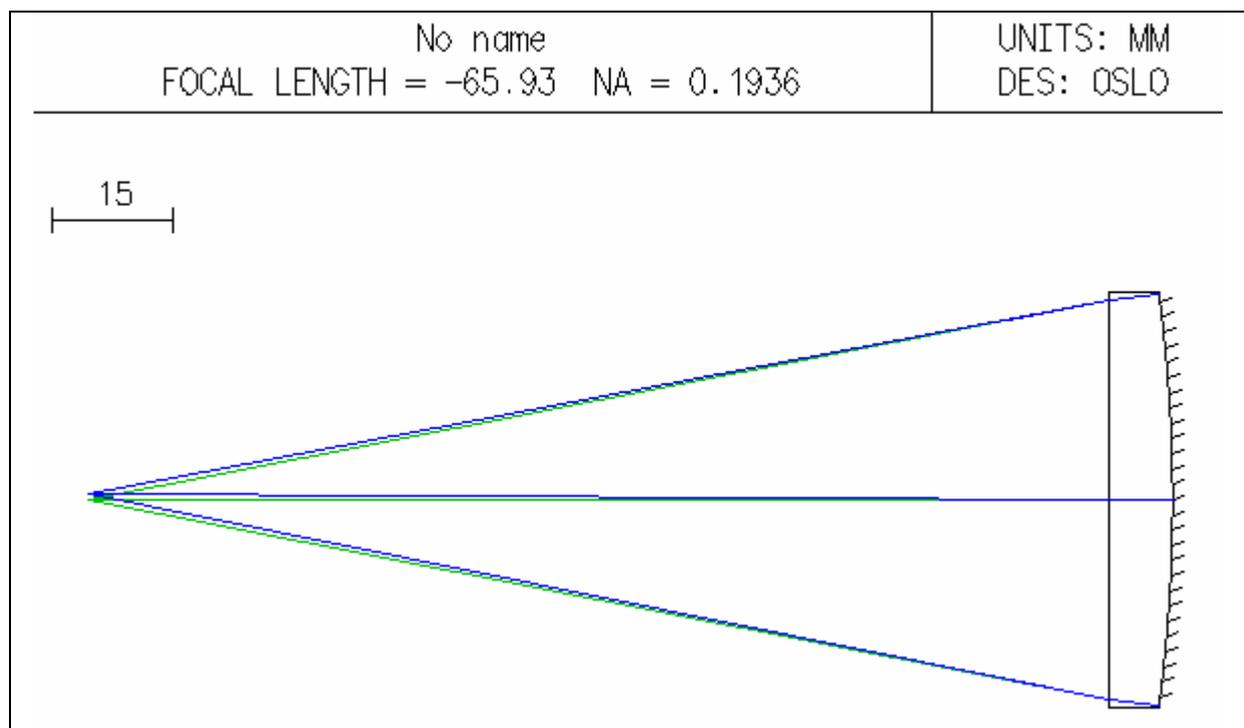
³ Texereau, CTA page 145.

nécessaire, le champ peut être rendu plan en ajoutant une lentille plan-concave au plus près du plan focal afin d'éviter le chromatisme de position.

Il n'en demeure pas moins qu'un Cassegrain dont on ne peut changer le grandissement reste sous-utilisé. Certes, un Barlow x3 permettra de faire du planétaire à F/60 dans des conditions idéales. Mais ce n'est pas cette considération qui nous posera problème mais plutôt la question inverse à savoir, quid d'un F/10 plus apte au ciel profond, voire d'un Cassegrain à champ plan où les rayons du primaire et du secondaire sont égaux au signe près? Là encore les réducteurs de champ existent. Ils introduisent diverses aberrations qui limitent le champ exploitable. Pourquoi ne pas monter le secondaire sur baïonnette afin de le rendre interchangeable par exemple? Encore faut-il pouvoir le tester de la même manière... Et si cela est possible pour un Cassegrain, ce le sera aussi pour un Ritchey-Chrétien. Il va sans dire qu'une solution existe.

Où l'on retourne le secondaire

Un esprit un peu systématique ne manquera pas de se demander quelles conditions doivent être réunies dans le cas où la réflexion, au lieu d'avoir lieu sur la face plane aurait lieu sur la surface concave, à l'intérieur du verre selon la figure ci-dessous.



Dans ce cas de figure, le coefficient de déformation à donner à la surface concave pour éliminer l'aberration sphérique longitudinale est donné simplement par:

$$-b = n^2 - 1 ; (3)$$

Dans le cas qui nous occupe, avec $n_d = 1,517$, on trouve: $-b = 1,3$. Quel grandissement correspond à une constante conique de -1,304? Là encore il y a deux solutions et celle qui est utilisable est 15,27. Avec notre primaire ouvert à F/4,1, on aura F/D = 62,6. Dans ces conditions, le rayon de courbure du secondaire sera de -134,2 mm, son diamètre de seulement 20 mm et la distance séparant les deux miroirs de 757,3 mm.

La déformation sur le verre de type bord relevé P/V est égale à :

$$\varepsilon = \frac{b}{32} \cdot \frac{h^4}{r^3} = \frac{1.3}{32} \cdot \frac{10^4}{134.2^3} = 0.168\mu$$

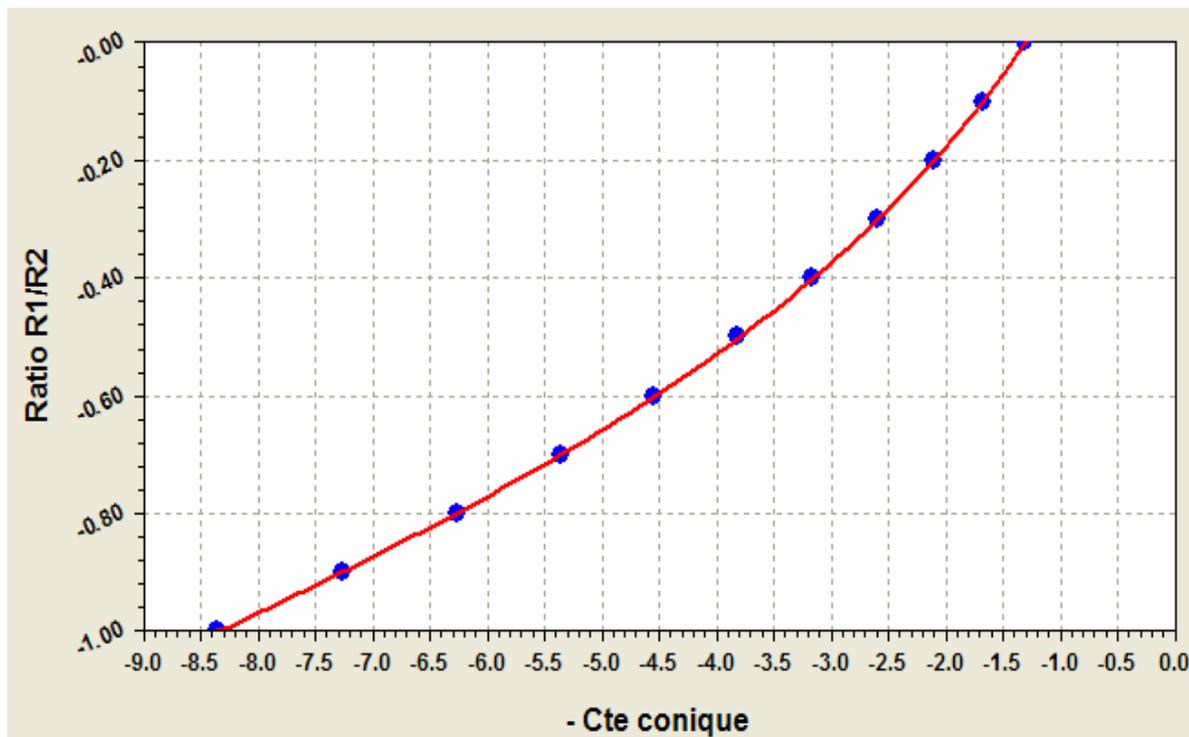
Elle est deux fois plus faible que précédemment mais sur un très faible diamètre, ici 20 mm. Hélas, le test devra se faire à 86 mm de la surface, ce qui le rend impraticable avec le Bath mais réalisable sans doute avec un Fizeau, voire même un Michelson sphérique ou un Shack, le Foucault étant à priori exclu.

Que ce passe-t-il si au lieu d'avoir une face plane on accepte de lui donner une certaine courbure ? On ajoute là de l'aberration sphérique qu'il faudra compenser par un coefficient conique plus élevé. La relation qui lie la constante conique « b » et le rapport $R_1/R_2 = m$ est donnée par l'expression suivante⁴ :

$$-b_2 = (1 - m)^2 \cdot [n^2 - 1 - (n^2 - n)m] ; (4)$$

qui est en fait une équation du troisième degré quand on développe. Pour $R_1/R_2 = m = 0$ (plan convexe), on retrouve l'expression (3) et $-b_2 = -1.304$, pour $m = -1$ (lentille bi convexe) on trouve $-b_2 = -8,36$. On a là une large gamme de CC qui doivent couvrir un large éventail de télescopes. Cela étant, on est intéressé à connaître $m = f(-b_2)$, car $-b_2$ est directement issu de (1). Plutôt que de tenter une inversion laborieuse de l'expression (4) une approximation polynomiale de $m = f(-b)$ fera tout aussi bien l'affaire. Le logiciel libre, *Curve Expert*, a été utilisé. Avec $k = -b_2$, un verre BK7 et $N_d = 587 \text{ nm}$:

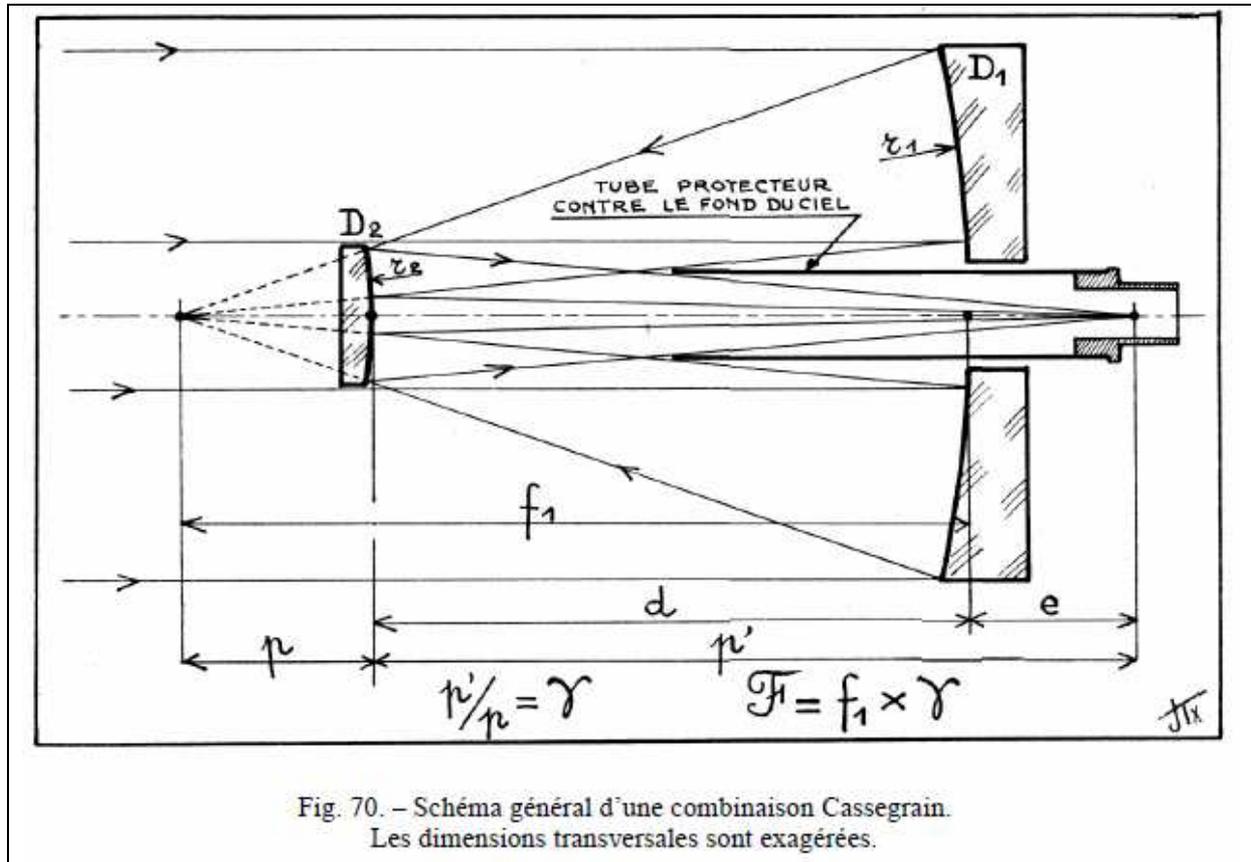
$$m = 0,31 + 0,26.k + 0,012.k^2 ; (5)$$



⁴ Robert T.Holleran, *Third Order Wavefronts and Related Null Test*, App. Opt., Vol.5, N°7, July 1966, p.1244.

Un cassegrain champ plan.

Nous avons vu que la courbure de champ était le principal défaut du Cassegrain planétaire. Intéressons-nous maintenant à un Cassegrain grand champ à champ plan. Pour cela il convient de réaliser la condition d'égalité des rayons de courbures, étant entendu évidemment que le primaire est concave et le secondaire convexe. Quelles sont la constante conique et la distance des deux miroirs qui satisfera cette condition?



Or nous savons d'après Texereau ($\gamma = G$):

$$r_2 = \frac{2 \cdot p \cdot G}{G - 1} ; (6)$$

$$p = \frac{f_1 + e}{G + 1} ; (7)$$

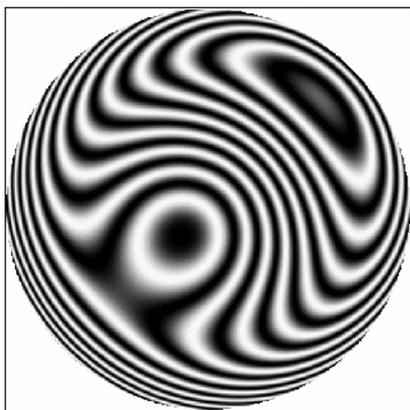
Et aussi que $r_2 = 2 \cdot f_1$. En combinant les expressions (6) et (7), on trouve alors:

$$\frac{G}{G^2 - 1} = \frac{f_1}{f_1 + e} ; (8)$$

Il est curieux de constater que dans le cas où $e = 0$, les solutions de cette équation du second degré sont le nombre d'or: 1.618 et -0.618, la première solution correspondant au Cassegrain.

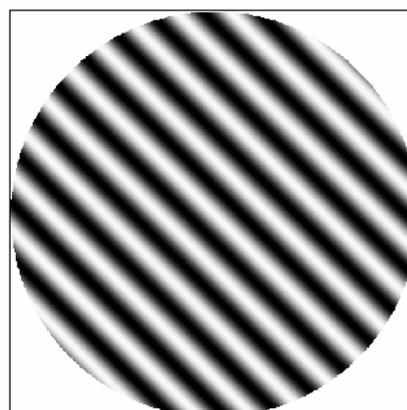
Reprenons notre télescope de 200 mm de diamètre, il ne reste plus qu'à calculer G , la constante conique $-b_2, p$. On trouve $G = 1.8, -b_2 = -12.25, p = 364.4$ mm, $p' = 656$ mm et donc $d = 656 - 200 = 456$ mm. Dans ces conditions, $r_2 = 1640$ mm (qui est le rayon de courbure du primaire) et l'ouverture sera de $F/7,2$. Le diamètre du secondaire pour un champ de pleine lumière, nul, sera de 89 mm et l'obstruction de 44%; pour $\pm 0,3^\circ$ de champ soit $\frac{1}{2}$ pouce, l'obstruction monte à 46%. Un primaire ouvert à $F/3,5$ voire $F/3$ serait une meilleure inspiration ou alors, tolérer une ouverture de $F/10$ et un champ légèrement courbe... Voyons néanmoins ce que donnera un tel instrument car le but ici est de montrer la faisabilité du test du secondaire. Le calcul de l'expression (5) nous donne -1.07 . Il s'agit là d'une approximation en dehors de la limite de validité, en fait on est proche de $-1,3$ comme on peut le trouver avec l'expression (4). Donc le rayon de la face avant, $R_1 = 1640 / -1,3 = -1261$ mm.

Gen	Setup	wavelength	Variables	Draw Off	Group	Notes
Lens: No name						Ef1 -375.471497
Ent beam radius	45.000000	Field angle	1.000000	Primary wavln	0.587560	
SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL	
OBJ	0.000000	747.000000	13.038934	AIR		
AST	0.000000	0.000000	45.000000	AS		
2	1.2610e+03	10.000000	45.000000	S	N-BK7	C
3	-1.6400e+03	0.000000	25.000000	REFL_HATCH		
4	1.2610e+03	0.000000	45.390648	S	AIR	
IMS	0.000000	-748.285314	12.981873	S		



P-V OPD
1.893
RMS OPD
0.5611

Sans déformation de la face arrière.



P-V OPD
0.005157
RMS OPD
0.001116

Avec $k = -12,25$.

Il est maintenant inutile de s'attarder sur le reste de ce télescope ou sa faisabilité, l'objectif ici étant de montrer que le null-test du secondaire calculé dans un contexte précis, fonctionne.

Conclusions.

Contrairement à une opinion répandue et dont il me reste à confesser de l'avoir trop longtemps partagée, la réalisation d'un secondaire de Cassegrain n'est sans doute pas une tâche longue et fastidieuse au point de lui préférer un secondaire sphérique. Cela au moins dans un cas particulier, celui dans lequel la constante conique est fixée a priori égale au carré de l'indice du matériau dudit secondaire. Dans ce cas précis, si la surface arrière est plane, on dispose alors à peu de frais d'un nul-test très intéressant qui permet d'avoir un critère précis pour arrêter le travail de déformation du verre: des franges droites, une teinte plate.

Mais là n'est pas le seul avantage de cette méthode redécouverte et exposée voici un demi-siècle par Burt A. Norman† dans S&T et dont le nom mérite d'être retenu, voire d'être attaché à ce type de télescope. Le second avantage qu'il convient de rappeler, c'est qu'il n'est nul besoin d'un calibre ou d'une référence quelconque qu'il faudrait réaliser en plus du secondaire; ensuite l'ajustement final de la déformation peut être réalisé sans quitter le stand de mesure de l'interféromètre ou du Foucault. Cette absence de manipulation ne peut qu'être bénéfique.

Enfin, malgré sa valeur figée, le coefficient de déformation correspond bien à ce que l'on attend d'un Cassegrain, l'exemple cité l'illustre bien et l'on peut imaginer qu'il existe une tolérance qui permettra d'aller un peu au-delà ou en deçà.

Nous avons montré aussi que si l'on abandonne la face plane, on peut accéder à n'importe quelles constantes coniques au prix d'un petit travail supplémentaire. Il convient d'appliquer l'expression (5) dans sa limite de validité et de la vérifier avec (4). Un exemple a été montré avec un CC très élevé, mais la démarche est la même dans tous les cas. Une vérification ultime avec Oslo sera un plus. Cette méthode devient alors utilisable pour tous types de télescopes.

Cela ne signifie évidemment pas que le DK perd toute sa raison d'être car il reste supérieur au Cassegrain Classique en termes de stabilité et de facilité de collimation, ce qui peut être un critère important en planétaire. Mais il est clair que cette méthode qui découle des considérations cartésiennes est très tentante.

En tout état de cause et pour la première fois nous avons synthétisé ici des considérations éparses, oubliées ou peu connues pour montrer que la réalisation des secondaires hyperboliques et surtout leurs tests étaient largement accessibles à l'amateur pourvu qu'il utilise pour le secondaire, un verre de qualité optique.

Charles Rydel 10/07/2008