Un modèle d'Univers à paramètre gravitationnel constant

Bruno SALQUE

9 septembre 2005

1 Introduction

Le travail qui suit décrit un modèle d'Univers dans lequel on a fixé une contrainte sur le paramètre gravitationnel : celui-ci est constant (pour tout corps, et pour l'Univers dans son ensemble). Pour ce faire, je me suis basé sur deux livres :

- *La cosmologie moderne* – H. Andrillat, B. Hauck, J. Heidmann, A. Maeder, J. Merleau-Ponty (Masson).
- *L'univers sous le regard du temps* – H. Andrillat (Masson).

L'idée de départ m'a été suggérée par mon scepticisme à propos de l'existence des trous noirs : cette idée permettait tout simplement d'en empêcher l'existence. J'ai ensuite exploré les conséquences de l'idée de départ et découvert qu'elle permettait d'établir un modèle d'Univers finalement plus simple que le modèle standard !

2 Le postulat de base : l'impossibilité d'existence des Trous Noirs

Un Trou Noir me paraît être un astre absurde, ou plutôt une sorte de preuve par l'absurde qu'on a poussé le modèle mathématique trop loin. D'ailleurs on n'a jamais observé avec certitude de trous noirs (l'existence des trous noirs déduite des observation au coeur de certaines galaxies repose sur l'hypothèse qu'ils existent et qu'ils sont les astres permettant d'interpréter ces observations ; ce n'est donc pas une preuve de leur existence). Un Trou Noir est un corps dont le paramètre gravitationnel est supérieur à 1 :

$$2\,\frac{GM}{Rc^2} > 1.$$

Je postule que tout corps a son paramètre gravitationnel constant :

$$2\,\frac{GM}{Rc^2} = cste < 1.$$

(Ce postulat joue un peu le même rôle que l'impossibilité de dépasser la vitesse de la lumière : on ne peut pas dépasser le paramètre 1, ce qui impose d'en tirer les conséquences.)

Ainsi rien ne peut devenir un Trou Noir. Et ce même pour l'Univers dans son ensemble. Cette dernière remarque n'est pas évidente à première vue, puisque dans la théorie du Big Bang l'Univers est en expansion et donc que R augmente alors que M (sa masse totale) est fixe, et que G et c sont des constantes. Afin de rendre le paramètre gravitationnel de l'Univers constant, il est donc nécessaire de supposer que les constantes de la physique varient.

Mais elles ne peuvent pas varier n'importe comment. La conservation de l'énergie impose que :

$$Mc^2 = cste.$$

Une autre contrainte est donnée par la remarque suivante : la constante de la troisième loi de Kepler, GM, doit être constante dans le temps (la géologie nous a permis de connaître le mouvement de la Terre depuis des millions d'années et si la constante de la troisième loi de Kepler avait varié, nous nous en serions aperçu). Donc :

$$GM = cste.$$

En combinant ces trois lois (que j'appellerai par la suite les "trois lois des constantes"), on remarque aussi que (entre autres) :

$$Rc^2 = cste, \frac{G}{c^2} = cste.$$

On obtient donc trois lois de conservation :

- La conservation des énergies et des moments : $Mc^2 = cste$, qui peut s'écrire en terme de dimensions : $m^2 s^{-2} kg = cste$.
- La conservation de la troisième loi de Kepler : $GM = cste$, qui peut s'écrire : $m^3 s^{-2} = cste$.
- La conservation du paramètre gravitationnel, qui peut maintenant se simplifier en $RG = cste$, ce qui donne : $m^4 s^{-2} kg^{-1} = cste$.

On peut d'ailleurs simplifier et obtenir : $m^2 kg^{-2} = cste$, $m^3 s^{-2} = cste$. La première égalité exprime en fait que $M/R = cste$ dans l'Univers, c'est-à-dire que la masse de l'Univers croît avec son rayon.

À partir de ces trois lois de constance, on peut calculer la loi de variation des grandeurs de Planck. On s'aperçoit (calculs en annexe) qu'elles varient comme les grandeurs qu'elles représentent !

$$\frac{t_p}{t} = cste \qquad \frac{l_p}{R} = cste \qquad \frac{m_p}{M} = cste$$

(Ici t est le temps propre de l'Univers, R son rayon caractéristique et M sa masse.) Autrement dit, *les "briques" de l'Univers grandissent en même temps que lui.* L'expansion de l'Univers n'est pas seulement une expansion de l'espace ; c'est une expansion de l'Univers dans sa globalité. Dans l'analogie du ballon à gonfler, les pastilles ne sont pas collées sur le ballon qui gonfle, elles sont dessinées et, donc, gonflent avec lui.

Relativement les uns aux autres, rien n'augmente ni ne diminue de taille (ou de masse), ni ne s'éloigne. L'Univers est en apparence statique (il l'est par rapport aux étalons de mesure, puisqu'il l'est par rapport aux grandeurs de Planck), mais la variation des grandeurs de Planck se met en évidence par le redshift (qu'elle cause). Le redshift n'est pas dû à l'éloignement des galaxies, mais à la variation des constantes G, c et h (voir plus loin pour h).

La relation $t_p/t = cste$ montre que l'âge de l'Univers exprimé dans l'unité de Planck est toujours constant, et vaut l'infini (calcul laissé au lecteur).

Remarquons aussi que l'ère de Planck n'existe pas : quand t tend vers 0, t_P aussi, et $\frac{t}{t_P}$ est constant. Dans la théorie standard, il existe un "mur" théorique inaccessible lorsqu'on veut reculer avant 10^{-32} secondes. Ici, ce "mur" n'existe pas.

Est-ce que l'hypothèse de variations des constantes (G, c, h) est compatible avec les observations ? Remarquons que ces constantes varient de telle sorte que les mesures de vitesse, de longueur, de temps, de masses, etc. effectuées à l'aide d'étalons de mesure restent constantes, car l'étalon varie de même. La seconde est définie à partir d'une oscillation atomique, qui est constante par rapport à la longueur de Planck (toutes deux varient de même), de sorte qu'on n'a aucune moyen de détecter sa variation. Et ainsi de suite pour toutes les grandeurs. Autrement dit, les observations ne peuvent contredire cette théorie en apparence.

Et la constante de structure fine, que l'observation a imposé comme constante ? On a :

$$\alpha = \frac{e^2}{h'c}$$

où $e^2 = r_e\, m_e\, c^2$ (électron). Comme $m_e\, c^2$ est une énergie, elle est constante, donc α varie comme $\frac{r_e}{hc}$. Reste à voir comment varie h', ou h (c'est la même chose à 2π près). La température-énergie de Planck est donnée par :

$$m_P c^2 = \sqrt{\frac{h'c^5}{G}} \sim \sqrt{\frac{h'c^5}{Rc^4}} \sim \sqrt{\frac{h'c}{R}},$$

puisque G varie en Rc^4 (c'est une des multiples lois de variation qu'on obtient à partir des trois premières). Or $m_P c^2$ est constante, d'où :

$$\frac{h'c}{R} = cste.$$

Ainsi $h'c$ varie en R, et on obtient : $\alpha \sim \frac{r_e}{R}$. Or r_e varie en l_P donc en R. Il en résulte que $\alpha = cste$. Les constantes fondamentales varient, certes, mais pas n'importe comment, et la constante de structure fine est bien constante, ce qui est compatible avec les observations. Cette conséquence des lois des constantes n'était pas préméditée et c'est elle qui m'a conduit à continuer.

Pour pousuivre ce travail, il reste à reprendre les calculs usuels de la cosmologie, tels qu'exposés dans les deux livres précités. Le paragraphe suivant expose les résultats obtenus. Rien n'a été prémédité (au début je cherchais juste à pousser dans ses retranchements le postulat de départ) et pourtant les résultats fournissent un modèle plus simple du Big Bang que le modèle standard, et avec quelques inconvénients en moins.

3 Description relativiste du modèle

L'Univers matériel est décrit par l'équation :

$$\frac{d(\rho c^2 R^3)}{dR} + 3pR^2 = 0,$$

qui implique $p = 0$ dans le modèle à paramètre gravitationnel constant (calculs prochainement en annexe, laissés provisoirement au lecteur). Dans le modèle standard, on devait faire l'hypothèse que $p = 0$ pour continuer (non valable lorsque t tend vers 0) ; ici c'est une conséquence des trois lois des constantes.

La résolution complète donne une seule solution :

$$R(t) = \left(\frac{3}{2}\sqrt{\lambda_k}\right)^{\frac{2}{3}} t^{\frac{2}{3}}$$

où pour $k \in$ -1,0,1 :

$$\lambda_k = \lambda_0 + kRc^2,$$
$$\lambda_0 = 8\pi G\rho R^3,$$

(c'est une constante.) On obtient comme unique solution l'Univers parabolique : une seule solution au lieu des trois solutions (pour les trois valeurs de k) standards.

En fait, deux autres solutions sont possibles : $R(t) = cste$ (Univers stationnaire) et $R(t) = 0$ (le Néant). L'Univers stationnaire implique toutefois que $G\rho = 0$ donc que $G = 0$ (car $\rho \neq 0$ puisqu'on résout le cas de l'Univers matériel !), par conséquent cette solution est à écarter, de même évidemment que le Néant.

4 La loi de Hubble

Ce nouvel (et unique) Univers étant établi, qu'en est-il de la loi de Hubble ?

La loi de Hubble dans l'Univers standard s'écrit :

$$V = cz = Hd,$$

et plus précisemment :

$$cz = H(t_e)d$$

où t_e est l'instant d'émission (inconnu). Les trois lois des constantes fournissent une loi légèrement différente :

$$d = L\frac{z}{z+1},$$

où L est une constante : elle ne dépend que du temps de réception (de la lumière des galaxies) t_0. L est une distance et varie bien entendu comme l_P (longueur de Planck) et R (rayon caractéristique de l'Univers). Elle fixe une limite asymptotique aux distances d atteignables, car $d = d(z)$ ne tend pas vers l'infini quand z tend vers l'infini.

Plus précisemment, à l'instant t_0 (réception) :

$$L = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt{Rc^2}\, t_0^{\frac{2}{3}}}{\lambda_k^{\frac{1}{6}}}$$

Si $t_e - t_0$ est petit (temps d'émission proche du temps de réception, donc distance petite par rapport à l'âge de l'Univers), la courbe $d = d(z)$ obtenue se confond avec la courbe $d = \frac{c}{H}z$ de la loi de Hubble. On a d'ailleurs la relation : $L = \frac{c}{H}$. Autrement dit : on retrouve la loi de Hubble.

En choisissant $k = 0$ (unique solution parabolique), on trouve l'expression de la densité de l'Univers :

$$\rho = \frac{H^2}{8\pi G},$$

qui donne $2,6 \times 10^{-27} kg\ m^{-3}$ à partir de $H = 65\ km\ s^{-1} Mpc^{-1}$.

Mesurer la distance des galaxies lointaines à partir de la loi de Hubble conduit, sous l'hypothèse d'un Univers à paramètre gravitationnel constant, à surestimer les distances. En effet, si d' est la distance estimée à partir de la loi de Hubble standard :

$$d' = \frac{cz}{H},$$

et si d est la distance réelle (dans notre modèle) :

$$d = \frac{cz}{H(1+z)},$$

on obtient :

$$\frac{d'}{d} = 1 + z.$$

(Remarquons que si z tend vers 0, on a bien d' qui tend vers d, comme dit plus haut.) Si l'on connaît les distances des galaxies lointaines à partir d'une méthode indépendante de la loi de Hubble, on va donc obtenir un décalage vers le rouge plus petit que prévu (la distance réelle étant plus petite que la distance déduite du décalage vers le rouge) ; si cette observation sert à connaître la constante de Hubble, on en déduira à tort que la constante de Hubble était plus petite par le passé, et que l'expansion de l'Univers s'accélère. En fait, l'accélération de l'expansion de l'Univers est (dans ce modèle) une illusion due à la différence entre la loi de Hubble standard et la loi de Hubble du modèle à paramètre gravitationnel constant.

Notons aussi qu'on surestime la magnitude absolue :

$$M' - M = -5 \log(1 + z).$$

Ainsi, pour $z = 3$, on a $M' - M = -3,0$. C'est une autre façon de décrire la surestimation des distances lointaines.

Toujours est-il que ce modèle redonne bien la loi de Hubble, la même que celle du modèle standard (à un détail près : l'illusion d'expansion accélérée). Elle est donc compatible avec les observations.

5 Et le modèle inflationnaire ?

Dans la théorie standard, on remarque que les équations des cosmologies générales incluent une solution exponentielle. Celle-ci sert à introduire un modèle inflationnaire qui résout plusieurs problèmes posés dans la théorie standard. Nous verrons dans cette section qu'il n'y a plus de solution exponentielle, ce qui n'est pas un problème puisque les problèmes du modèle standard disparaissent.

En recalculant les équations des trois composantes (matière, radiation, vide) on obtient :

$$\rho_m R^2 = cste,$$
$$\rho_r R^3 = cste,$$
$$\frac{\rho_V}{R} = cste,$$
$$p_V = cste < 0.$$

Plus précisemment : $p_V = -\rho_V c^2$.

Pour information, rappelons les lois pour le modèle standard :

$$\rho_m R^3 = cste,$$

$$\rho_r R^4 = cste,$$

$$\rho_V = cste,$$

$$p_V = cste < 0.$$

Les équations des cosmologies générales (avec $\Lambda \neq 0$) ne se résolvent pas de manière simple dans le cas du vide. Par contre, avec $\Lambda = 0$, on obtient avec la première équation des cosmologies :

$$R(t) = k \left(\frac{Rc^2}{\frac{8\pi G}{c^2} (-p)} \right)^{\frac{1}{3}},$$

où k vaut -1,0 ou 1. Et avec la seconde :

$$R(t) = k \left(\frac{Rc^2}{\frac{8\pi G}{3c^2} (\rho c^2)} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

En aucun cas on n'obtient de solution exponentielle comme avec le modèle standard. Le modèle inflationnaire est donc impossible ici.

Mais est-il nécessaire d'avoir une inflation ? L'inflation a été utilisée dans le modèle standard pour résoudre trois problèmes : 1) le manque de monopôles magnétiques (mais les théories récentes n'en créent plus) ; 2) la platitude de l'Univers (l'inflation permet de tout aplanir) ; 3) le problème des horizons (l'inflation le résout en augmentant d'un facteur 10^{50} la taille des horizons).

Le problème 1) étant écarté, voyons les suivants. La platitude de l'Univers ? Le modèle à paramètre gravitationnel constant le résout très simplement : le seul modèle possible étant le modèle parabolique, il est nécessairement plat ! De plus, le modèle standard compare le rayon de l'Univers actuel R_0 au rayon de l'Univers R_P à l'ère de Planck, et trouve :

$$\frac{R_0}{R_P} \simeq 3 \times 10^{31}$$

.

Comme $l_P \simeq 10^{-35}$ m, on obtient $R_0 \simeq 3 \times 10^{-4}$ m, ce qui est absurde. Mais dans le modèle à paramètre gravitationnel constant, on a $\frac{R_0}{l_P} = cste$, donc tout va bien ! (La notion d'ère de Planck n'a plus de sens, comme on l'a vu plus haut.)

Toujours à propos du problème de la platitude, dans le modèle standard, on a :

$$\frac{\rho - \rho_C}{\rho_C} = k \, \frac{c^2}{\dot{R}^2} = \frac{4kc^2}{A^2} \, t.$$

Pendant la phase matérielle, $\frac{\rho-\rho_C}{\rho_C}$ augmente comme t. Le raisonnement consiste alors à dire que depuis l'ère de Planck, cet écart a augmenté de 10^{60}. Comme $\frac{\rho-\rho_C}{\rho_C}$ est aujourd'hui inférieur à 0,1 (en valeur absolue), il était donc inférieur à 10^{-60} à l'ère de Planck, ce qui est absurde.

Mais dans le modèle à paramètre gravitationnel constant, on obtient cette fois (durant la phase matérielle) :

$$\frac{\rho - \rho_C}{\rho_C} = cste.$$

Ainsi, le problème de la platitude de l'Univers est résolu puisqu'il n'existe plus !

Reste le problème des horizons. Dans la théorie standard, s'il n'y a pas d'inflation, alors l'horizon causal est inférieur à la taille de l'Univers observable. Est-ce la cas dans le modèle à paramètre gravitationnel constant ? Les calculs montrent que, dans ce dernier modèle, le diamètre de l'horizon des évènements est :

$$l_H = +\infty$$

Là encore, le problème n'existe plus.

Ainsi, les limites du modèle standard qui imposaient une phase inflationnaire n'existent plus. Ça tombe bien, la phase inflationnaire est impossible.

Une dernière remarque : si l'horizon des évènements est infini, comment résoudre le paradoxe du ciel nocturne (Olbers) ? Tout simplement par deux arguments : l'âge fini de l'Univers, le décalage vers le rouge des astres les plus lointains. Ces deux arguments, qui expliquent aussi ce paradoxe dans le modèle standard, restent en effet valables ici.

6 L'Univers radiatif

Dans le cas de l'Univers radiatif, le modèle standard, gouverné par $\rho_R\, R^4 = cste$, donne :

$$R(t) = At^{\frac{1}{2}}.$$

Ici, les trois lois des constantes conduisent à $\rho_R\, R^3 = cste$, et on obtient :

$$R(t) = (32\pi G\rho R^4)^{\frac{1}{4}}\ t^{\frac{1}{2}}.$$

Bref, c'est un modèle similaire. Par contre il y a une autre solution, constante :

$$R(t) = k \times 8\pi G\rho\frac{R^3}{c^2},$$

qui ne me semble pas réaliste et que j'élimine. En choisissant le premier modèle (celui qui est similaire au modèle radiatif standard), on trouve que $\frac{\rho-\rho_C}{\rho_C}$ varie en $\sqrt{t}$, contrairement au cas de l'Univers matériel. Mais cette relation provient de l'hypothèse de départ :

$$\frac{2GM}{Rc^2} = cste.$$

Or, celle-ci a-t-elle un sens dans l'Univers radiatif ? Si l'on impose que, comme dans le cas de l'Univers matériel, on ait $\frac{\rho-\rho_C}{\rho_C} = cste$, alors R varie en $\frac{1}{c}$ et non en $\frac{1}{c^2}$, autrement dit :

$$Rc = cste.$$

Si on refait les calculs, il se produit alors une sorte de miracle, car on retrouve $\rho_R\, R^2 = cste$, ce qui permet d'obtenir :

$$R_r(t) = At^{\frac{1}{2}}$$

à nouveau ! Et ce sans imposer que $k = 0$, comme dans le cas matériel. De plus on obtient aussi $l_H = +\infty$.

Pour information :

$$A = (32\pi G\rho R^4 - kR^2c^2)^{\frac{1}{4}}.$$

Je trouve ça miraculeux car, pendant les calculs, il se produit des simplifications inattendues. C'est même trop beau, peut-être dû à quelque symétrie dans les changements de variables ?

Quoiqu'il en soit, voici deux modèles (l'un pour l'Univers radiatif, l'autre pour l'Univers matériel) pour lesquels on a $\frac{\rho-\rho_C}{\rho_C} = cste$ (le premier par hypothèse, le second comme conséquence des lois des constantes), ainsi que $l_H = +\infty$. Donc dans l'Univers radiatif comme dans l'Univers matériel, le problème des horizons n'existe pas et l'inflation est inutile (elle n'est de toute façon pas solution des équations des cosmologies).

Reste à justifier que j'ai changé les lois des constantes dans l'Univers radiatif. C'était pour préserver la constance de $\frac{\rho-\rho_C}{\rho_C} = cste$. En fait, j'ai voulu voir ce qui arrivait lorsqu'on "forçait" cette constance, et les simplifications étonnantes qui en résultent me paraissent déjà un bon argument. Mais il y a autre chose.

Pour rappel, voici les relations dans l'Univers matériel :

$$R_m c^2 = cste$$
$$\frac{M_m}{R_m} = cste$$
$$GM_m = cste$$
$$GR_m = cste$$

et celles dans l'Univers radiatif :

$$R_r c = cste$$
$$\frac{M_r}{R_r^2} = cste$$
$$GM_r = cste$$
$$GR_r^2 = cste$$

Ce qui donne en fonction du temps, pour l'Univers matériel :

$$G = O\left(\frac{1}{t^{\frac{2}{3}}}\right)$$
$$c = O\left(\frac{1}{t^{\frac{1}{3}}}\right)$$
$$h = O(t)$$
$$l_P = O\left(t^{\frac{2}{3}}\right)$$
$$m_P = O\left(t^{\frac{2}{3}}\right)$$
$$t_P = O(t)$$
$$s_P = O\left(t^{\frac{1}{3}}\right)$$

où s_P désigne l'entropie de Planck. Dans l'Univers radiatif :

$$G = O\left(\frac{1}{t}\right)$$
$$c = O\left(\frac{1}{t^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$h = O\left(\frac{1}{t^{\frac{3}{2}}}\right)$$
$$l_P = O\left(t\right)$$
$$m_P = O\left(t\right)$$
$$t_P = O\left(t^{\frac{3}{2}}\right)$$
$$s_P = O\left(t^{\frac{1}{2}}\right)$$

Si l'on remplace le temps par l'entropie, nous obtenons exactement les mêmes lois de variation des constantes pour les deux types d'Univers !

$$G = O\left(\frac{1}{s^2}\right)$$
$$c = O\left(\frac{1}{s}\right)$$
$$h = O\left(s^3\right)$$
$$l_P = O\left(s^2\right)$$
$$m_P = O\left(s^2\right)$$
$$t_P = O\left(s^3\right)$$
$$s_P = O\left(s\right))$$

Autrement dit, le modèle radiatif n'est pas différent si on décrit les variations des constantes non pas en fonction du temps mais en fonction de l'entropie. En fait, c'est l'entropie qui devient ici le paramètre pertinent pour décrire l'évolution de l'Univers, le temps n'étant qu'une grandeur annexe définie à partir de l'entropie et des autres unités.

7 Conclusion

Que penser de tout cela ? Que c'est trop beau pour être vrai ? Que c'est trop simple pour ne pas avoir déjà été examiné (et sans doute rejeté) ? Et puis, il s'agit juste de développements mathématiques de la théorie, et je n'ai pas l'intuition physique pour me guider. Ainsi, si ce modèle est correct, ne montre-t-il pas seulement une sorte de symétrie par changement de variable ? Oui mais il interprète l'Univers comme étant stationnaire par rapport aux étalons de mesure et comme une expansion de l'espace *et* de ses constituants. Certes, les deux modèles (standard et à paramètre gravitationnel constant) semblent en apparence identiques, mais il subsiste quelques différences, notamment la surestimation des distances lointaines (ou l'accélération apparente de l'expansion) et, surtout, le fait que ce n'est pas seulement l'espace qui est en expansion mais l'Univers (et les étalons de mesure avec).

8 Annexes

Les détails des calculs seront placés ici quand j'aurai le temps de les remettre au propre. Pour l'instant, cette section est donc incomplète.

8.1 Grandeurs de Planck

L'énergie $h\nu$ doit être préservée, ce qui implique que $h\frac{c}{\lambda} = cste$. Comme la longueur d'onde λ est une longueur, elle croît comme R, d'où :

$$\frac{hc}{R} = cste,$$
$$\frac{h\sqrt{Rc^2}}{R} = cste,$$
$$\frac{h}{R^{\frac{3}{2}}} = cste.$$

Ou encore : $\frac{h}{t} = cste$.

La longueur de Planck vaut :

$$l_P = \sqrt{\frac{h'}{c}\left(\frac{G}{c^2}\right)}.$$

Notons que :

$$\frac{h'}{c} = \left(\frac{h'}{R^{\frac{3}{2}}}\right)\ \frac{R^{\frac{3}{2}}R^{\frac{1}{2}}}{R^{\frac{1}{2}}c} = cste \times R^2.$$

Par conséquent, l_P varie comme $\sqrt{R^2}$ c'est-à-dire comme R.

Ensuite, pour le temps de Planck :

$$t_P = \sqrt{\frac{h'G}{c^5}} = \frac{l_P}{c},$$

donc t_P varie comme $\frac{R}{c}$, soit comme $\frac{1}{c^3}$, donc comme t.

Masse de Planck :

$$m_P = \sqrt{\frac{h'c}{G}} = \sqrt{\frac{h'}{c}\left(\frac{c^2}{G}\right)},$$

qui varie donc aussi comme R, donc comme M.

Température de Planck :

$$T_P = \sqrt{\frac{h'c^5}{G}} \times \frac{1}{k}.$$

La racine carrée est une énergie, elle est constante. Si on impose comme quatrième loi des constantes (la loi sur les températures) que $RT = cste$, alors on voit que $\frac{k}{R} = cste$ (k est la constante de Boltzman), bref k varie en R. La température de Planck varie comme $1/R$. Elle tend vers l'infini quand R (et t) tend vers 0.

On trouve ainsi que les grandeurs de Planck varient comme les grandeurs qu'elles représentent : la longueur de Planck varie comme R, la masse de Planck varie comme M, le temps de Planck varie comme t. L'expansion de l'Univers s'accompagne donc d'une expansion de ses constituants (ses "cellules de Planck"). Si on exprime l'âge de l'Univers dans une unité liée à la longueur de Planck (et je crois que toute unité l'est, qu'elle soit définie à partir d'un étalon en platine exposé au pavillon de Breteuil ou à partir de la vitesse de la lumière), il est donc constant. De même son rayon, de même sa masse, de même sa température.