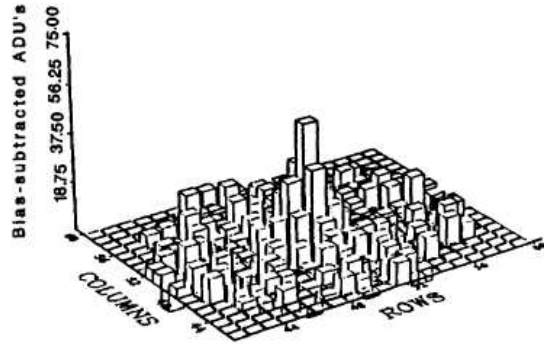


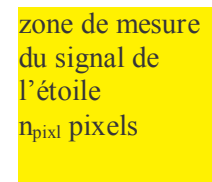
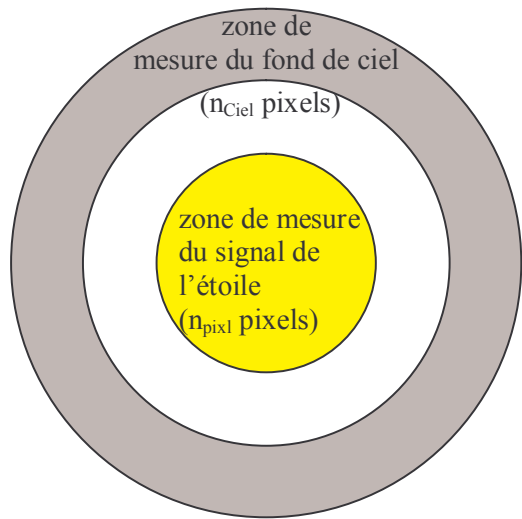
Rapport Signal/Bruit en mode Driftscan



Denis Fiel

WETO 2006

Photométrie d'ouverture



notations

Provenance du signal	Signal		Incertitude :		Type de Statistique
	par pixel	sur n_{pix} pixels (zone de mesure)	par pixel	sur n_{pix} pixels (zone de mesure)	
Etoile		N_*		$\sigma_* = \sqrt{N_*}$	Poisson
Fond de ciel	\tilde{N}_{Ciel}	$N_{\text{Ciel}} = n_{\text{pix}} \tilde{N}_{\text{Ciel}}$	$\tilde{\sigma}_{\text{Ciel}} = \sqrt{\tilde{N}_{\text{Ciel}}}$	$\sigma_{\text{Ciel}} = \sqrt{N_{\text{Ciel}}} = \sqrt{n_{\text{pix}}} \tilde{\sigma}_{\text{Ciel}}$	Poisson
Courant d'obscurité	\tilde{N}_{D}	$N_{\text{D}} = n_{\text{pix}} \tilde{N}_{\text{D}}$	$\tilde{\sigma}_{\text{D}} = \sqrt{\tilde{N}_{\text{D}}}$	$\sigma_{\text{D}} = \sqrt{N_{\text{D}}} = \sqrt{n_{\text{pix}}} \tilde{\sigma}_{\text{D}}$	Poisson
Lecture			N_{BL}		



Incertitude sur la mesure du signal d'une étoile

N_T , signal total mesuré dans la zone contenant n_{pix} pixels où se trouve l'étoile:

$$N_T = N_* + N_{\text{ciel}} \quad ; \quad N_T = N_* + n_{\text{pix}} \tilde{N}_{\text{Ciel}}$$

(\tilde{N}_{Ciel} : signal du fond de ciel, par pixel)

$$N_{* \text{mes}} = N_T - N_{\text{CielMes}}$$

$$N_{* \text{mes}} = N_T - \frac{n_{\text{pix}}}{n_{\text{Ciel}}} \tilde{N}_{\text{CielMes}}$$

Pour déterminer la contribution, par pixel, du fond de ciel on mesure le signal du fond de ciel $N_{\text{TotCielMes}}$ dans une zone sans étoile contenant n_{Ciel} pixels.

$$\sigma_{\text{TotCielMes}}^2 = n_{\text{ciel}} \left(\tilde{\sigma}_{\text{Ciel}}^2 + \tilde{\sigma}_{\text{D}}^2 + N_{\text{BL}}^2 \right)$$

$$\sigma_T^2 = \sigma_*^2 + n_{\text{pix}} \left(\tilde{\sigma}_{\text{Ciel}}^2 + \tilde{\sigma}_{\text{D}}^2 + N_{\text{BL}}^2 \right)$$

$$\sigma_{\text{CielMes}}^2 = n_{\text{pix}}^2 \frac{1}{n_{\text{Ciel}}} \left(\tilde{\sigma}_{\text{Ciel}}^2 + \tilde{\sigma}_{\text{D}}^2 + N_{\text{BL}}^2 \right)$$

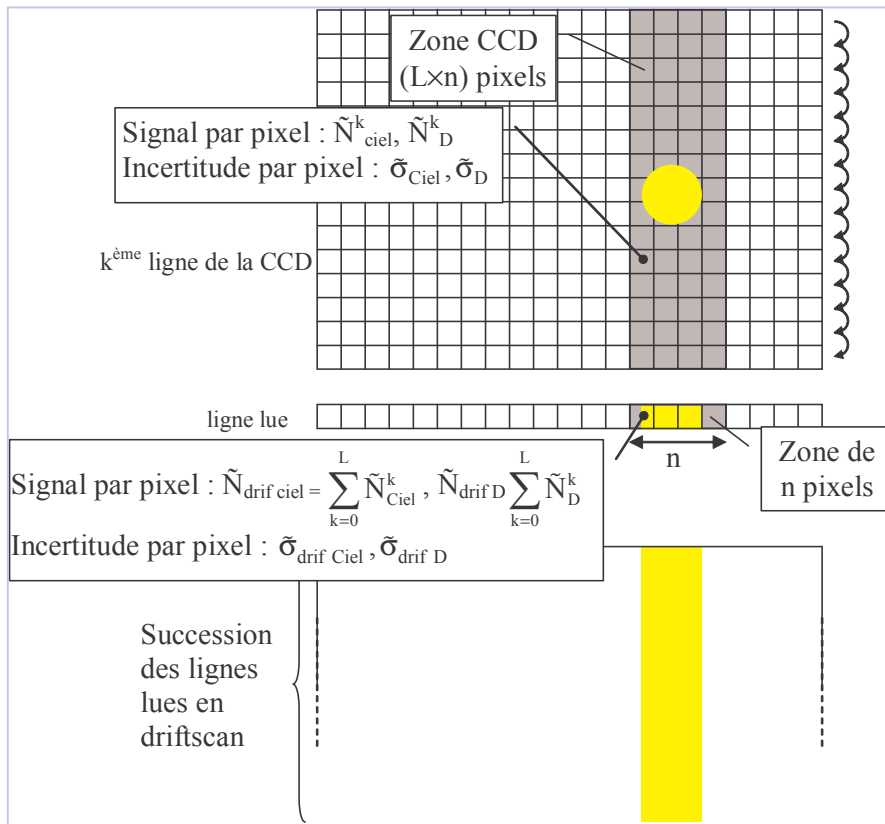
$$\sigma^2 = \sigma_*^2 + n_{\text{pix}} \left(1 + \frac{n_{\text{pix}}}{n_{\text{Ciel}}} \right) \left(\tilde{\sigma}_{\text{Ciel}}^2 + \tilde{\sigma}_{\text{D}}^2 + N_{\text{BL}}^2 \right)$$



Rapport Signal/Bruit

$$\frac{S}{B} = \frac{N_*}{\sigma} = \frac{N_*}{\sqrt{N_* + n_{\text{pix}} \left(1 + \frac{n_{\text{pix}}}{n_{\text{Ciel}}} \right) \left(\tilde{N}_{\text{Ciel}} + \tilde{N}_{\text{D}} + N_{\text{BL}}^2 \right)}}$$

Application à une acquisition obtenue par Driftscan



$$\sigma_{\text{drif}}^2 = \sigma_*^2 + n \left(1 + \frac{n}{n'}\right) (\tilde{\sigma}_{\text{drif Ciel}}^2 + \tilde{\sigma}_{\text{drif D}}^2 + N_{\text{BL}}^2)$$

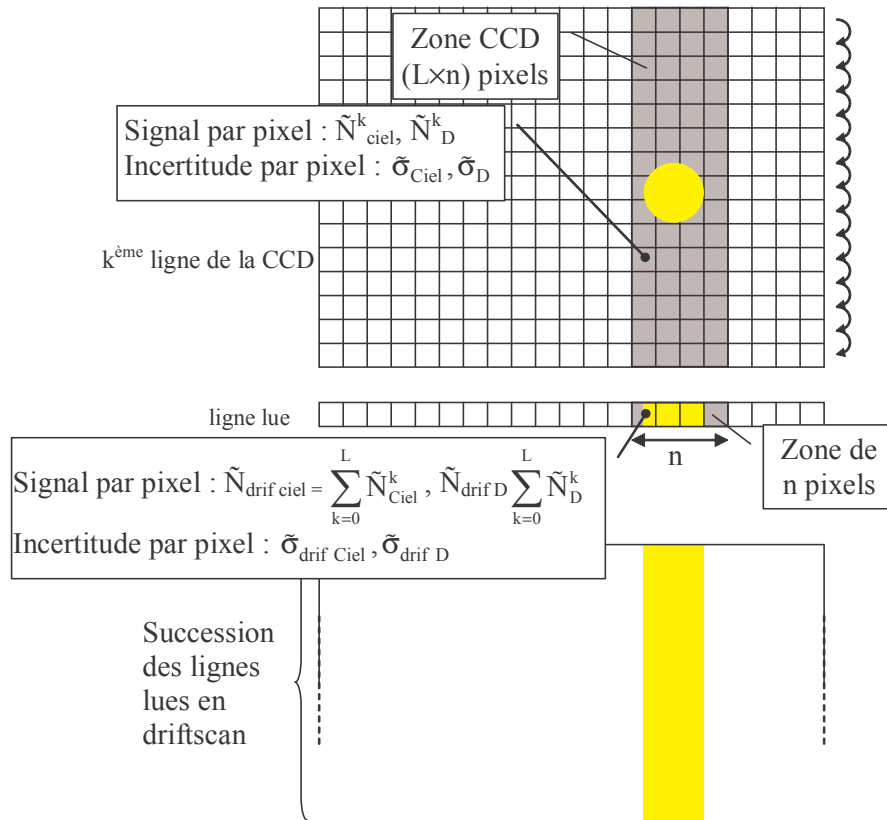
$$\tilde{N}_{\text{drif Ciel Mes}} = \sum_{k=0}^L \tilde{N}_{\text{Ciel}}^k \quad \tilde{\sigma}_{\text{drif Ciel Mes}}^2 = L \tilde{\sigma}_{\text{Ciel}}^2$$

$$\tilde{N}_{\text{drif D}} = \sum_{k=0}^L \tilde{N}_D^k \quad \tilde{\sigma}_{\text{drif D}}^2 = L \tilde{\sigma}_D^2$$

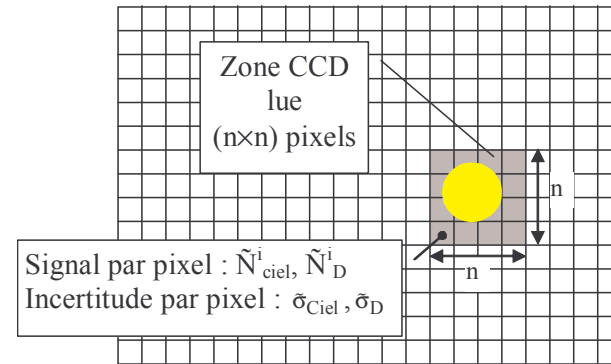
$$\sigma_{\text{drif}}^2 = \sigma_*^2 + n \left(1 + \frac{n}{n'}\right) (L(\tilde{\sigma}_{\text{Ciel}}^2 + \tilde{\sigma}_D^2) + N_{\text{BL}}^2)$$



Comparaison entre acquisition en Driftscan et acquisition image par image



Acquisition driftscan



Acquisition image par image

Incertitudes

$$\sigma_{ii}^2 = \sigma_*^2 + n^2 \left(1 + \frac{n^2}{n'^2}\right) (\tilde{\sigma}_{Ciel}^2 + \tilde{\sigma}_D^2 + N_{BL}^2)$$

ou :

$$\sigma_{ii}^2 = N_* + n^2 \left(1 + \frac{n^2}{n'^2}\right) (\tilde{N}_{Ciel} + \tilde{N}_D + N_{BL}^2)$$

$$\sigma_{drif}^2 = \sigma_*^2 + n \left(1 + \frac{n}{n'}\right) (L(\tilde{\sigma}_{Ciel}^2 + \tilde{\sigma}_D^2) + N_{BL}^2)$$

ou :

$$\sigma_{drif}^2 = N_* + n \left(1 + \frac{n}{n'}\right) (L(\tilde{N}_{Ciel} + \tilde{N}_D) + N_{BL}^2)$$

Comparaison des 2 méthodes

b) Si le signal de l'étoile n'est pas dominant

- Si le bruit N_{BL} de lecture est **négligeable** avec la méthode driftscan, mais pas avec la méthode image par image, il y a une amélioration relative de la mesure en driftscan ; Un exemple numérique permet de le constater :

si $n = 10$, $n' = 20$, $\tilde{N}_{Ciel} = 10 e^-$, $\tilde{N}_D = 10 e^-$, $N_{BL} = 15 e^-$ et $L = 500$, alors :

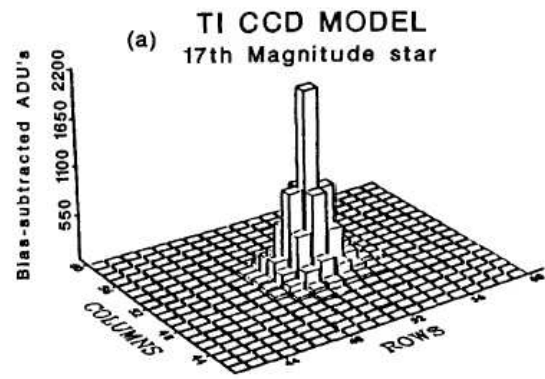
$$\sqrt{\frac{\sigma_{drif}^2 - \sigma_*^2}{\sigma_{ii}^2 - \sigma_*^2}} \approx \sqrt{\frac{10 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left[500(10+10) + 15^2\right]}{10^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left[(10+10) + 15^2\right]}} \approx 2.2$$

Choix de la taille de l'ouverture n

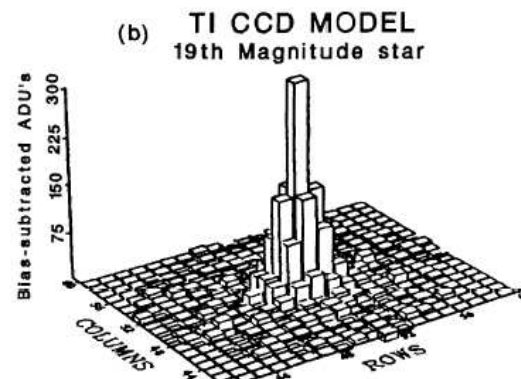
Si l'ouverture n correspond à 3 fois la largeur à mi-hauteur de la PSF (FWHM, Full Width Half Maximum), le signal récolté correspond à 0.99 fois le signal total provenant de l'étoile :

On aurait donc tendance à prendre $n = 3 \text{ FWHM}$.

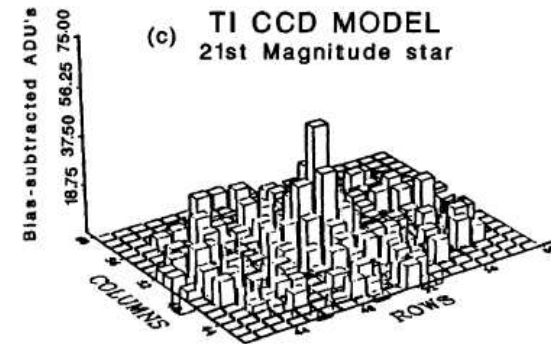
Choix de la taille de l'ouverture n



$S/B = 185$



$S/B = 42$

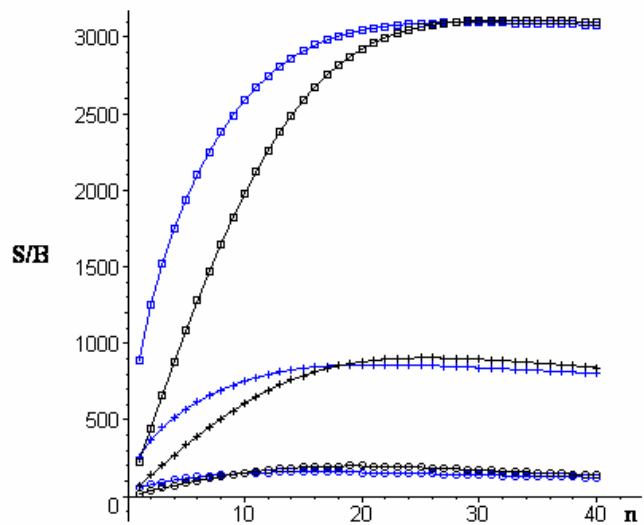


$S/B = 6.5$

(D'après "Handbook of CCD Astronomy" de Steve B. Howell)

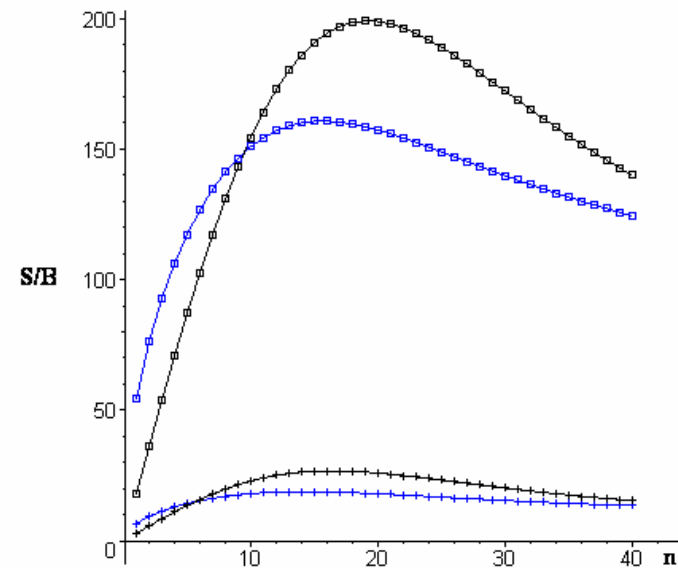
Choix de la taille de l'ouverture n

Nciel/pixel = 10; Nd/pixel = 10; NBL = 15 FWHM de la PSF = 10



—	IMAGE PAR IMAGE
□ □ □ □ □	N* = 10 ⁷ I*max = 63662
+ + + + +	N* = 10 ⁶ I*max = 6367
○ ○ ○ ○ ○	N* = 10 ⁵ I*max = 637
—	DRIFTSCAN
□ □ □ □ □	N* = 10 ⁷ I*max = 63662
+ + + + +	N* = 10 ⁶ I*max = 6367
○ ○ ○ ○ ○	N* = 10 ⁵ I*max = 637

Nciel/pixel = 10; Nd/pixel = 10; NBL = 15 FWHM de la PSF = 10

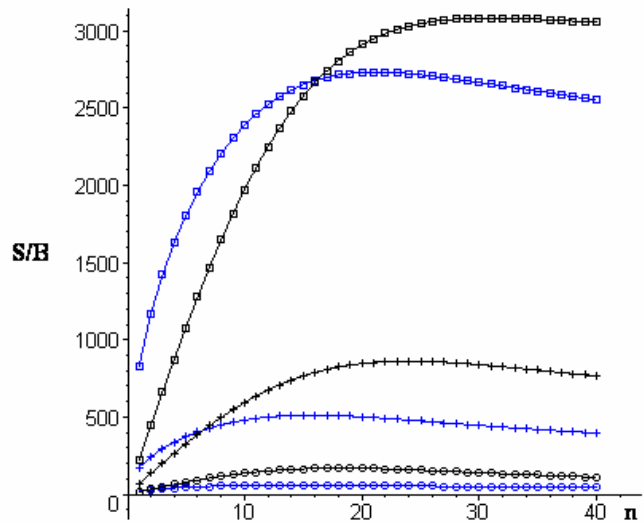


—	IMAGE PAR IMAGE
□ □ □ □ □	N* = 10 ⁵ I*max = 637
+ + + + +	N* = 10 ⁴ I*max = 64
—	DRIFTSCAN
□ □ □ □ □	N* = 10 ⁵ I*max = 637
+ + + + +	N* = 10 ⁴ I*max = 64

FWHM = 10 pixels

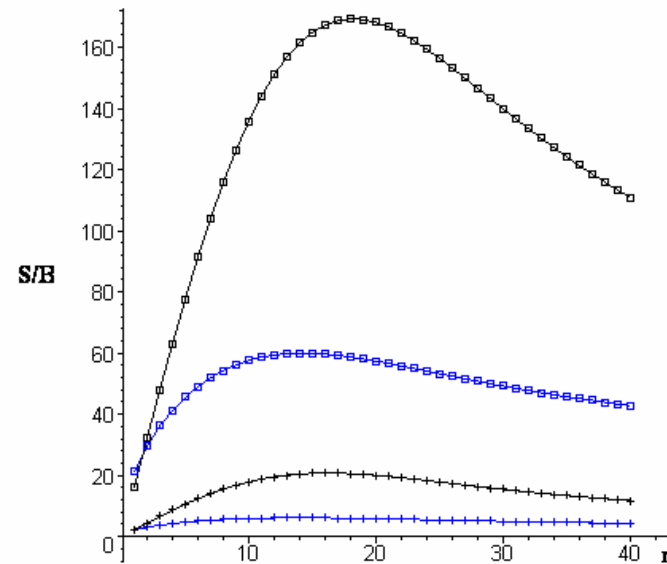
Choix de la taille de l'ouverture n

Nciel/pixel = 100; Nd/pixel = 100; NBL = 15 FWHM de la PSF = 10



—	IMAGE PAR IMAGE
□ □ □ □ □	N* = 10 ⁷ I*max = 63662
+ + + + +	N* = 10 ⁶ I*max = 6367
○ ○ ○ ○ ○	N* = 10 ⁵ I*max = 637
—	DRIFTSCAN
□ □ □ □ □	N* = 10 ⁷ I*max = 63662
+ + + + +	N* = 10 ⁶ I*max = 6367
○ ○ ○ ○ ○	N* = 10 ⁵ I*max = 637

Nciel/pixel = 100; Nd/pixel = 100; NBL = 15 FWHM de la PSF = 10

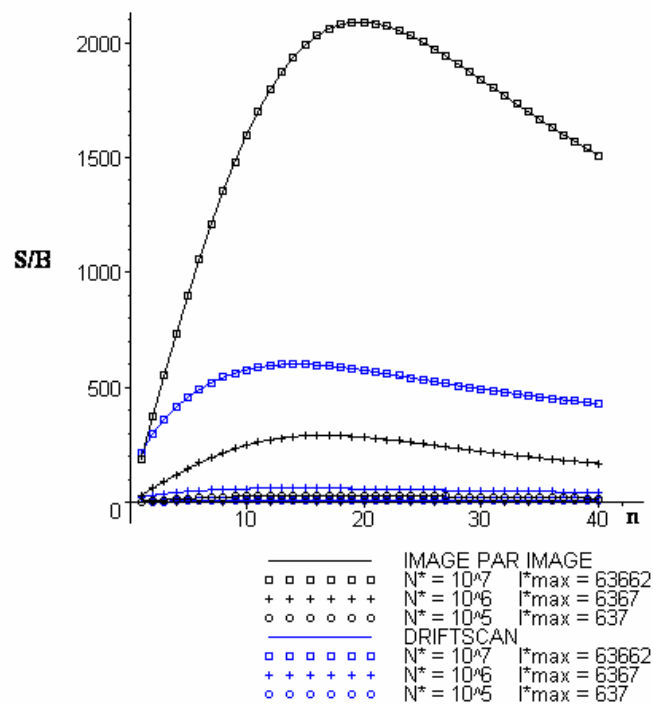


—	IMAGE PAR IMAGE
□ □ □ □ □	N* = 10 ⁵ I*max = 637
+ + + + +	N* = 10 ⁴ I*max = 64
—	DRIFTSCAN
□ □ □ □ □	N* = 10 ⁵ I*max = 637
+ + + + +	N* = 10 ⁴ I*max = 64

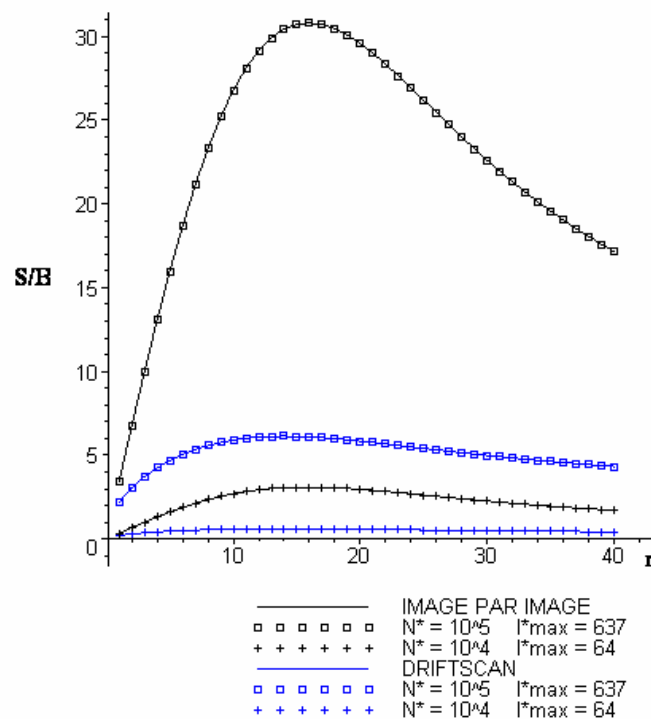
FWHM = 10 pixels

Choix de la taille de l'ouverture n

Nciel/pixel = 10000; Nd/pixel = 10000; NBL = 15 FWHM de la PSF = 10



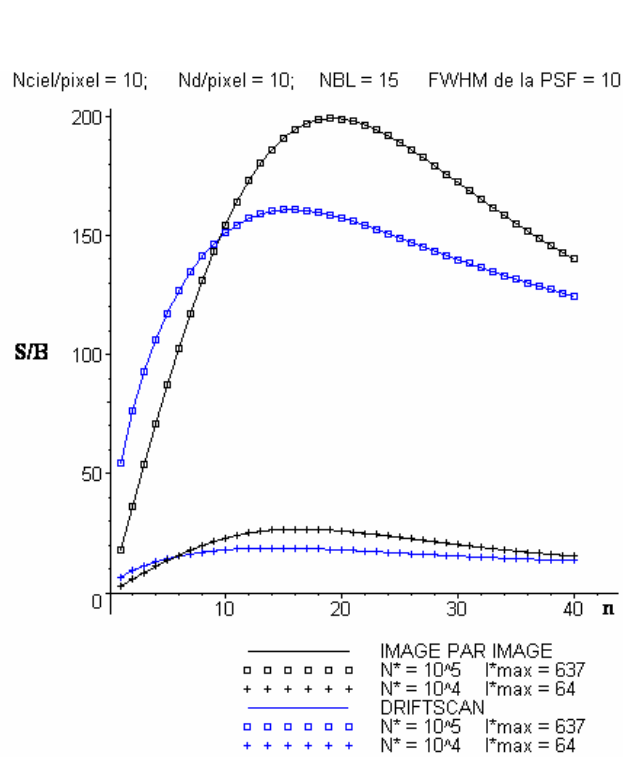
Nciel/pixel = 10000; Nd/pixel = 10000; NBL = 15 FWHM de la PSF = 10



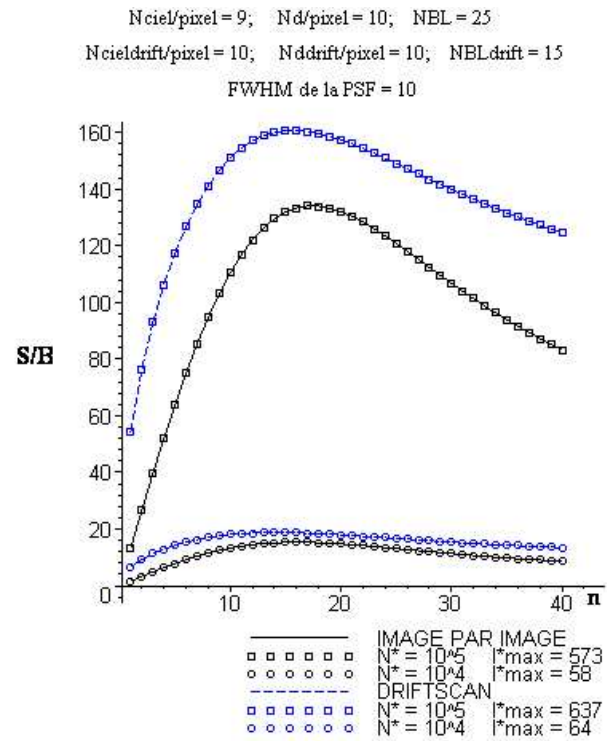
FWHM = 10 pixels

Choix de la taille de l'ouverture n

Si le détecteur image par image a un rendement quantique 10% plus faible et un bruit de lecture 50% plus grand que le détecteur driftscan ...



détecteurs identiques

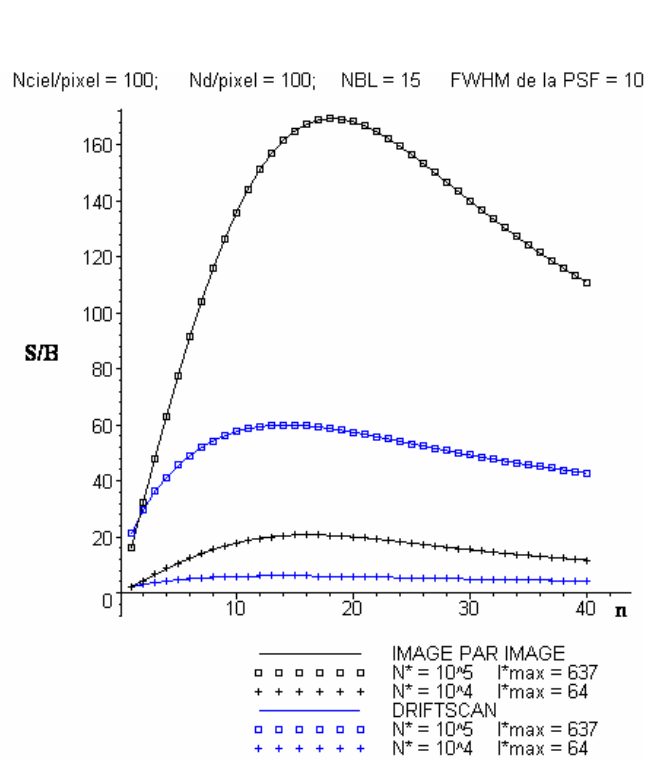


détecteurs différents

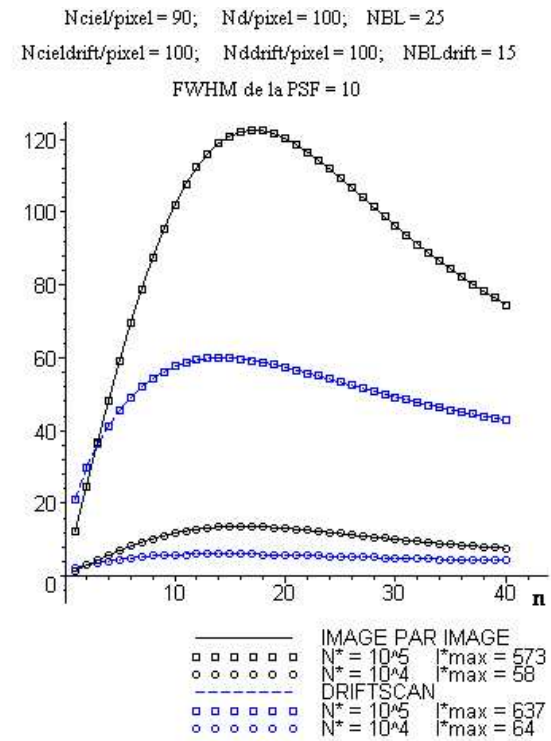
FWHM = 10 pixels

Choix de la taille de l'ouverture n

Si le détecteur image par image a un rendement quantique 10% plus faible et un bruit de lecture 50% plus grand que le détecteur driftscan ...



détecteurs identiques



détecteurs différents

FWHM = 10 pixels

Propagation des incertitudes pour des variables indépendantes

- **Multiplication d'une variable aléatoire par une constante :**

$$X = \lambda a \text{ (}\lambda \text{ constante)} : \quad \sigma_X = \lambda \cdot \sigma_a$$

- **Somme ou différence de variables aléatoires :**

$$X = a + b - c \quad \sigma_X = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2} \quad (\sigma_X^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2)$$

- **Produit ou quotient de variables aléatoires :**

$$X = \frac{a b}{c d} \quad \left| \frac{\sigma_X}{X} \right| = \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{a} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_c}{c} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d} \right)^2}$$

