Relación Señal a Ruido en imágenes CCD astronómicas

José Luis Doreste (Grupo Hypatia de Telescopios, Cometas-Obs)

Contenido

1. Introducción

Las cámaras CCD son auténticos aparatos de medición científica. Con ella se puede medir con gran precisión la cantidad de luz que llega de objetos celestes (estrellas, asteroides, cometas, etc.), su posición y en ocasiones, su tamaño. Como tal, está sujeto al rigor científico. Uno de los conceptos principales de este rigor es la Relación Señal a Ruido (en adelante "SNR" por sus conocidas siglas en inglés, Signal to Noise Ratio). La SNR sirve principalmente para cuantificar la calidad de una medida obtenida de una imagen CCD, especialmente, si esta medida es fotométrica. Por otro lado, también puede ayudar al astrónomo a estimar por adelantado cuáles son las configuraciones óptimas para obtener una medida particular y cuáles son las espectativas de un equipo concreto. Entre ellos, destaca la posibilidad de estimar el tiempo de exposición que requiere un objeto concreto para obtener unos resultados de calidad suficiente. Además, permite conocer cómo y en qué medida afectan las operaciones a las que se someten rutinariamente las imágenes (reducción, combinado, reescalado, filtrado, etc.). Por todo ello, es muy importante conocer este concepto con profundidad ya que como ventaja adicional puede ayudar a eliminar algunas ideas erróneas sobre los telescopios y cámaras CCD.

No cabe duda que la astronomía es una disciplina muy compleja, y las técnicas de reducción de datos pueden llevar aparejados problemas concretos que no son obvios a primera vista. En un solo documento no se pueden abarcar todos y, desde luego, no es la intención en este caso. Es imposible justificar todas las afirmaciones que aparecen en este texto, sin que se convierta en un libro. Además, existe gran cantidad de información disponible acerca de la naturaleza básica de la Relación Señal a Ruido, y este documento pretende rellenar un hueco poco poblado de dicha información. Por eso, iremos al grano en las aplicaciones prácticas. Por ello, es recomendable la consulta de más bibliografía, así como la propia experimentación.

En este documento se tratará de exponer ciertos aspectos básicos de la SNR con rigor matemático, aplicándolo en casos concretos para facilitar su comprensión. También se verá su aplicación en varias situaciones comprometidas (combinación de imágenes, magnitud límite y tiempos de exposición) que suelen ser habituales en la vida cotidiana del astrónomo.

2. La Relación Señal a Ruido en la práctica

Hay muchas formas diferentes de abordar el tema de la Relación Señal a Ruido en imágenes CCD, en función de como se obtienen los valores correspondientes al brillo de las estrellas, al brillo de fondo de la imagen y al ruido general que afecta a la imagen. En este trabajo estudiaremos en detalle la llamada "Ecuación de las cámaras CCD" aplicándolo a varios casos de interés para los astrónomos. Los datos relativos a la señal recibida de una estrella se tomarán de un caso real, una imagen obtenida con un equipo real en condiciones reales, de modo que sea más didáctico al aplicarlo en un ejemplo. Sin embargo, los valores del ruido serán valores teóricos, ya que ayudará a comprender mejor el papel que juega cada factor. De todos modos, al final se verá también cómo obtener también el valor del ruido de la propia imagen.

Hay que tener presente que la principal finalidad de la SNR es proporcionar una estimación de la calidad de las medidas que se pueden obtener de una imagen CCD astronómica concreta. No pretende ser una medida exacta y fidedigna. Las mismas estrellas en diferentes imágenes, aún obtenidas una inmediatamente después de la otra, pueden dar resultados ligeramente diferentes. Aún así, su función es esencial para prefijar ciertos parámetros a la hora de obtener una serie de tomas de imágenes CCD.

3. La ecuación de las CCD

Gran parte de las características de una CCD pueden ser cuantificadas por la ecuación de Merline-Howell (1995):

$$SNR=\frac{s_{star}t}{\sqrt{S_{star}t+N_{ap}\left(1+\frac{N_{ap}}{N_{an}}\right)\left(S_{sky}t+Dark\cdot t+r_0^2\right)}}$$

Donde:

t	→	Tiempo de exposición (seg)
S_{star}	→	Flujo de la estrella (e⁻ / seg) captado en el interior de la apertura fotométrica.
N_{ap}	→	Número de píxeles cubierto por la apertura fotométrica.
N_{an}	→	Número de píxeles cubierto por el anulo fotométrico.
S_{sky}	→	Flujo de brillo de fondo (cielo + contaminación lumínica) por píxel (e⁻ / seg /pixel)
$Dark$	→	Corriente de oscuridad de la cámara (e⁻ / seg /pixel)
r_0	→	Ruido de lectura de la cámara (e⁻ / pixel)

Esta ecuación da la SNR en función de la señal del astro y de las principales fuentes de ruido, incluido el ruido asociado al propio astro. En el numerador se contabiliza las fuentes de señal y en el denominador las fuentes de ruido. La construcción de la ecuación es específica del principal método de fotometría estelar, es decir, aquella en que se hace uso de una apertura fotométrica para determinar el flujo de la estrella y de un anulo fotométrico para determinar el brillo de fondo o de cielo (y en la práctica el ruido total asociado al brillo de cielo y a la electrónica). En el caso en que se use otro método para determinar el brillo de fondo y el ruido, en el que se use gran número de píxeles, se puede usar la forma equivalente:

$$SNR = \frac{s_{star}\, t}{\sqrt{S_{star}\, t + N_{ap}\left(S_{sky}\, t + Dark \cdot t + r_0^2\right)}}$$

La primera ecuación se puede expresar para fines didácticos en la forma alternativa:

$$SNR = \frac{s_{star}}{\sqrt{S_{star} + N_{ap}\left(1 + \frac{N_{ap}}{N_{an}}\right)\left(S_{sky} + Dark + \frac{r_0^2}{t}\right)}}\sqrt{t}$$

4. La cámara CCD

El software que uso toma una apertura fotométrica de 5 píxeles de radio y un ánulo fotométrico de radio interno de 10 píxeles y ancho de 5 píxeles, luego, el número de píxeles cubierto por la apertura y el ánulo son, respectivamente:

$$N_{ap} = 78.5 \; píxeles$$

$$N_{an} = 392.7 \; píxeles$$

En al caso de la cámara CCD (Sbig ST-2000XM) que estoy usando:

$Dark = 0.1$ (e⁻ / seg /pixel)

$r_0 = 7.9$ (e^- / pixel) por cada lectura de imagen.

Puesto que el flujo de las estrellas debe ser expresado en electrones, hace falta saber la ganancia de la cámara (gain) en (e^- / ADU). La imagen que voy a usar de ejemplo la obtuve sin binning, por lo que la ganancia es

$gain = 0.6$ (e^- / ADU)

Antes de ver el caso particular de la imagen de ejemplo, ya podemos empezar a poner algunos números en la ecuación:

$$N_{ap}\left(1+\frac{N_{ap}}{N_{an}}\right)=78.5\left(1+\frac{78.5}{392.7}\right)=78.5\cdot 1.2=94.2$$

tenemos:

$$SNR=\frac{s_{star}}{\sqrt{S_{star}+94.2\,S_{sky}+94.2\,Dark\cdot+94.2\frac{r_0^2}{t}}}\sqrt{t}$$

Además como $Dark = 0.1$ y $r_0 = 7.9$ podemos ir poniendo números en la ecuación:

$$SNR=\frac{s_{star}}{\sqrt{S_{star}+94.2\,S_{sky}+9.42+\frac{5879}{t}}}\sqrt{t}$$

Así que tenemos que el factor debido al ruido térmico es 9.42 y el debido al ruido de lectura depende del tiempo de exposición. Vemos que con un tiempo de exposición de unos 10 min (624.1 seg) ambos términos se igualan. Como rara vez se toman imágenes de 10 min de exposición, vemos que en realidad el término del ruido térmico (en las cámaras CCD modernas) es despreciable. Aún lo será más cuando la comparemos con el factor debido al brillo de cielo.

5. Una estrella brillante en un cielo brillante

Veamos ahora la contabilidad asociada a una imagen que obtuve con la cámara CCD mencionada en binning 1x1 de un campo de estrellas, en una noche muy brillante en la que la Luna se encontraba a un solo día de encontrarse en fase de llena.

En primer lugar escogemos una estrella brillante (pico a 17561 ADUs), el flujo de la estrella y del fondo en cuentas es:

$$S_{star}=580191.\ ADUs$$

$$S_{sky}=5830.\ ADUs$$

y el tiempo de exposición

$$t=120\ seg.$$

Pasamos las cuentas a electrones por unidad de tiempo:

$$S_{star}=580191.\ gain/t=2901.0\ e^{-}/seg$$

$$S_{sky}=5830.\ gain/t=29.150\ e^{-}/seg/pixel$$

Sustituyendo los valores en la ec. de la CCD:

$$SNR=\frac{s_{star}}{\sqrt{2901.+94.2\cdot 29.15+9.42+\frac{5879}{t}}}\sqrt{t}=\frac{s_{star}}{\sqrt{2901.+2745+9.42+\frac{5879}{t}}}\sqrt{t}$$

Téngase en cuenta que cada factor que se encuentra dentro de la raíz cuadrada corresponde a una fuente particular de ruido. Vemos que el factor debido al brillo del cielo (2745) es tan importante como el del brillo de la estrella (2901). Por eso se suele decir que el ruido de cielo es la fuente principal de ruido, o el factor dominante del ruido en una imagen CCD. Por su parte, el factor debido al ruido de corriente térmica (9.42) es despreciable frente al factor del brillo de cielo. Esa es la razón por la que en realidad no es necesario corregir de corriente de oscuridad. Sin embargo, en ocasiones sí conviene obtener una serie de imágenes Dark de corrección, no tanto para corregir de corriente de oscuridad sino para corregir los píxeles calientes que en algunas cámaras es importante (como la que tengo). Finalmente, vemos como un tiempo de exposición largo reduce la contribución del ruido de lectura. Ojo, el ruido de lectura de una cámara CCD es constante y no disminuye con el tiempo de exposición. Lo que disminuye con el tiempo es su contribución al ruido total en la imagen.

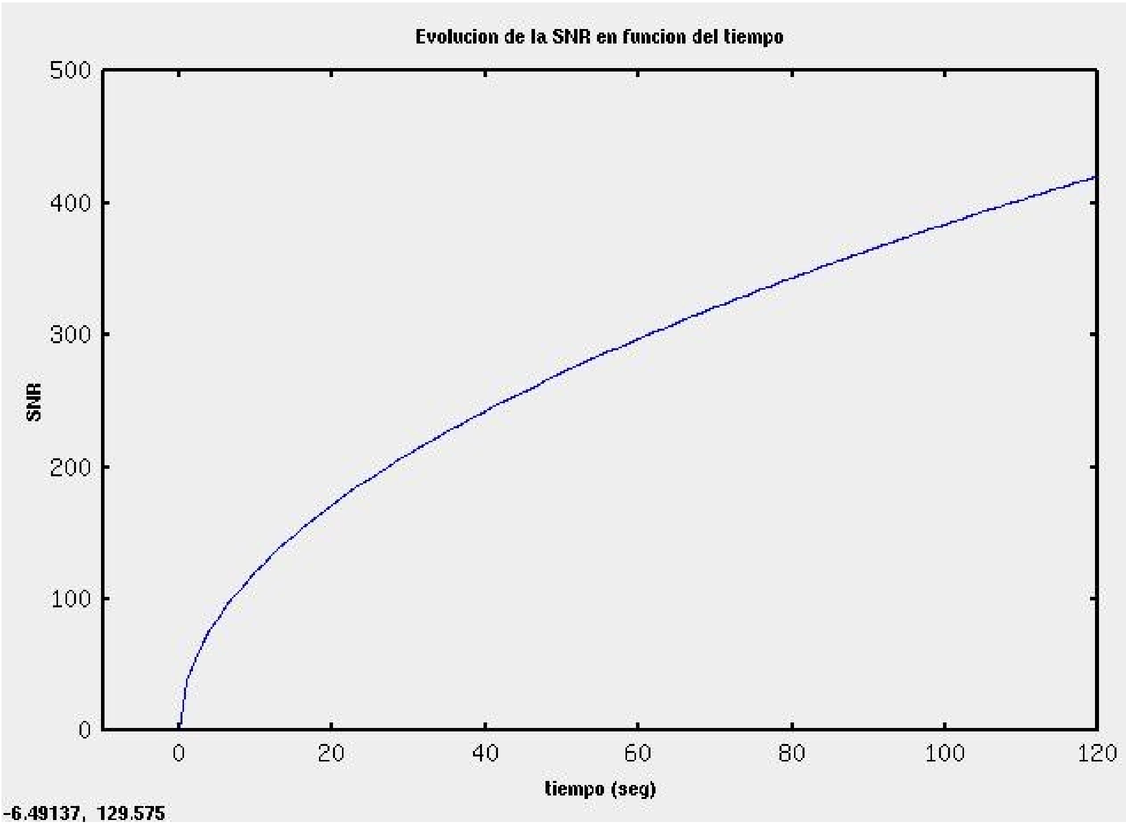

Figura 5.1: Crecimiento de la relación Señal/Ruido (SNR) en función del tiempo (una sola imagen).

Sustituyendo ahora el valor del flujo correspondiente a la señal de la estrella nos queda:

$$SNR(t)=\frac{2901.}{\sqrt{5655.4+\frac{5879}{t}}}\sqrt{t}$$

Así tenemos una expresión de la relación Señal a Ruido (SNR) en función del tiempo. Tras 60 seg de exposición tendremos una relación señal a ruido:

$$SNR(t)= 296.25$$

Tras 120 seg:

$$SNR(t)=38.410\sqrt{120}= 420.76$$

Es decir, en el doble de tiempo de exposición no hemos obtenido el doble de SNR (595.14) sino un valor algo inferior, porque esta no aumenta linealmente con el tiempo, sino cuadráticamente (Figura

5.1).

6. Una estrella brillante en una noche oscura

Veamos ahora que ocurre con la SNR con esta misma estrella si la noche fuera oscura. Supongamos un valor de fondo de cielo de 400 ADUs.

el tiempo de exposición es el mismo

$$t=120\,seg.$$

Y los flujos

$$S_{star}=2901.0\,e^{-}/seg$$

$$S_{sky}=400.\,gain/t=2.0\,e^{-}/seg/\,pixel$$

Sustituyendo los valores en la ec. de la CCD:

$$SNR=\frac{s_{star}}{\sqrt{S_{star}+94.2\,S_{sky}+9.42+\frac{5879}{t}}}\sqrt{t}=\frac{2901.}{\sqrt{2901.+188.4+9.42+\frac{5879}{t}}}\sqrt{t}$$

En esta ocasión, domina el ruido de la propia estrella sobre todos los demás, salvo en tiempos de exposición muy cortos, que el ruido de lectura puede ir ganando protagonismo.

Nota: Tener en cuenta que realmente, en t = 0, la SNR = 0 ya que a medida que el tiempo se aproxime a cero, la forma numéricamente más correcta de esta ecuación es:

$$SNR=\frac{2901.\;t}{\sqrt{2901.\;t+188.4\;t+9.42\;t+5879}}\quad .$$

En realidad estamos usando la otra expresión para que se vea con más claridad la naturaleza cuadrática de la SNR.

El valor de la SNR de esa estrella en una exposición de 120 seg será:

$$SNR=566.41$$

mucho más alta que durante una noche brillante (SNR= 420.76).

La pregunta ahora es ¿Cuánto tiempo de exposición necesitaremos en una noche oscura para que esa estrella tenga una SNR igual a la de la noche brillante con t=120 seg, es decir, para obtener una SNR=

420.76?

Despejar el tiempo de exposición “t” de las expresiones no es cosa trivial. Queda una ecuación de 2º grado cuyos términos son a su vez operaciones entre cada uno de los factores. Veamos si lo podemos ordenar con la mayor claridad posible. Tomando

$$p = N_{ap}\left(1 + \frac{N_{ap}}{N_{an}}\right)$$

$$A = S_{star}^2$$

$$B = \left(S_{star} + p\, S_{sky} + p\, Dark\right)\, SNR^2$$

$$C = p\, r_0^2\, SNR^2$$

y por fín:

$$t = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4\,A\,C}}{2\mathrm{A}}$$

Lo valores son en este caso:

$$N_{ap} = 78.5,\ \ N_{an} = 392.7,\ \ S_{star} = 2901.0\, e^- / seg\, ,\ \ S_{sky} = 2.0\, e^- / seg / pixel\, , r_0 = 7.9\, e^- / pixel$$

$$Dark = 0.1\, e^- / seg / pix\, ,\ \ SNR = 420.76$$

Sustituyendo valores cuidadosamente (salen números muy grandes) obtenemos t = 81.3 seg. Así que para obtener la misma SNR que durante la noche con luna, en lugar de necesitar un tiempo de exposición de 120 seg, solo necesitamos 81.3 seg.

7. Estrellas débiles en cielo brillante

Ahora vamos a ver lo que ocurre con una estrella débil (con pico de 532 ADUs sobre el fondo de la imagen) en un cielo brillante. El software nos da los siguientes datos sobre la misma:

El tiempo de exposición de la imagen es como siempre

$$t = 120\, seg.$$

Y los flujos

$$S_{star} = 13266\, ADUs \cdot gain / t = 66.13\, e^- / seg$$

$$S_{sky} = 34.05\, e^{-} / seg / pixel$$

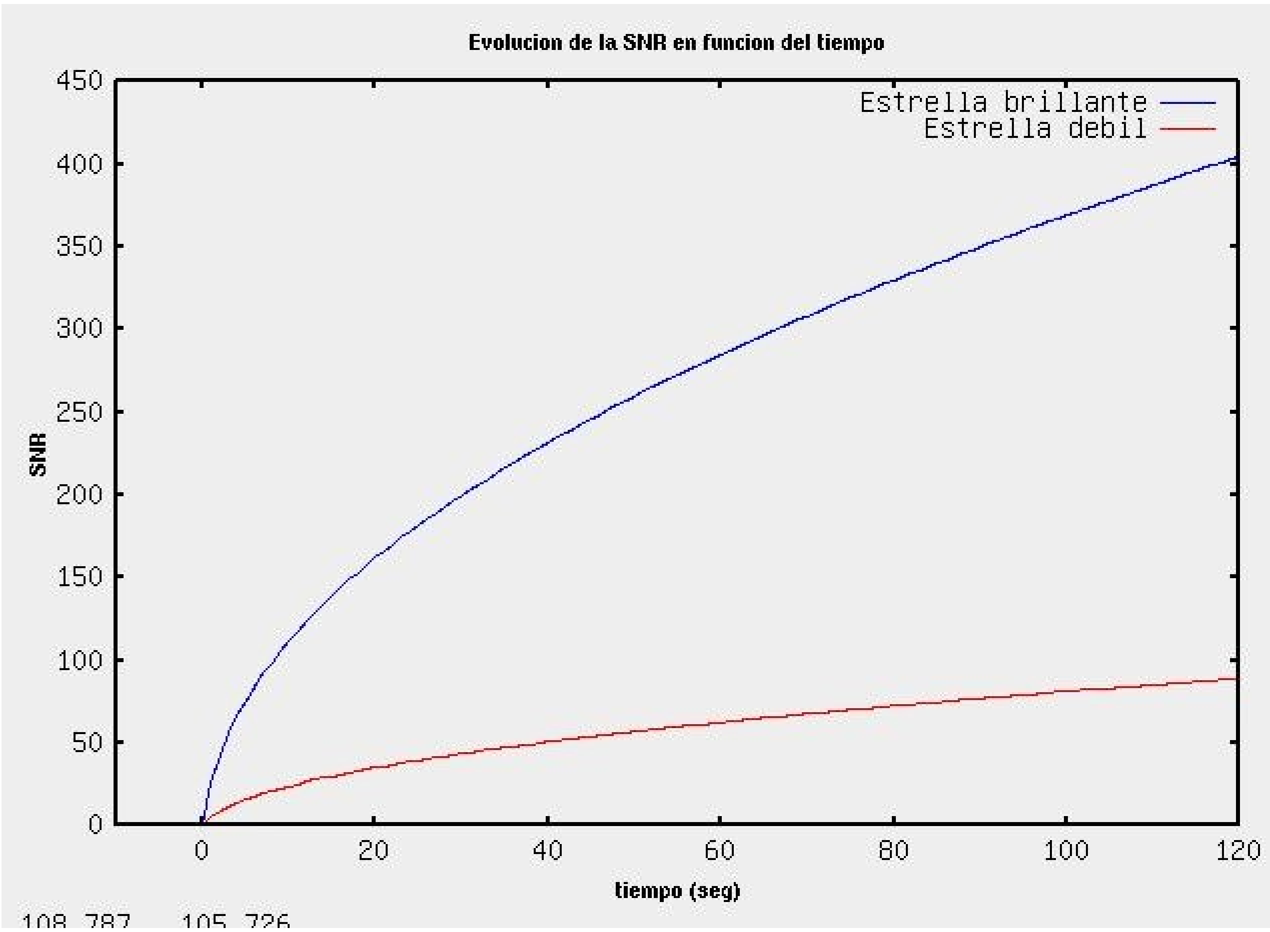

Figura 7.1: Evolución de la relación Señal/Ruido (SNR) con el tiempo de exposición en una misma imagen de una estrella brillante y otra más débil. Vemos como la estrella brillante gana SNR rápidamente al principio para ir creciendo más lentamente después.

Sustituyendo los valores en la ec. de la CCD:

$$SNR = \frac{s_{star}}{\sqrt{S_{star} + 94.2\, S_{sky} + 9.42 + \frac{5879}{t}}} \sqrt{t} = \frac{66.13}{\sqrt{66.13 + 3207.51 + 9.42 + \frac{5879}{t}}} \sqrt{t}$$

Vemos que el ruido está claramente dominado por el fondo de cielo (3207.51 electrones). En cuanto a la contribución del ruido de lectura, a poco que le demos 10 seg de exposición a la imagen se reducirá notablemente (a 587.9 en 10 seg). Puede ser interesante ver como evoluciona la SNR de una estrella brillante y de una estrella débil en la misma imagen y en función del tiempo (Figura 7.1).

8. Combinando imágenes

Considérese esta analogía entre una cámara CCD que captura fotones de un campo de estrellas y un cubo de agua que captura gotas de agua en una lluvia. Tenemos tres cubos de agua expuestos a la misma lluvia. Uno de ellos lo tenemos 10 min recogiendo agua, por poner un ejemplo, y los otros dos los dejamos tan solo 5 min. Si vaciamos uno de los cubos que ha sido expuesto 5 min en el otro del mismo tiempo, deberemos tener la misma cantidad de agua reunida que en el cubo expuesto 10 min. Los píxeles de un chip CCD se comportan igual, solo que recolectando fotones. Tan solo hay una diferencia, que en el momento de la lectura de un chip CCD se añade ruido de lectura. Una vez por lectura. ¿Cómo afecta esto a las imágenes que obtenemos con la CCD? Podemos verlo mediante el modelo que hemos usado hasta ahora. La relación Señal/Ruido de una imagen, resultado de combinar “n” imágenes mediante suma o promedio se puede modelizar con la siguiente expresión:

$$SNR_n = \frac{s_{star}}{\sqrt{S_{star} + N_{ap}\left(1+\frac{N_{ap}}{N_{an}}\right)\left(S_{sky} + Dark\ \cdot + n\ \frac{r_0^2}{t}\right)}}\sqrt{t}$$

donde el tiempo de exposición en esta imagen resultante es la suma de los “n” tiempos de exposición usados en cada una de las imágenes originales. Esto es:

$$t = t_1 + t_2 + \cdots + t_n$$

Si todos los tiempos de exposición han sido los mismos, pongamos, t_i, el tiempo de exposición total será:

$$t = n \cdot t_i$$

En la Figura 8.1 se muestra el crecimiento de la relación Señal/Ruido en dos imágenes de igual tiempo de exposición equivalente. La curva azul corresponde a la imagen tomada en una sola toma y la curva roja corresponde a una imagen resultado de combinar 10 imágenes con tiempo de exposición 10 veces inferior. Se aprecia que al principio, la SNR de la imagen de una sola toma crece bastante más rápido que la de la combinación, pero relativamente pronto, las distancias se mantienen fijas.

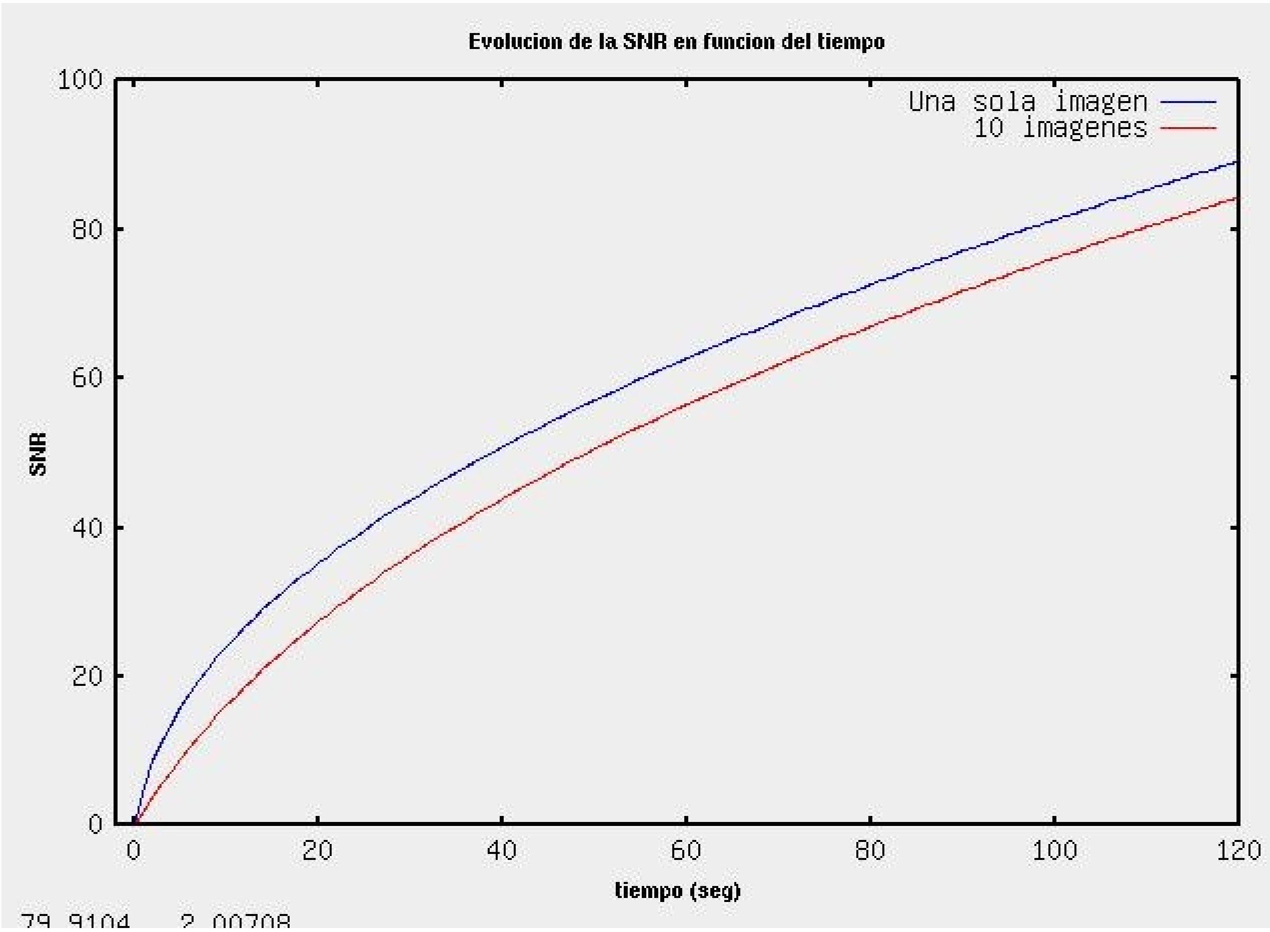

Figura 8.1: Crecimiento comparado de la Relación Señal/Ruido (SNR) de una imagen obtenida en una sola toma con otra imagen resultante de combinar 10 tomas con tiempo de exposición 10 veces inferior.

Una de las mejores formas de comparar dos magnitudes es comprobar la relación entre ambas. De hecho, en este trabajo se está estudiando la relación entre la Señal y el Ruido en una imagen CCD astronómica. Vamos a hacer lo mismo con ambas expresiones de la SNR para una imagen simple y una imagen combinada:

$$\frac{SNR(t)}{SNR_n(t)}=\sqrt{\frac{S_{star}+p\left(S_{sky}+Dark+n\cdot\frac{r_0^2}{t}\right)}{S_{star}+p\left(S_{sky}+Dark+\frac{r_0^2}{t}\right)}}=\sqrt{1+\frac{p\cdot(n-1)\cdot\frac{r_0^2}{t}}{S_{star}+p\left(S_{sky}+Dark+\frac{r_0^2}{t}\right)}}$$

Sobre todo en el último término de la igualdad se ve con mayor claridad que si el tiempo de exposición total es grande, el radicando tiende a acercarse a 1, con lo que $SNR_n(t\rightarrow\infty)=SNR(t\rightarrow\infty)$ como es lógico imaginar porque el efecto del ruido de lectura se ve atenuado al incrementarse la señal (y el ruido) del resto de las fuentes de señal. En la Figura 8.2 se aprecia gráficamente como se aproximan una SNR a la otra para el caso de una combinación de 10 imágenes. Para que la combinación de las imágenes alcance una SNR_n superior al 90% de la SNR de la imagen simple, el tiempo de exposición total debe superar los 60 seg de exposición (10 imágenes combinadas de 6 seg cada una).

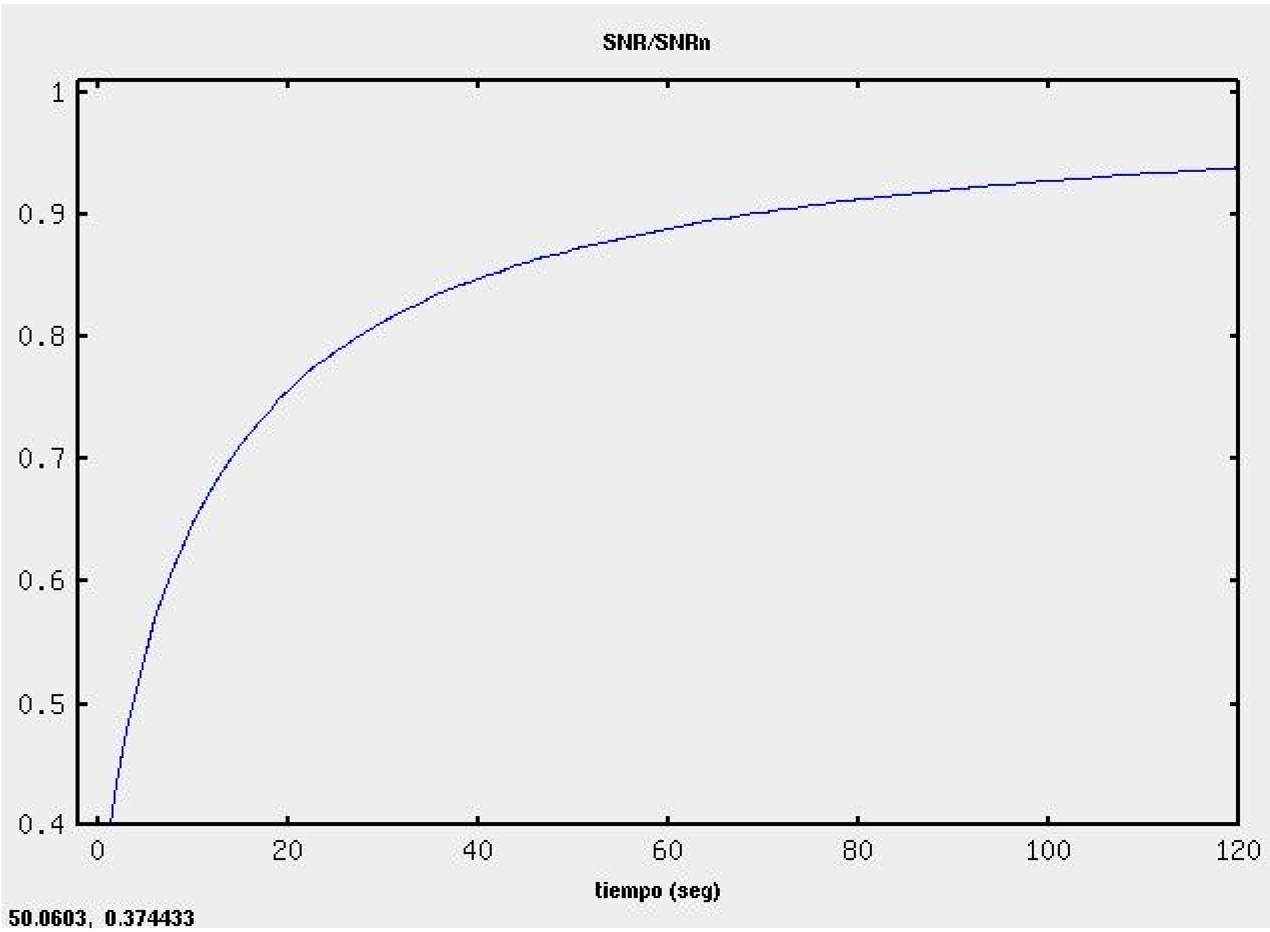

Figura 8.2: Evolución de la relación entre la SNR de una imagen simple frente a una imagen combinada para la combinación de 10 imágenes. La SNR_n de las imágenes combinadas no supera el 90% de la SNR de la imagen simple hasta alrededor de 60 seg de exposición total (10 imágenes de 6 seg).

En conclusión vemos que como cabe esperar, a efectos de la relación Señal/Ruido, es mejor obtener una sola imagen simple que obtener una serie de imágenes para combinarlas. Sin embargo, la ventaja no es tan grande como para que no compense otras ventajas de la combinación de imágenes, como son la posibilidad de descartar imágenes defectuosas (es mejor que se estropee una imagen de 12 seg que no una de 120 seg) o la eliminación de una fuente de ruido importante que no se ha incluido en esta discusión que son los píxeles calientes. Si permitimos que las imágenes se muevan apenas unos pocos píxeles entre exposición y exposición, al combinarlas, los píxeles calientes pueden ser eliminados en el proceso, quedando la imagen más limpia.

9. Estimación de la SNR en función de la magnitud de la estrella

Es posible establecer una relación experimental entre la magnitud de una estrella y el flujo que cabe ser detectado con nuestro equipo (en una configuración concreta: binning, focal, escala, cámara, apertura del telescopio, …). Esta relación se establece con la bien conocida **ecuación de Pogson**:

$$m = m_0 - 2.5\log_{10}(S_{star})$$

Donde S_{star} se expresa como siempre en e^{-}/seg, pero hay una salvedad. Si este valor se obtuvo con una apertura fotométrica dada, el cálculo solo es válido mientras no cambiemos dicha apertura, ya que el flujo detectado de la misma cambiaría. "$\mathbf{m_0}$" es la magnitud de referencia o magnitud cero. Hay que determinarla experimentalmente, y suele encontrarse entre magnitud 20 y 27. Como es de suponer, "m_0" tiene relación directa con la eficiencia cuántica de todo el equipo (telescopio + CCD) y será diferente según el filtro usado. Además, siendo rigurosos habría que compensar el flujo detectado de extinción atmosférica, pero como tan solo queremos obtener una estimación dentro de unos rangos razonables, no tenemos por qué complicarnos la vida. Para determinar "m_0" obtenemos una imagen de un campo estelar conocido (del que tengamos la magnitud de cada estrella). Con el software oportuno, obtenemos el valor de S_{star} de una de las estrellas tal como hemos visto en apartados anteriores. Comprobamos la magnitud de la estrella en el catálogo que tengamos a mano y obtenemos un valor de "m_0" con la fórmula:

$$m_0 = m + 2.5\log_{10}(S_{star})$$

Convendría repetir el proceso con un puñado de estrellas (entre 10 y 20). Obtenemos el valor de la media y le asignamos el resultado a "m_0". En mi caso, obtuve un valor

$$m_0 = 21.85\,mag$$

Despejando el flujo "S_{star}" de las fórmulas anteriores podemos obtener el flujo que cabría esperar para una estrella en función de la magnitud. La fórmula quedaría así:

$$S_{star} = 10^{\frac{m_o - m}{2.5}}$$

En la Figura 9.1 se muestra la gráfica de esta función junto a los datos experimentales.

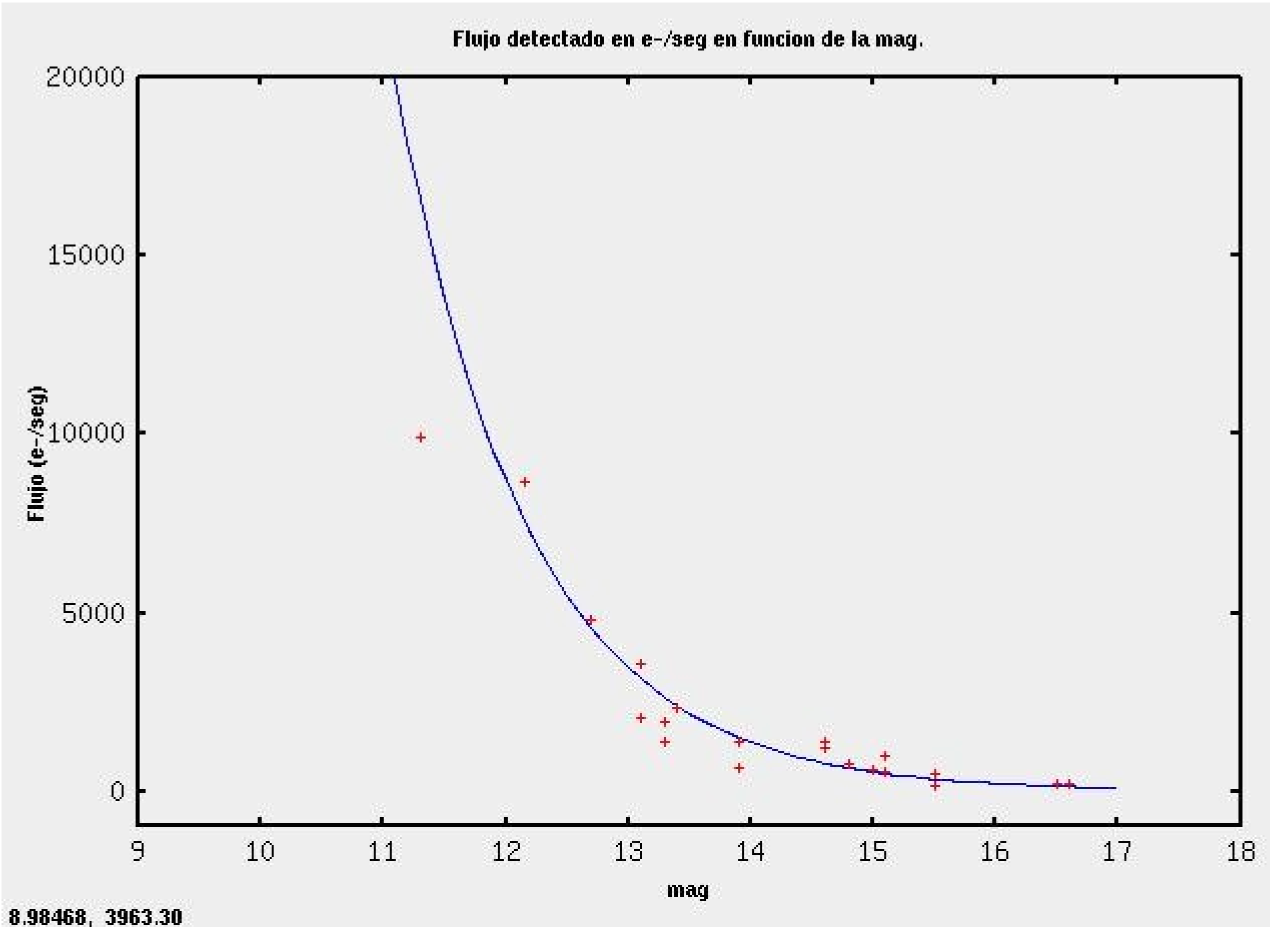

Figura 9.1: Flujo detectable de una estrella en función de la magnitud, con m_0 = 21.85 mag. Las cruces rojas representan los valores experimentales obtenidos con 20 estrellas en una imagen, con las que se obtuvo el valor de "m_0".

Ejercicio 9.1: *¿Qué tiempo de exposición es necesario para obtener una SNR = 10 con una estrella de magnitud 19 en un cielo brillante? Repetir para una estrella de magnitud 20.*

Tomamos los datos que hemos usado con anterioridad:

$$N_{ap}=78.5,\ \ N_{an}=392.7,\ \ S_{sky}=29.120\, e^{-}/seg/pixel\ ,\, r_0=7.9\, e^{-}/pixel$$

$$Dark=0.1\, e^{-}/seg/pix\ ,\ \ SNR=10,\ \ m_0=21.85\, mag$$

Obtenemos primero S_{star}:

$$S_{star}=10^{\frac{m_o-m}{2.5}}=10^{\frac{21.85-19}{2.5}}=10^{\frac{2.85}{2.5}}=10^{1.14}=13.837\,e^{-}/seg$$

Así que

$$S_{star}(m=19)=13.837\,e^{-}/seg$$

Ahora, usando las siguientes expresiones obtenidas en un apartado anterior:

$$p=N_{ap}\left(1+\frac{N_{ap}}{N_{an}}\right)=94.192$$

$$A=S_{Star}^{2}=191.48$$

$$B=\left(S_{star}+p\,S_{sky}+p\,Dark\right)SNR^{2}=2.7661\mathrm{e}{+5}$$

$$C=p\,r_0^2\,SNR^2=5.8785\mathrm{e}{+5}$$

y por fín:

$$t=\frac{B+\sqrt{B^2+4\,A\,C}}{2\mathrm{A}}=1446.8\,seg=24.113\,min$$

Así que para obtener una imagen de una estrella de magnitud 19 en un cielo relativamente brillante con este equipo necesitamos una exposición de poco más de 24 minutos (o una serie de ellas que sumen en total 24 min).

Para una estrella de mag 20 en las mismas condiciones:

$$S_{star}(m=20)=5.5088\,e^{-}/seg$$

y repitiendo los cálculos se obtiene un tiempo de exposición de 9089.7 seg = 2h 31min.

Escalar una magnitud supone una inversión de tiempo muchísimo mayor.

Ejercicio 9.2: *Repetir los cálculos del ejercicio 9.1 con un cielo oscuro.*

Para el cielo oscuro, tomamos un flujo $S_{sky}=5.0\,e^{-}/seg/pixel$

y usamos los mismos datos anteriores:

$$N_{ap}=78.5,\ \ N_{an}=392.7,\ \ r_0=7.9\,e^-/\,pixel$$

$$Dark=0.1\,e^-/seg/\,pix\,,\ \ SNR=10,\ \ m_0=21.85\,mag$$

Para una estrella de magnitud 19 tenemos:

$$S_{star}(m=19)=\ 13.837\,e^-/seg$$

Y el tiempo de exposición sale: t = 269.5 seg = 4.49 min.

Para una estrella de magnitud 20 tenemos:

$$S_{star}(m=20)=\ 5.5088\,e^-/seg$$

Y el tiempo de exposición sale: t = 1613.1 seg = 26.89 min. Un tiempo bastante más asequible que en el caso anterior.

En este último ejemplo vemos que un cielo brillante afecta muchísimo más a una estrella de magnitud 20 que a una de magnitud 19. Y la cosa empeora con magnitudes sucesivamente mayores ¡¡!!.

10. Brillo de cielo

Desde luego, si podemos expresar un flujo de una estrella como magnitud, también podemos expresar el flujo del brillo de cielo como una magnitud. La única peculiaridad es que se debe expresar en mag/arcsec^2. Por tanto, necesitamos saber previamente la escala que nos proporciona el equipo en arcsec/pixel. Si esta escala es l_x x l_y arcsec/pixel, el área de un pixel en arcsec^2 viene dado por:

$$s_p=l_x\cdot l_y\ \ \text{arcsec}^2.$$

En mi caso, $l_x=l_y=0.64756\,arcsec/\,pixel$

y

$$s_p=l_x\cdot l_y\ =\ 0.4193\,arcsec^2$$

El brillo del cielo por arcsec^2 viene dado por:

$$S_{Sky\,,arcsec}=\frac{S_{Sky}}{s_p}$$

En el caso del cielo brillante, $S_{Sky} = 29.120\, e^- / seg / \, pixel$

$$S_{Sky\,,arcsec} = \frac{S_{Sky}}{s_p} = \frac{29.120}{0.4193} = 69.443\, e^- / seg / arcsec^2$$

La magnitud asociada a este flujo sería:

$$m_{sky} = m_0 - 2.5 \log_{10}\left(S_{sky\,,\,arcsec}\right)$$

con $m_0 = 21.85$ mag, se obtiene:

$$m_{sky} = 17.3\, mag$$

11. Magnitud límite

Generalmente se entiende por "magnitud límite" la magnitud de la estrella más débil detectable en una imagen CCD. También se puede referir a la magnitud de la estrella más débil de la que se pueda obtener un dato concreto fiable o dentro de unos márgenes máximos de error. En cualquier caso, la respuesta puede ser dada a partir de las ecuaciones y conceptos que se han tratado en este documento.

En esta ocasión veremos la magnitud límite para la detectabilidad. Se suele tomar como límite de detectabilidad la SNR = 3, entendiéndose que una estrella que aparezca en una imagen con SNR < 3, se confunde con el ruido general del brillo de fondo deSN la imagen. Sin embargo, a efectos prácticos no se puede hacer nada con una estrella tan débil a menos que tenga, por lo menos, una SNR > 5. Además, como hemos visto a lo largo de este texto, la SNR depende del tiempo de exposición, por lo que la magnitud límite aumenta lentamente con el tiempo de exposición de la imagen. No hay un tiempo establecido para determinar la magnitud límite, así que dejaremos expresada la ecuación en función del tiempo y luego se verán uno o dos casos concretos.

En primer lugar calcularemos el valor del flujo que correspondería a una SNR = 3, para ello debemos despejar S_{sky}. Para que la expresión quede lo más simplificada posible usaremos los siguientes parámetros:

$$p = N_{ap}\left(1 + \frac{N_{ap}}{N_{an}}\right)$$

$$A = p\, r_0^2$$

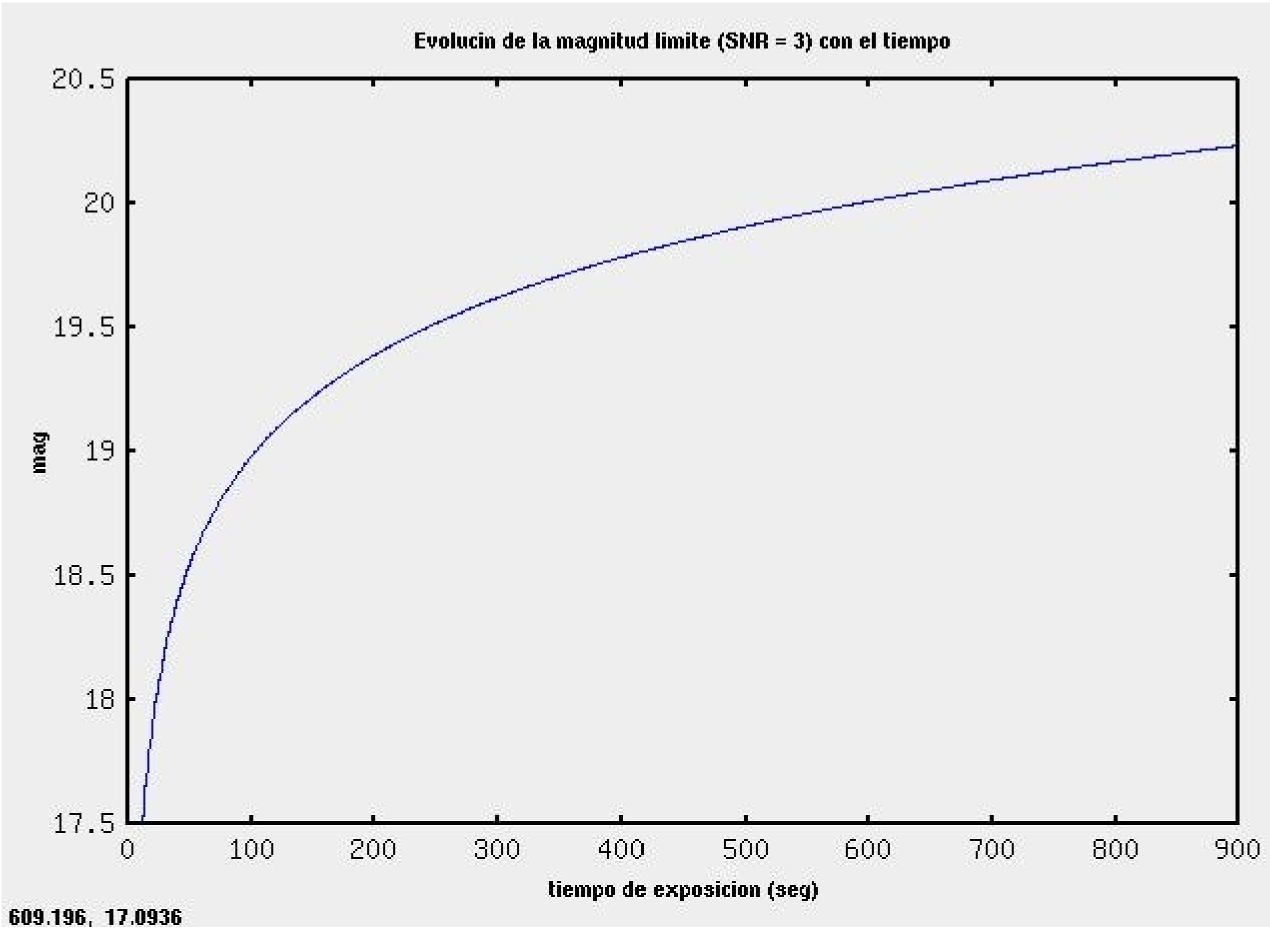

Figura 11.1: Crecimiento de la magnitud límite con el tiempo de exposición con SNR= 3.

$$C = p\left(S_{Sky} + Dark\right)$$

La expresión para el flujo queda:

$$S_{Star}\left(t, SNR\right) = \frac{SNR^2 + SNR\sqrt{SNR^2 + 4Ct + 4A}}{t}$$

Una vez que tenemos S_{star} la magnitud límite se obtiene con la expresión:

$$m = m_0 - 2.5\log_{10} S_{Star}$$

Lo aplicamos a un caso de ejemplo

$$N_{ap} = 78.5,\quad N_{an} = 392.7,\quad r_0 = 7.9\, e^- / pixel$$

$Dark = 0.1\, e^{-} / seg / pix\,,\quad SNR = 3,\quad m_0 = 21.85\, mag$

Los resultados se muestran para el caso de una noche relativamente oscura en la Figura 11.1. Son necesarios casi 600 seg de exposición para alcanzar la mag 20.

12. Bibliografía y enlaces recomendados:

"Handbook of CCD Astronomy", Steve B. Howell, Cambridge Observing Handbooks for Research Astronomers.

"*An Introduction to Astronomical Photometry Using CCDs*", (pdf), W. Romanishin, University of Oklahoma.

"*Astronomy with Charge Coupled Devices*", Astronomical Instrumentation & Data Analysis Course. Rolf Jansen, Arizona State University.

"CCD Observing Manual", AAVSO.

"*The IDA Worldwide project for CCD Amateur Measurements of Night Brightness*", Pierantonio Cinzano, International Dark-Sky Association.