Université de Nice Sophia-Antipolis
Formation Doctorale “Sciences fondamentales et appliquées”
Observatoire de la Côte d’Azur/Département CERGA

THESE

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences

de l’Université de Nice - Sophia Antipolis

Discipline : Sciences de l’Univers

présentée par

Sandrine LEFEBVRE

Déformées solaires : diamètre et structure interne

-

Simulations en vue d’intercomparer les données sol et espace

Soutenue le 8 décembre 2003 au CERGA devant le jury composé de :

M. Albert Bijaoui	Observatoire de la Côte d’Azur (Nice)	Président du jury
M. Lucio Paternò	Université de Catane (Italie)	Rapporteur
M. Richard Muller	Observatoire Midi-Pyrénées (Tarbes)	Rapporteur
M. Jean-Pierre Rozelot	Observatoire de la Côte d’Azur (Grasse)	Directeur de thèse
M. Antoine Mangin	ACRI (Sophia-Antipolis)	Examinateur
M. Bernard Gelly	Université de Nice Sophia-Antipolis (Nice)	Examinateur

Remerciements

En février 2000, je débutais mon aventure en astrométrie solaire par mon stage DEA/Ingénieur sous la direction de Jean-Pierre Rozelot. Ensuite, grâce à son appui et celui de l'équipe solaire, je commençais ma thèse en octobre 2000 toujours sous sa direction. C'est donc la première personne que je tiens à remercier. Grâce à son aide, sa patience et ses encouragements, j'ai beaucoup appris pendant ces quatre années. Il m'a aussi, peu à peu, fait connaître dans la communauté scientifique en me faisant rencontrer des personnes qui m'ont beaucoup apporté ou m'apporteront beaucoup dans ma future carrière. Je remercie aussi tous les autres membres de l'équipe métrologie solaire pour leur intérêt pour mon travail. Merci aussi à Antoine Mangin de l'entreprise ACRI à Sophia-Antipolis qui m'a parrainé et a suivi mon travail tout au long de ces trois années de thèse.

Je remercie aussi l'ensemble de l'observatoire de la Côte d'Azur et toutes les personnes que j'ai pu rencontrer et avec lesquelles les relations ont toujours été très agréables. Bien sûr, je ne peux énumérer tout le monde mais pour n'en citer que quelques uns : Florent, David, Joëlle, Armando, Gilles, Pierre et Anny, Robert et les autres avec lesquels j'ai partagé de très agréables moments pendant le travail mais aussi en dehors avec tous mes amis de pétanque, de volley, de fléchettes... Ces mêmes amis étaient aussi là dans les moments de doute pour m'encourager et me « remonter le moral ». Merci à toutes les personnes du service informatique qui ont su résoudre les problèmes que j'ai pu rencontrer. Enfin, un grand merci général à toutes les personnes qui m'ont au moins une fois servi de « taxi » pour me ramener chez moi.

Merci aussi à toute l'équipe PICARD avec laquelle j'ai eu des discussions fructueuses et dont j'ai appris beaucoup de choses et l'importance de travailler en équipe dans un projet aussi vaste.

Je suis très reconnaissante envers les rapporteurs qui ont bien accepté de référer ma thèse ainsi que tous les membres du jury.

Enfin, je terminerai par remercier les personnes qui me sont les plus chères : mes parents et ma petite soeur, toujours présents dans les moments de doute même s'ils étaient éloignés de moi, et Didier, devenu mon mari, qui a bien accepté de me suivre à Grasse et qui m'a supportée pendant ces trois années, dans les bons moments mais aussi les mauvais, d'autant plus qu'il continue à me suivre dans ma carrière et cette fois-ci bien loin de la France.

Table des matières

Remerciements **3**

Introduction **9**

1 Bases observationnelles de la mesure de la forme du Soleil **13**
1.1 Intérêt de la mesure de la forme du Soleil . . . 13
1.2 La mesure du diamètre solaire et ses variations . . . 14
1.2.1 Les mesures anciennes du diamètre solaire . . . 14
1.2.2 Les séries modernes du diamètre solaire . . . 14
1.2.3 La variabilité temporelle . . . 15
1.2.4 La variabilité latitudinale . . . 17
1.3 Facteurs affectant la précision des observations au sol . . . 19
1.3.1 Le problème de la turbulence atmosphérique . . . 19
1.3.2 La sensibilité aux conditions météorologiques . . . 19
1.4 La future mission spatiale PICARD . . . 19
1.4.1 Objectifs scientifiques de la mission . . . 20
1.4.2 La synergie sol-espace développée autour de cette mission . . . 21
1.5 Les relations internationales . . . 24
1.5.1 Le réseau PSPT (HAO, OAR and SPO) . . . 24
1.5.2 Le programme International Living With a Star (ILWS) . . . 25
1.6 Conclusions . . . 25
1.7 Publications . . . 25

2 Le programme MIRESOL **43**
2.1 Les objectifs scientifiques . . . 43
2.1.1 Pourquoi une telle instrumentation ? . . . 43
2.1.2 Le problème de la détection automatique des rayons “contaminés” . . . 43
2.2 Description de l’instrumentation . . . 43
2.3 Les images . . . 44
2.3.1 Longueurs d’onde d’observation . . . 44
2.3.2 L’acquisition et le prétraitement des images . . . 44
2.3.3 Type d’image MIRESOL . . . 45
2.4 Expérience de calibration . . . 46
2.4.1 Pourquoi une telle expérience ? . . . 46
2.4.2 Schéma de l’expérience . . . 48

2.4.3 Comparaison des limbes des images du Soleil et celles de calibration . . 48
2.4.4 Choix des méthodes de détection du point d'inflexion 49
2.5 L'algorithme de détection automatique des taches et des facules au limbe solaire 51
2.5.1 Introduction 51
2.5.2 L'Analyse Spectrale Singulière : principe 52
2.5.3 Utilisation de la SSA pour détecter les taches et les facules au limbe solaire 53
2.5.4 Algorithme de détection des taches et facules 54
2.5.5 Sensibilité de la méthode 60
2.6 Intégration de MIRESOL dans la synergie sol-espace 60
2.6.1 Campagne d'observations à l'observatoire du Pic du Midi 60
2.6.2 Campagne d'observations à l'Observatoire de Rome 61
2.7 Conclusions et perspectives 63
2.8 Publications 63

3 Modélisation théorique de la forme du Soleil en surface 81
3.1 Introduction 81
3.1.1 Intérêt de l'étude 81
3.1.2 Les différentes approches entreprises 81
3.2 La théorie des Figures 82
3.2.1 Le principe de base 82
3.2.2 Le calcul du potentiel gravitationnel 82
3.2.3 Le calcul du potentiel centrifuge 83
3.2.4 Le calcul des moments gravitationnels 84
3.2.5 Conclusions et perspectives 86
3.3 La théorie du « vent thermique » 86
3.3.1 Les hypothèses de base 86
3.3.2 Etablissement de l'équation du vent thermique 87
3.3.3 Relation avec les variations latitudinales du rayon 89
3.3.4 Résultats et interprétations 90
3.3.5 Conclusions et perspectives 93
3.4 Publications 95

4 Le lien manquant entre les variations du diamètre solaire et le climat de la Terre 155
4.1 Comparaison des variations du diamètre solaire avec la température globale de la Terre 155
4.1.1 Les données disponibles 155
4.1.2 Comparaison des deux jeux de données climatique et solaire 155
4.2 Comparaison des variations de l'irradiance solaire avec la température de la Terre 156
4.2.1 Résultats 156
4.2.2 Conclusion 158
4.3 Influence de la variabilité du rayon solaire sur la modélisation de l'irradiance . . 158
4.3.1 Variations temporelles du rayon 159
4.3.2 Variations latitudinales de forme 160
4.3.3 Conclusions 163

4.4 Questions ouvertes 164
4.5 Publications 164

Conclusion générale et perspectives **196**

Annexes **201**

A Le Nouveau Chapitre de Thèse : valorisation des compétences **203**

B Description de la technique d'analyse de la SSA **209**

C Les polynômes de Legendre **211**

Liste des publications et des communications relatives à cette thèse **213**

Table des figures **217**

Liste des tableaux **219**

Bibliographie **221**

Introduction

La forme du Soleil

La question de l'aplatissement solaire a fasciné les astronomes à la fin du 19ème siècle. On pensait en effet à l'époque pouvoir expliquer ainsi l'avance observée du périhélie de Mercure. Avec la percée de la Relativité Générale, ce point est quelque peu tombé dans l'oubli, disons jusqu'aux années 1966 et au-delà, date à laquelle Dicke reprend l'idée qu'un aplatissement solaire important peut expliquer des théories alternatives à la Relativité Générale. Un regain d'intérêt s'ensuit en 1996, date à laquelle Rösch et ses collaborateurs obtiennent pour la première fois des valeurs observationnelles précises, confortées aux USA par des mesures ballon effectuées par Lydon et Sofia (1996). Un peu plus tard, l'étude théorique allait être reprise sur des bases modernes par Armstrong et Kuhn (1999), et par notre équipe au CERGA. Le travail récent de celle-ci permet d'avancer que *la surface libre du Soleil n'est pas un sphéroïde parfait*. Cette thèse s'inscrit dans ce travail et apporte une contribution originale à l'étude de la forme globale de l'astre et des « mystères » des déformées solaires.

Analogie Terre/Soleil

Le Soleil est au premier ordre une sphère gazeuse en équilibre hydrostatique et en rotation lente. Du fait de celle-ci, comme dans le cas de la Terre et des autres planètes, il subit un aplatissement géométrique. En ce qui concerne la Terre, la différence entre les rayons équatorial et polaire est de l'ordre de 20 km pour un rayon moyen de 6400 km environ soit un aplatissement de l'ordre de $3\ 10^{-3}$. Pour le Soleil, cet aplatissement est encore assez mal connu, car si celui-ci est assez facile à calculer dans le cas d'une rotation rigide (c'est la cas de la Terre en première approximation), il l'est beaucoup moins dans le cas d'une rotation différentielle. Actuellement, l'aplatissement du Soleil peut être donné comme égal à $(8.33 \pm 1.87)\ 10^{-6}$. Cette valeur, déduite de notre article (Rozelot *et al.*, 2001), également discutée dans le paragraphe 3.2.4, est petite mais significative, ce qui en fait tout son intérêt en astrophysique, par exemple pour préciser les mouvements orbitaux des planètes.

Revenons à la Terre pour pousser plus loin l'analogie. Depuis quelques années déjà, plusieurs satellites se sont succédés pour mesurer avec une très grande précision la forme de la Terre, autrement dit le *géoïde* terrestre. L'intérêt de ces mesures est de pouvoir relier une géométrie de surface à la physique de phénomènes juste sous la surface comme par exemple les distributions de masse. La *géodésie* apporte, en plus de la sismologie, une meilleure connaissance de la structure de la croûte terrestre (quelques dizaines de km). Et aujourd'hui, la forme du géoïde est connue avec une grande précision (jusqu'à des longueurs spatiales de quelques centaines de km), donnée par celle des mesures satellitaires, mais aussi celle des mesures sol qui contribuent à une meilleure définition du géoïde local. On peut de la même manière que

pour la Terre, proposer le terme d'*hélioïde* à la forme globale du Soleil, en réservant ce terme à une équipotentielle dont la valeur ϕ_0 sera définie par une constante (voir chapitre 3). Ce terme, pour la première fois introduit par J. Rösch en 1969, illustre l'idée que le Soleil peut être déformé par des processus physiques internes ou sous-surfaciques (jusqu'à environ 500 km de profondeur, cette zone est encore mal connue). Ces déformations sont liées à différents paramètres de la physique solaire qui présentent des variabilités à la fois latitudinales et temporelles ; à ce titre le fait de mesurer précisément la forme du Soleil devient complémentaire de l'héliosismologie. De plus, j'ai envie ici d'employer le terme d'*héliodésie*, car c'est vraiment la mesure précise de la forme du Soleil que l'on désire obtenir. Ce sera chose faite dans un proche avenir au moyen de futures missions, PICARD en ce qui nous concerne.

Les enjeux physiques et les conséquences astrophysiques

La forme et la taille du Soleil, ainsi que leurs éventuelles variations, sont des problèmes d'une importance fondamentale non seulement en physique solaire, mais aussi dans d'autres domaines scientifiques, par exemple en ce qui concerne les relations Soleil-Terre. Les différentes raisons justifiant une détermination précise de la forme du Soleil peuvent se résumer ainsi (Rozelot *et al.*, 2001) :

1. Si les distributions de masse et de densité d'un astre (qui sont initialement à symétrie sphérique) sont connues, on peut ensuite déterminer la configuration entière de ce corps à partir d'une loi de rotation interne : c'est *la détermination de la géométrie solaire à partir de sa physique*. Réciproquement, les petits écarts à la sphéricité peuvent être utilisés pour sonder les processus physiques sous-jacents gouvernant l'intérieur solaire : c'est *la détermination de la physique du Soleil à partir de sa géométrie*. Ces deux approches expliquent l'intérêt croissant de la mesure exacte de l'hélioïde.

2. Les développements successifs de l'héliosismologie ont amené les théoriciens solaires à améliorer les paramètres d'entrée de leurs modèles. Ces paramètres sont principalement la masse, le rayon, la luminosité, l'âge et la fraction de masse des éléments lourds. Pour l'instant, d'autres paramètres, comme les moments gravitationnels multipolaires (calculés par exemple à partir de la connaissance de la forme du Soleil), sont rarement introduits, car ils sont connus avec une précision insuffisante. D'autre part, les quantités utilisées (telles que la luminosité ainsi que le rayon) dans les modèles peuvent varier sur des échelles de temps relativement courtes, et jusqu'à présent, cela n'a jamais été pris en compte.

3. La détermination précise des orbites planétaires nécessite la connaissance des moments gravitationnels J_n du Soleil, donc de sa forme. Une des conséquences majeures d'un aplatissement dynamique du Soleil est une variation séculaire des éléments orbitaux des planètes, laquelle n'est pas négligeable (Burša, 1986). Celle-ci est en fait toujours approchée dans le calcul des éphémérides des corps célestes. De plus, sans la détermination précise du moment quadrupolaire J_2, la contribution relativiste de la ligne des apsides des orbites des planètes reste assez incertaine (Bois et Girard, 1999).

4. Dans le formalisme de la théorie relativiste « paramétrisée post-newtonienne » (dite PPN), la prédiction de l'avance du périhélie par période orbitale est reliée au paramètre λ_p, lui-même directement lié au moment quadrupolaire solaire (Pireaux et Rozelot, 2003).

Les observations directes de la forme du Soleil sont très difficiles à réaliser et présentent un défi très intéressant à relever : la détection de quelques dizaines de kilomètres sur un rayon solaire de 700 000 km requiert, tant au sol que dans l'espace, des instruments fiables et sophistiqués. Le microsatellite PICARD, prévu pour un lancement en 2007-2008 a justement parmi ses objectifs principaux, la mesure précise de la forme du Soleil, à une précision astrométrique, ici de l'ordre de la milliseconde d'arc (soit environ 725 m sur le Soleil).

Le travail entrepris : contexte et objectifs

Cette thèse est au cœur des recherches portant sur les mécanismes physiques qui affectent le Soleil en surface et sous-surface proche (dans une moindre mesure plus en profondeur) ; elle concerne plus particulièrement les points 1 et 2 précédemment décrits. Un grand nombre de travaux sur la forme globale du Soleil ont déjà été menés. Rappelons brièvement que les premières études concernant les paramètres de forme du Soleil datent des années 60-70 par Dicke et Goldenberg (1967 et 1974), par Lieske et Null (1969) et par Hill et Stebbins (1975). A cause d'une trop grande dispersion dans les résultats obtenus, l'intérêt pour le calcul de ces paramètres a diminué au fil du temps jusque dans les années 1990 où l'émergence de nouveaux instruments a de nouveau suscité l'intérêt de la communauté scientifique. Citons ainsi Maier *et al.* (1992), Lydon and Sofia (1996), Rösch *et al.* (1996), Rozelot et Rösch (1997), Kuhn *et al.* (1998), Paternó *et al.* (1996), Rozelot et Bois (1998), Pijpers (1998) ou Godier et Rozelot (1999 et 2000). Tous ces auteurs s'accordent maintenant sur l'ordre de grandeur de ces paramètres de forme. Cependant, il restait un très gros travail de précision à fournir.

La démarche de cette thèse est originale. Habituellement, selon des affinités plutôt théoriques ou plutôt observationnelles, on s'intéresse plus, dans le premier cas, à la théorie en demandant aux observateurs d'en vérifier les conséquences (exemple célèbre de la découverte de Neptune par Le Verrier), ou, dans le second cas, de l'adapter pour trouver le meilleur ajustement aux données d'observation. Ici, je suis partie de la démarche suivante : nous disposons de mesures avec lesquelles on observe un phénomène particulier encore non expliqué (la variabilité latitudinale du demi-diamètre apparent du Soleil), et j'ai essayé de construire une théorie qui puisse expliquer les observations.

Le *premier chapitre* est un récapitulatif actualisé des bases observationnelles dont on dispose au niveau de la mesure du diamètre solaire et de la forme du Soleil. En particulier, je développerai les résultats obtenus à l'observatoire du Pic du Midi au moyen de l'héliomètre à balayage dédié à la mesure du diamètre solaire dans toutes les directions héliographiques. J'expliquerai comment ces résultats s'insèrent dans la synergie sol-espace déployée autour de la mission PICARD, dont je donnerai quelques caractéristiques. Ces observations s'inscrivent dans l'effort de précision que l'on cherche à atteindre.

Toujours dans ce cadre, le *deuxième chapitre* est consacré à la mise en place de l'instrumentation MIRESOL, entièrement dédiée à la mesure et l'identification des régions actives au limbe solaire : le but ultime est de mettre au point un algorithme de détection automatique de ces régions au limbe. En effet, toujours par souci d'améliorer la précision des mesures de diamètre solaire, il convient de tenir compte de toutes les sources possibles de contamination au limbe qui pourraient fausser l'évaluation réelle du diamètre solaire. Cet algorithme sera un

des outils essentiels de traitement des futures données PICARD.

Le *troisième chapitre* de ma thèse s'inscrit dans le contexte de l'effort théorique pour l'explication des distorsions solaires observées en surface. Deux approches ont été entreprises :

- La première a consisté à une amélioration de la théorie des Figures en incluant une rotation différentielle qui permet le calcul *analytique* du potentiel centrifuge.
- La seconde approche a été la plus innovante : elle a consisté à élaborer, à partir de l'équation dite du « vent thermique », bien connue des atmosphériciens terrestres mais appliquée ici au cas solaire, une théorie capable de reproduire en partie les déformées solaires latitudinales observées.

Le *quatrième* et dernier chapitre présente des résultats sur le lien éventuel entre la variabilité du Soleil et les changements climatiques terrestres. Il constitue plus un chapitre de perspectives et les résultats décrits, notamment sur la relation entre les variations du diamètre solaire et celles de la température globale de la Terre, permettent de lister un certain nombre de questions encore très ouvertes.

Enfin, je conclurai en mettant en avant les perspectives futures de ce travail, notamment au niveau des prochaines collaborations internationales envisagées.

Chapitre 1

Bases observationnelles de la mesure de la forme du Soleil

Au cours de ce chapitre, je montrerai d'abord l'intérêt de mesurer précisément la forme du Soleil et son évolution, non seulement pour la physique solaire mais également pour les relations Soleil-Terre (section 1.1). Je décrirai ensuite les différentes mesures du diamètre solaire, en rappelant les mesures anciennes, puis en m'attardant sur les mesures modernes, notamment en explicitant les variations observées aussi bien temporelles que latitudinales (section 1.2). Les observateurs sont conscients des différents facteurs[1] externes qui affectent la précision de leurs mesures : les plus importants de ces facteurs sont décrits dans la section 1.3. Enfin, mon travail s'insère dans le cadre de la future mission PICARD ; je rappellerai ses objectifs principaux ainsi que la synergie sol-espace développée autour de cette mission dans la section 1.4. La section 1.5 replacera la thèse dans son contexte international avec le développement de plusieurs collaborations notamment dans le cadre du réseau PSPT (Precision Solar Photometric Telescope).

1.1 Intérêt de la mesure de la forme du Soleil

Les modèles solaires de structure interne reposent sur un certain nombre d'équations de base : les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, une équation d'état et une équation régissant les équilibres chimiques. Ces modèles, souvent développés sous l'hypothèse d'une symétrie sphérique ou cylindrique, prennent en compte la rotation à grande échelle, mais les inhomogénéités à petite échelle sont rarement considérées. Bien sûr, grâce à l'héliosismologie, la connaissance de l'intérieur solaire et par conséquent, l'amélioration des modèles d'évolution solaire, ont fait une avancée spectaculaire. Cette technique a cependant ses limites. Par exemple, elle est imprécise pour les couches juste sous la surface solaire et aux pôles (Di Mauro, 2003). C'est pourquoi l'étude des déformées solaires en surface et juste sous la surface peut être proposée comme une méthode complémentaire à l'héliosismologie. En effet, en mesurant avec précision le diamètre solaire dans toutes les directions héliographiques et dans plusieurs longueurs d'onde déterminées, on peut arriver à sonder la surface et les couches sous-surfaciques et réaliser ainsi une tomographie en trois dimensions. En tout cas, c'est ce que l'on souhaite faire, du moins en partie, avec le futur microsatellite PICARD. Ainsi, on aura une bonne vision de ce qui se passe juste sous la surface solaire pour mieux comprendre les phénomènes actifs rencontrés sur le Soleil, tels que l'apparition des taches et des facules, les phénomènes éruptifs (protubérances, etc.). Notamment, nous

[1] Le terme de « biais » souvent repris dans le cas des facteurs atmosphériques est impropre car le biais est une erreur constante déterministe, qui n'affecte pas la précision des mesures, mais son exactitude.

soupçonnons l'existence d'une fine couche de transition (zone convective/zone radiative) juste sous la surface, dénommée *leptocline*[2] (Godier and Rozelot, 1999) où les déformées solaires pourraient puiser leur origine.

Avant de traiter la question d'un point de vue théorique, il est nécessaire de s'attarder un moment sur les mesures historiques et contemporaines du diamètre solaire.

1.2 La mesure du diamètre solaire et ses variations

1.2.1 Les mesures anciennes du diamètre solaire

Les premières mesures connues du diamètre apparent du Soleil remontent au 3ème siècle avant notre ère : Aristarque de Samos (310-230 avant JC) a trouvé 1800 secondes d'arc et Archimède (287-212 avant JC) place sa valeur entre 1620 et 1975 secondes d'arc. Ces valeurs, tout en étant assez justes, sont encore loin de celle adoptée aujourd'hui (1919.26 secondes d'arc, Allen, 2000), d'autant plus que les deux philosophes n'évoquent pas du tout les variations annuelles (dues à l'excentricité de l'orbite terrestre) qui ont été mises en évidence bien plus tard par Johannes Kepler (1751-1630) et surtout par Etienne Villiard (1676). Il est nécessaire d'attendre Gabriel Mouton (1618-1694) pour obtenir à partir de 1661 à Lyon, les premières mesures précises du diamètre solaire. Dans le même temps (1666), Jean Picard (1620-1682), astronome à Paris, entreprend une série de mesures quasi journalières du diamètre. Après sa mort, ces observations ont été poursuivies par son élève Philippe de la Hire (1640-1718). Depuis lors et jusqu'à nos jours, le diamètre solaire n'a cessé d'être mesuré avec des précisions accrues : nous sommes passés d'une précision de l'ordre de la seconde d'arc du temps de PICARD à quelques mas[3] aujourd'hui. Cependant, grâce à un très grand nombre de mesures précises et régulières, Jean Picard peut être considéré comme le père de l'astrométrie solaire moderne.

1.2.2 Les séries modernes du diamètre solaire

Les mesures modernes (à partir des années 1960) peuvent être divisées en deux catégories. La première dérive des *méthodes de temps de transit* (le diamètre solaire est obtenu en chronométrant le temps de passage de l'image du Soleil devant un repère fixe, comme la méridienne du lieu par exemple) et la seconde dérive de *techniques angulaires* (le diamètre solaire est obtenu en mesurant la distance entre deux points opposés du limbe solaire). Les avantages et les inconvénients de ces deux méthodes, ainsi que la comparaison entre observations visuelles et photoélectriques sont très bien répertoriées et analysées dans l'article de Ribes *et al.* (1991) ainsi que dans la thèse de Toulmonde (1995). En dépit de quelques aspects un peu dépassés (par exemple, les mesures de F. Noël au Chili, débutant en 1990, ne sont pas prises en compte), l'article fait assez complètement le tour de la question. La majeure partie des mesures modernes est effectuée à l'aide d'astrolabes solaires répartis sur plusieurs sites (France, Chili, Brésil et Turquie) et en voici une description très succinte et non exhaustive :

- plus de 7000 observations visuelles au plateau de Calern en France, effectuées par F. Laclare du département CERGA de l'Observatoire de la Côte d'Azur : série visuelle de 1975 à nos jours ; cette série visuelle a été qualifiée par 1141 mesures CCD analogiques de 1989 à 1995 et par 592 mesures CCD numériques de 1996 à 1998 (Laclare *et al.*, 1999).

[2] Du grec leptos : fin.

[3] La mas est l'abréviation anglaise de la milliarcsecond, abréviation que l'on emploiera par la suite.

Une autre série (13000 mesures CCD) est en cours d'obtention, depuis 1999, grâce à la version automatisée de cet instrument, DORAYSOL, par F. Morand et C. Delmas (Delmas, 2003) ;
- environ 2000 mesures visuelles, effectuées par N.V. Leister de 1974 à 1994 à San Paulo (Leister et Benévidès-Soarès, 1990), et qualifiée par des mesures CCD de 1996 à 1998 par M. Emilio (Emilio, 2001) ;
- environ 4400 données brutes (visuelles uniquement) au Chili, effectuées par F. Noël de l'Université de Santiago (Noël, 2003) ;
- environ 20000 données brutes (CCD uniquement) au Brésil effectuées par l'équipe solaire de l'Observatoire National de Rio de Janeiro depuis 1997 (Jilinski *et al.*, 1999) ;
- environ 2000 données brutes effectuées en Turquie depuis 1999 par l'équipe solaire de l'Observatoire National de Tubitak (Golbasi *et al.*, 2001).

Ces mesures montrent une variabilité temporelle du rayon apparent du Soleil, que nous allons décrire dans la section 4.3.1. Certaines d'entre elles révèlent également une variabilité latitudinale décrite dans la section 1.2.4.

D'autres mesures effectuées aux USA (Ulrich et Bertello, 1995) et aux Canaries (Wittmann, 1993) ont été obtenues respectivement par spectrométrie et par une méthode combinant les avantages des techniques de mesures visuelles par temps de transit et les mesures photométriques. Les deux types de mesures montrent une variation en phase avec le cycle solaire. En ce qui concerne celles de Wittmann, l'article montre une augmentation significative du rayon apparent du Soleil pour les campagnes de mesures de 1990 à 1992 par rapport à 1981. En ce qui concerne les mesures d'Ulrich et Bertello, les observations ont été faites dans la raie spectrale du fer à 525 nm ; ils ont conclu que les variations du rayon apparent du disque solaire pouvaient contribuer à une variation de 0.013% à 0.025% des variations de l'irradiance totale, ce qui est une fraction importante de la variation de 0.1% observée. Nos calculs montrent qu'une variation temporelle du rayon d'une amplitude de 20 mas pourrait expliquer 10% de la tendance sinusoïdale de l'irradiance (voir paragraphe 4.3.1).

Des mesures effectuées dans la haute atmosphère terrestre par l'expérience SDS (Solar Disk Sextant) à bord d'un ballon stratosphérique, semblent révéler, selon une toute récente communication personnelle de Sofia (2003), une corrélation en antiphase avec le cycle solaire. Des mesures effectuées entre 1981 et 1987 au HAO (High Altitude Observatory, Boulder, USA) par Brown *et al.* (1982), en utilisant une méthode de transit au méridien, n'ont montré aucune variation significative du rayon solaire.

1.2.3 La variabilité temporelle

Depuis 25 ans, les mesures effectuées par les instruments modernes tels que les astrolabes solaires ont révélé une variabilité temporelle du semi-diamètre[4]. Le graphe 1.1 présente d'une part un récapitulatif des données modernes du diamètre solaire par les différents astrolabes dans le monde et d'autre part l'irradiance solaire, en fonction du temps[5]. Cette dernière est

[4]L'usage consacre le terme de semi-diamètre, car lors des observations à l'astrolabe solaire, la réduction des données conduit à la détermination du rayon solaire pour un passage par le cercle de hauteur ; en toute logique, le diamètre n'est pas la somme des deux rayons déduits par le calcul puisqu'un angle ϵ va s'introduire du fait du décalage temporel à la verticale du lieu, de la mesure du diamètre déterminé par sa position héliographique.

[5]Le Jour Julien Modifié (ou Modified Julian Date en anglais) est déduit de la date repérée dans la période julienne par soustraction de 2 400 000.5. L'origine de cette échelle est le 17 novembre 1858 à 0h. La reconnaissance de son emploi, commode pour de nombreux besoins astronomiques, a été faite par l'Union Astronomique Internationale en 1973.

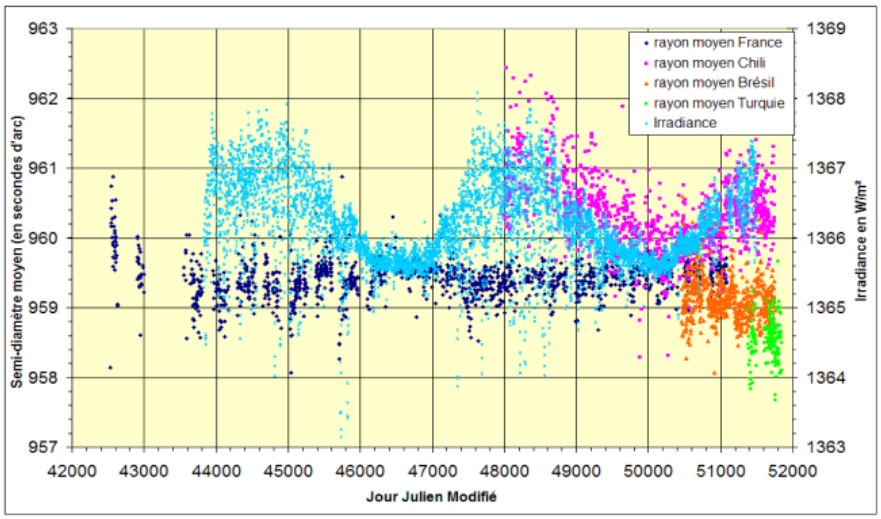


Fig. 1.1 – Variation temporelle du semi-diamètre solaire mesuré au moyen des astrolabes en France, au Chili, au Brésil et en Turquie, et de l'irradiance solaire totale.
A noter la variation temporelle du diamètre solaire avec le cycle solaire de 11 ans (la phase reste à déterminer). La relation entre les variations du diamètre et celles de l'irradiance sont manifestes.

le résultat d'un composite de mesures de différents instrument embarqués à bord de satellites tels que NIMBUS-7, ERBS, NOAA-9, UARS[6]. L'irradiance solaire présente une variation en corrélation avec le cycle solaire de 11 ans (Pap *et al.*, 2001). Le graphe permet de montrer deux faits importants :

- d'une part, le diamètre solaire varie sur une échelle de temps de l'ordre de 11 ans, ce qui est confirmé par les différents observateurs du moins pour les longues séries françaises et chiliennes (Laclare *et al.*, 1999 ; Noël, 1999) ; cependant, en ce qui concerne la phase, les mesures de Noël suggèrent que le diamètre varie corrélativement avec le cycle solaire et celles de Laclare anticorrélativement ; en ce qui concerne les mesures brésiliennes ou turques, il n'y a pas encore assez de données pour dégager une nette tendance : les observateurs concernés restent pour l'instant prudents sur l'analyse temporelle de leurs données, par manque de recul ;
- d'autre part, le graphe met en évidence une relation entre les variations du diamètre solaire et les variations de l'irradiance totale. Je parlerai de ce point plus en détail dans le chapitre 3 où j'utiliserai notamment le rapport W, qui relie les variations relatives du rayon solaire aux variations relatives de la luminosité solaire (voir la section 1.4.1). Ce rapport W a déjà été introduit par Sofia dès 1979.

Si l'on regroupe les mesures modernes avec les mesures anciennes du diamètre solaire, l'inspection de la figure 1.2 (Rozelot et Lefebvre, 2002) montre que le diamètre varie sur des périodes de temps de l'ordre de plusieurs décennies voire même du siècle. Même si les mesures individuelles anciennes de Picard donnent des valeurs relativement élevées, les barres d'erreurs (calculées à partir des archives pour la période 1660-1765) sont largement au-dessus de la

[6]fichier composite téléchargeable sur
ftp ://ftp.ngdc.noaa.gov/STP/SOLAR_DATA/SOLAR_IRRADIANCE/COMPOSITE.v2.PLT/

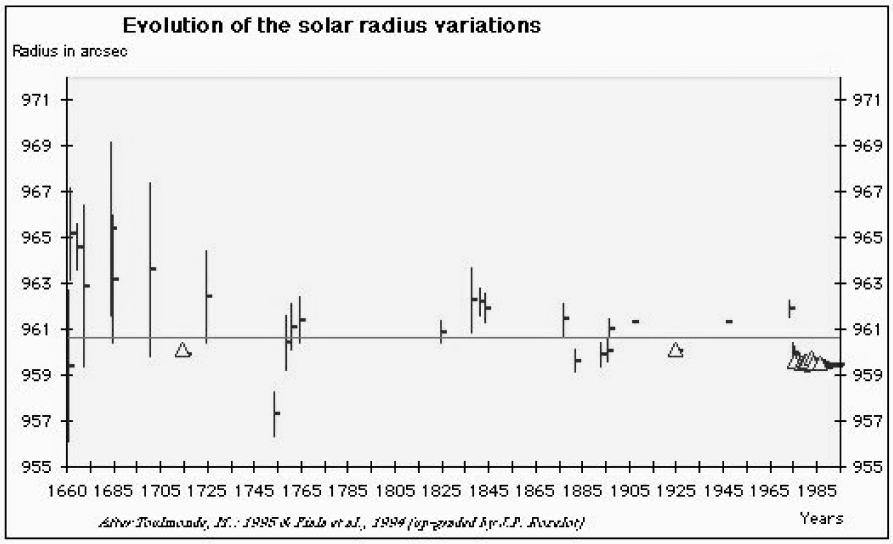


Fig. 1.2 – Mesures historiques du rayon solaire et mesures modernes.
Les triangles représentent les mesures déduites des éclipses (Fiala *et al.*, 1994). Ce graphe montre clairement que le diamètre du Soleil était plus grand dans les années 1670-1720. En fait, même si des biais observationnels peuvent avoir contribué à augmenter les valeurs obtenues par Picard au 17ème siècle, les grandes barres d'erreur des mesures recalculées plus tard montrent que les valeurs sont toujours au-dessus de la moyenne. Les valeurs de diamètres solaires déduites des observations d'éclipses s'établissent le long de la moyenne pour les valeurs anciennes et bien en-dessous pour les valeurs récentes. Les mesures modernes s'ordonnent légèrement en-dessous de cette même moyenne (cf. Rozelot et Lefebvre, 2002 ; Pap *et al.*, 2001).

moyenne, qui est de 960.66 secondes d'arc, et donc au-dessus de la valeur standard adoptée de 959.63 secondes d'arc. Par conséquent, la valeur du diamètre solaire était certainement plus élevée durant le 17ème siècle qu'elle ne l'est actuellement. Un autre phénomène, qui tendrait à confirmer l'état singulier du Soleil à cette époque, est la rotation des taches, qui a été un peu plus lente que celle que l'on peut mesurer aujourd'hui, comme l'a montré Ribes *et al.* (1987 et 1993 ; voir aussi un commentaire de cet article par O'Dell et Van Helden, 1987). Ce dernier point est capital (peut-être même plus que la faiblesse du nombre de taches lui-même durant cette période) et effectivement, il y a peut-être *une relation de cause à effet entre la rotation du Soleil et l'évolution de son diamètre*. Si la rotation des taches était plus lente durant cette période, cela va dans le sens d'une diminution de l'aplatissement solaire, donc a priori d'une augmentation de son diamètre équatorial.

Cependant, nous devons rester très prudents dans l'analyse des données du diamètre solaire et ne pas tirer de conclusions trop hâtives. Les divergences trouvées entre les différentes séries de mesures peuvent être dues à la combinaison de plusieurs phénomènes comme nous allons le décrire dans la section 1.3.

1.2.4 La variabilité latitudinale

A cause du procédé instrumental, les diamètres mesurés à l'astrolabe sont toujours verticaux (horizontalité repérée par un bain de mercure). Par conséquent, selon la latitude du lieu

et le moment de l'année, les diamètres mesurés sont différents et dépendent de la latitude héliographique. Ainsi, la forme du Soleil peut-être explorée en regroupant les diamètres mesurés en fonction de leur latitude héliographique (ou classe de latitude). Ce classement a été fait par Vigouroux (1996) pour les mesures françaises, par Noël (1999) pour les mesures obtenues au Chili, par Emilio (2001) puis par Reis Neto *et al.* (2003) pour les mesures brésiliennes. Les variations pour trois de ces auteurs sont représentées sur le graphe 1.3.

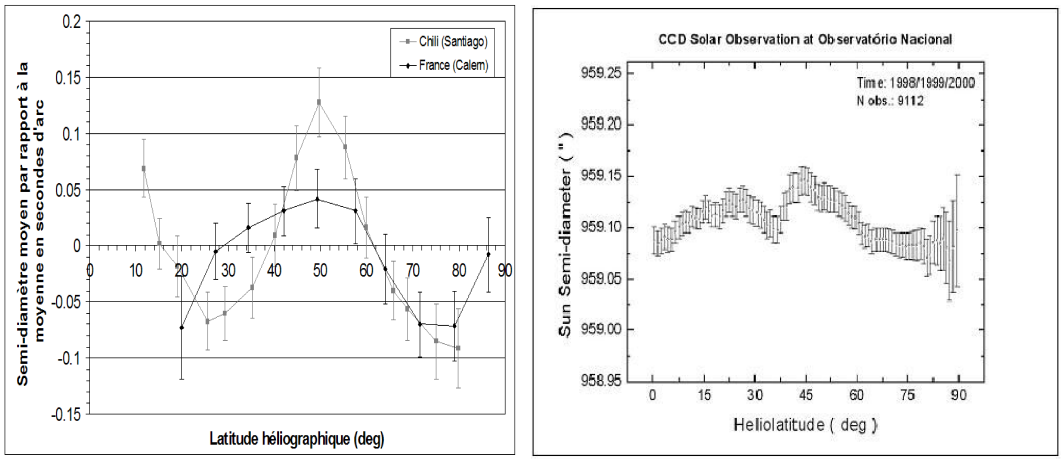


Fig. 1.3 – Variations latitudinales du semi-diamètre solaire mesuré avec les astrolabes. A gauche, les semi-diamètres solaires moyens (écarts par rapport à la moyenne) sont regroupés par classe de latitude héliographique, pour les mesures du Chili et de la France. A droite, les mesures du Brésil ont été regroupées par latitude héliographique, mais chaque point représente une moyenne mobile sur 20 degrés de latitude. A noter les variations similaires entre les différentes courbes, à savoir un renflement autour de 45° s'étendant sur 20° environ, suivi par une dépression aux alentours de 70°.

L'inspection des courbes de la figure 1.3 montre des similitudes, avec cependant quelques différences qui peuvent être dues aux difficultés de mesure (voir paragraphe 1.3). La principale caractéristique est l'écart à la sphéricité (asphéricité) pouvant être décrit comme suit. Un renflement est visible aux alentours de 45° de latitude s'étendant sur 20 à 30 degrés. Celui-ci est suivi d'une zone en dépression à plus hautes latitudes entre 60 et 80 degrés de latitude héliographique. La forme générale reste aplatie.

Nous sommes conscients des difficultés à mesurer les asphéricités solaires et des importantes barres d'erreurs associées à ces mesures. Néanmoins, même si les données sont affectées par la turbulence atmosphérique, il serait sans doute improbable que des variations de forme mesurées en différents endroits, avec la même technique et donnant des résultats similaires, ne soient pas, pour partie - ou en totalité -, d'origine solaire. Nous verrons dans la section 1.4.2 que d'autres mesures de la forme du Soleil effectuées au Pic du Midi par une autre technique, donnent des résultats semblables, confortant l'assertion précédente.

Ce style de variations n'a pour l'instant pas encore été observé depuis l'espace, ni par SOHO/MDI, ni par les vols de ballon SDS. En fait, ils ont mis en évidence un écart à la sphéricité mais le renflement au niveau des zones royales suivi du creux aux zones sous-polaires n'a pas été observé. SOHO/MDI a été prévu pour observer le Soleil dans le continuum mais

n'a pas mis en évidence des variations latitudinales de la forme du Soleil : ce n'était pas son objectif et il n'a donc pas été étudié à cette fin. Ce sera en revanche l'un des objectifs principaux de la future mission PICARD, avec une résolution d'images supérieure à celle de MDI. D'autres vols de ballon SDS sont prévus pour mesurer précisément le diamètre solaire ainsi que son évolution. Si une évolution temporelle du diamètre moyen a été observée (en antiphase avec le cycle solaire, Sofia, 2003), aucune variation de forme n'a encore été mise en évidence. En conclusion, ces observations ne peuvent être confirmées ou infirmées que par des mesures spatiales plus précises ou par un support théorique pertinent.

1.3 Facteurs affectant la précision des observations au sol

Il existe plusieurs facteurs pouvant affecter la précision des mesures de diamètre solaire au sol. Outre des biais instrumentaux intrinsèques (Sinceac, 1998), des biais liés aux observateurs eux-mêmes, les plus importants des autres facteurs sont sans doute ceux liés à des paramètres externes comme les conditions météorologiques ou la turbulence atmosphérique.

1.3.1 Le problème de la turbulence atmosphérique

L'un des principaux phénomènes qui affectent les mesures du diamètre solaire au sol est celui de la turbulence atmosphérique, qui peut polluer les mesures, et la difficulté réelle est de faire la distinction entre les variations dues à l'atmosphère et celles d'origine solaire, si elles existent. Une étude des effets atmosphériques sur les mesures du diamètre solaire a été faite par Irbah *et al.* (2003) où il est montré que les conditions d'observation ont plus d'impact sur la précision (c'est-à-dire sur les erreurs) que sur la valeur moyenne du diamètre. Cependant, il convient de prendre en compte ces effets dans les futures mesures du diamètre solaire, et c'est ce qui sera fait grâce au moniteur de seeing diurne MISOLFA au cours de la mission PICARD (voir section 1.4.2).

1.3.2 La sensibilité aux conditions météorologiques

La mesure du diamètre solaire depuis le sol est aussi très sensible à des paramètres externes comme la température, la pression, l'humidité, etc. Ces paramètres météorologiques entrent essentiellement en compte dans le calcul de la réfraction atmosphérique. En ce qui concerne les mesures des astrolabes, la correction de réfraction est négligée car, du fait du principe de mesure (temps de passage à un cercle de hauteur donné), elle peut s'éliminer au premier ordre si l'on considère que l'intervalle de temps de mesure entre les bords supérieur et inférieur de l'image réelle et réfractée est négligeable. Cependant, pour les mesures de l'héliomètre du Pic du Midi, la méthode est différente et il est nécessaire de corriger de la réfraction atmosphérique (voir article 1.7).

1.4 La future mission spatiale PICARD

Je décris dans cette partie les objectifs principaux de la mission. Il convient surtout de la situer dans un contexte global de synergie avec les instruments de mesure de diamètre solaire installés au sol (notamment MIRESOL, voir le chapitre 2). L'ensemble constitue un projet scientifique original. Cette partie s'inspire des propos que l'on peut trouver sur le site web http ://smcs.cnes.fr/PICARD/Fr/

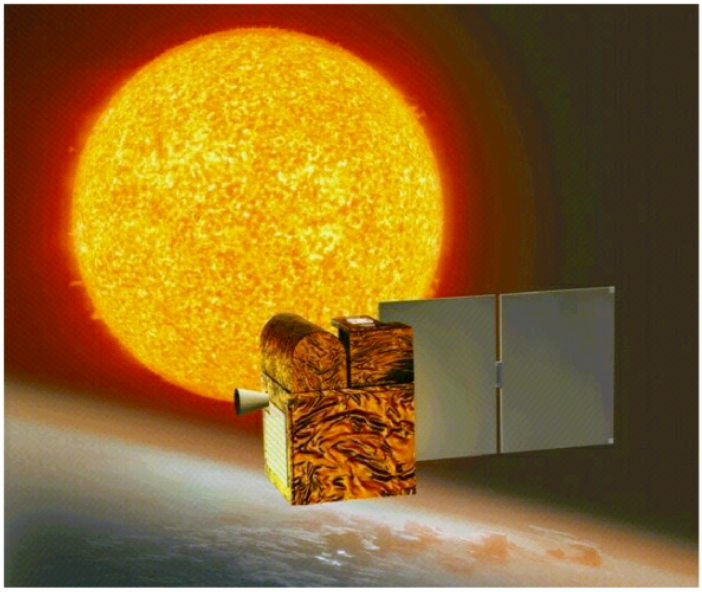


Fig. 1.4 – Vue d'artiste du microsatellite PICARD.
Prévu pour être en orbite en 2008, l'ensemble fait $60 \times 60 \times 80 cm^3$ (hors panneaux solaires).

1.4.1 Objectifs scientifiques de la mission

PICARD est un nouveau satellite de la filière MYRIADE du CNES (voir la vue d'artiste sur la figure 1.4) prévu pour un lancement en 2007-2008 avec une durée de vie nominale de deux ans. L'orbite retenue est une orbite héliosynchrone avec un noeud ascendant à 18h et une altitude comprise entre 730 et 750 km. Ses principaux objectifs scientifiques sont :

- la mesure simultanée du diamètre solaire et de sa forme globale ainsi que leur suivi temporel,
- la mesure de la rotation différentielle du Soleil,
- la mesure des irradiances solaires totale et spectrale,
- la détection des modes héliosismologiques de bas degré.

Le but final est d'améliorer notre connaissance de :

- l'influence du forçage solaire sur le climat de la Terre,
- la physique et la structure interne du Soleil.

La mission PICARD a ainsi été nommée en hommage à l'astronome Jean Picard (voir section 1.2.1).

Le climat de la Terre

L'analyse des données climatiques a permis de mettre en évidence des périodes de temps dont on a pu identifier les origines comme l'effet Milankovich, la circulation thermohaline, etc. Cependant certaines périodes de quelques dizaines à quelques centaines d'années n'ont pas d'origine évidente, mais se retrouvent dans l'analyse de données liées à l'activité solaire telles que le nombre de taches ou la concentration en carbone 14. De plus, quand Jean Picard a

effectué ses mesures du diamètre solaire, le climat de la Terre était particulièrement froid et le nombre de taches solaires était très faible. Cette période (d'une durée de plus d'un demi-siècle) est nommée Minimum de Maunder. L'analyse ultérieure des mesures de Picard a révélé que le diamètre du Soleil était légèrement plus grand à cette époque (voir section 1.2) donc que le Soleil devait être dans un état singulier. Une variation du diamètre solaire peut provoquer une variation de la constante solaire, qui affecte la structure thermique et dynamique de la stratosphère. Par suite, elle entraîne des modifications jusque dans la troposphère, d'où une variation de la température globale de la Terre. Pour confirmer ou infirmer cette hypothèse, la mesure simultanée du diamètre et de la forme du Soleil, de la constante solaire et du flux UV, ainsi que leurs variations (temporelles ou autres) permettra de déduire les premières mesures spatiales du rapport $W = (\Delta R/R)/(\Delta L/L)$ où ΔR correspond à la variation du rayon et ΔL correspond à la variation de la luminosité en fonction de l'activité solaire. W est actuellement très mal connu : ses valeurs sont très disparates et son signe lui-même incertain (voir chapitre 3). Dans les modèles climatiques, il est nécessaire de connaître avec précision la constante solaire pour une période donnée et la mesure de W permettra de reconstruire la constante solaire dans le passé par une méthode indépendante de celles actuelles utilisant une fonction pondérée du nombre de taches et de facules. Dans cette optique, l'apport de ma thèse a été de donner une gamme de valeurs possibles pour W en concordance avec la nouvelle théorie développée dans le chapitre 3 expliquant une partie des déformées solaires de surface que l'on observe avec les instruments sol.

La structure interne du Soleil

Une meilleure connaissance de la structure interne du Soleil est indispensable pour améliorer les modèles solaires existants, et essayer de prédire au mieux l'activité solaire. Ce point reste essentiel pour que notre société puisse gérer au plus près d'éventuels changements climatiques.

La variabilité du Soleil à long terme

La précision climatique nécessite de pouvoir anticiper l'évolution de l'activité solaire à l'échelle du cycle de Gleissberg (80 à 90 ans) étant données les constantes de temps du système climatique.

1.4.2 La synergie sol-espace développée autour de cette mission

Une telle synergie est une contribution scientifique originale et un projet capital pour étudier la turbulence atmosphérique. Des mesures simultanées dans l'espace et au sol vont permettre de quantifier et de comprendre les effets atmosphériques et ainsi déterminer les corrections à apporter aux mesures sol du diamètre solaire. En attendant les données spatiales, il nous est important de rassembler des observations sol avant le lancement. Ensuite, on obtiendra des données simultanées pendant la durée de vie du satellite ; après la mission, on continuera à observer depuis le sol. Toutes les séries étant prises selon un processus identique, leur comparaison devrait permettre l'établissement d'une loi de stratification atmosphérique précise. La figure 1.5 donne un organigramme résumant l'ensemble de la synergie. Les différentes composantes de cette synergie sont présentées succintement dans la suite de ce paragraphe.

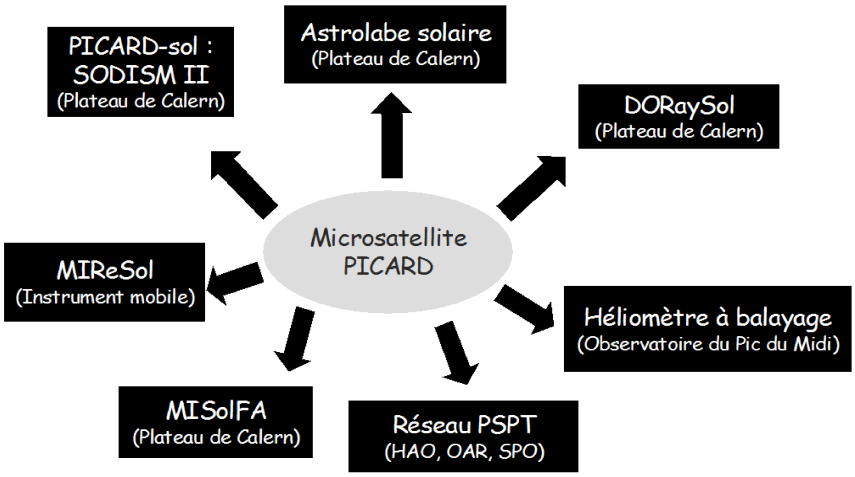


Fig. 1.5 – La synergie sol-espace développée autour de la mission PICARD.

Les instruments dédiés à la mesure du diamètre solaire

Une réplique du télescope spatial SODISM I monté sur la plateforme PICARD, sera installé au plateau de Calern : SODISM II aura pour but la mesure du diamètre solaire simultanément à celle effectuée dans l'espace. De plus, l'astrolabe de Danjon est encore opérationnel et grâce à sa version automatisée DORAYSOL (Définition et Observation du RAYon SOLaire) on peut acquérir, depuis quelques années déjà, un certain nombre de mesures du semi-diamètre solaire.

Le moniteur de seeing diurne MISOLFA

MISOLFA (Moniteur d'Images SOLaires Franco-Algérien) est un moniteur de seeing diurne qui sera installé aux côtés de SODISM II et qui aura pour but de caractériser la turbulence atmosphérique le long de la même ligne de visée que SODISM II, afin de pouvoir déconvoluer de la composante atmosphérique les mesures du diamètre solaire acquises depuis le sol.

MIRESOL

MIRESOL (Mesures et Identifications des REgions actives au limbe SOLaire) est un instrument complètement dédié à l'observation et la détection des régions actives telles que taches et facules au limbe solaire. Le chapitre 2 lui est consacré et ce fut une des parties les plus importantes de ma thèse.

L'héliomètre du Pic du Midi

L'héliomètre à balayage (Rösch *et al.*, 1996) installé à la coupole Tourelle du Pic du Midi permet de mesurer avec grande précision le rayon solaire dans toutes les directions héliographiques. Grâce à plusieurs améliorations apportées à l'ensemble de l'appareillage et au système d'acquisition, cet instrument donne maintenant de très bons résultats. Depuis

1996, des campagnes annuelles d'observations ont lieu. Sur les quatre campagnes de 2000 à 2003 auxquelles j'ai participé, lors de celle de 2001, nous avons eu des conditions de seeing exceptionnelles : les excellentes mesures faites ont permis la déduction d'asphéricités solaires. Ces résultats ont été présentés en mars 2002, lors de l'atelier de travail ATST à Sacramento Peak (USA) dont les résultats sont résumés dans le proceeding intitulé "High angular resolution observations of the solar limb shape at the Pic-du-Midi Observatory", puis décrits dans un article récent dans Solar Physics : "Observations of the solar limb shape at the Pic-du-Midi Observatory".

Le principe de mesure - Le principe est expliqué en détail dans l'article paru sur le sujet dans la section 1.7. Dans le but d'être sûr de mesurer un vrai diamètre solaire, on procède par balayage de part et d'autre du diamètre en question. Une série de cordes est ainsi obtenue, ce qui permet de reconstruire la forme du Soleil au voisinage de ce diamètre, par ajustement parabolique[7]. Ceci est un point capital dans le traitement des mesures de l'héliomètre à balayage. Les mesures brutes du diamètre sont ensuite corrigées de la réfraction atmosphérique.

Les résultats - Les résultats sont résumés sur le graphe 1.6. D'après ce graphe, la forme du Soleil présente des écarts à la sphéricité similaires à ceux observés par les astrolabes solaires (voir section 1.2.4), à savoir un renflement s'étendant depuis l'équateur jusqu'au niveau des zones royales (c'est-à-dire au-dessus de 45°) suivi par un creux aux alentours de 60° de latitude héliographique. L'ensemble de la forme du Soleil reste aplatie. Il est important de noter que les variations observées persistent même en prenant les limites inférieure et supérieure des barres d'erreur. Sur le graphe, on peut également voir deux courbes théoriques de la forme du Soleil. La première est déduite d'Armstrong et Kuhn (1999) et la seconde correspond au meilleur ajustement du développement théorique sur la base des polynômes de Legendre du rayon en fonction de la latitude héliographique $R(\psi)$ (voir le chapitre 3 et l'annexe C). Nous en avons déduit les deux premiers paramètres de forme c_2 et c_4 à savoir respectivement $(-1.1 \pm\ 0.5)\ 10^{-5}$ et $3.4\ 10^{-6}$. La valeur de c_4 obtenue du sol reste une borne supérieure, car toutes les valeurs en deçà ajustent les données. Par comparaison, Kuhn *et al.* (1998) ont déduit des observations de SOHO/MDI $c_2 = (-5.27 \pm\ 0.38)\ 10^{-6}$ et $c_4 = (1.3 \pm\ 0.51)\ 10^{-6}$. A noter que ces chiffres traduisent un écart à un ellipsoïde de référence mais n'induisent pas pour autant des variations de forme telles que celles observées sur le graphe 1.3, c'est-à-dire un renflement équatorial suivi d'un creux aux plus hautes latitudes. Armstrong et Kuhn ont évalué théoriquement ces deux paramètres respectivement à $-7.06\ 10^{-6}$ et $0.616\ 10^{-6}$. Les résultats de l'observatoire du Pic du Midi sont assez concordants avec ceux obtenus par ces deux auteurs, du moins en ce qui concerne c_2. Pour c_4, les écarts semblent plus importants mais l'ordre de grandeur est identique.

[7]Un ajustement elliptique pourrait paraître plus approprié, mais des simulations ont montré que sur la plage de mesure adoptée, cet ajustement n'apportait pas une meilleure précision.

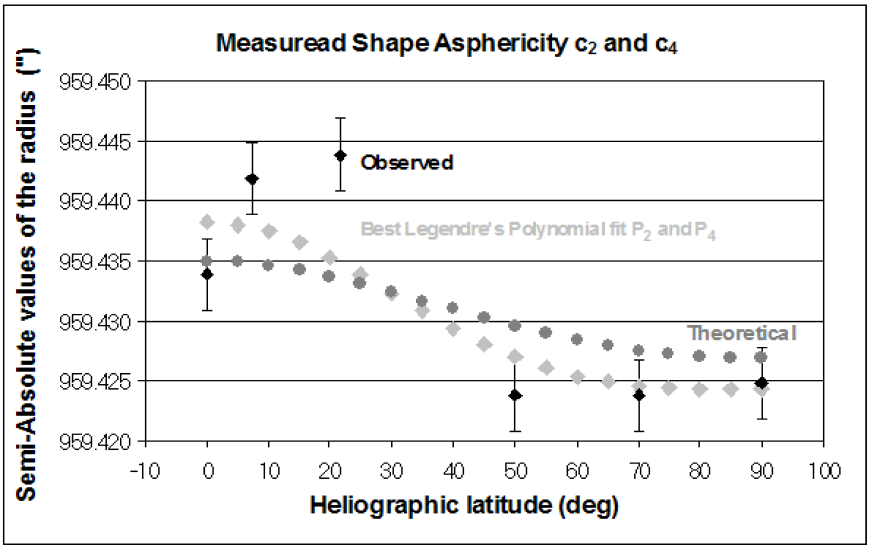


Fig. 1.6 – Variations de la forme du limbe solaire observées au Pic du Midi du 3 au 6 septembre 2001.
L'amplitude de ces variations n'excèdent pas quelques 20 mas entre les limites inférieure et supérieure des barres d'erreur. L'ensemble de la forme du Soleil reste aplati alors qu'un renflement est observé près des zones royales suivi par une dépression plus proche du pôle. Cercles : courbe théorique déduite de celle d'Armstrong et Kuhn (1999). Triangles : meilleur ajustement du développement théorique (voir le chapitre 3) sur la base des polynômes de Legendre.

1.5 Les relations internationales

1.5.1 Le réseau PSPT (HAO, OAR and SPO)

Le réseau PSPT regroupe trois télescopes installés à l'observatoire astronomique d'Hawaï (HAO), à l'observatoire de Sacramento Peak (SPO) et à l'observatoire de Rome (OAR) (voir le site web http ://rise.hao.ucar.edu). Il fait partie d'un plus grand projet dénommé RISE (Radiative Inputs of the Sun to Earth) dont le but est de déterminer la nature physique de la variabilité solaire et ses origines. Les télescopes du réseau PSPT produisent des images à haute définition de la surface solaire dans trois longueurs d'ondes : le CaIIK (393nm), le bleu (409.3 nm) et le rouge (607.2 nm). Le but final est de pouvoir calculer précisément l'irradiance depuis le sol et d'avoir un suivi régulier du magnétisme solaire, le tout afin d'améliorer la précision des paramètres d'entrée des modèles solaires actuels.[8]

Dans la section 2, je développerai les résultats d'une campagne d'observations menée en parallèle avec le PSPT de Rome et MIRESOL durant la deuxième semaine de juillet 2003. En comparant les résultats obtenus par les deux instruments dans les mêmes conditions d'observations, on a pu établir de façon précise les caractéristiques instrumentales de MIRESOL (bruit, dispersion, etc.).

[8]Lorsque PICARD sera en orbite, il sera judicieux de comparer les images acquises par le satellite avec celles de SODISM II, mais aussi avec celles du réseau PSPT, au moins dans les longueurs d'onde communes du CaIIK et du rouge.

1.5.2 Le programme International Living With a Star (ILWS)

La mission PICARD fait partie d'un ensemble de nombreux projets entrant dans le cadre du programme ILWS (voir le site web http ://sec.gsfc.nasa.gov/ilws/ilws.htm). Ce programme international vise à mieux comprendre le système interconnecté Soleil-Terre et à répondre à trois questions fondamentales :

- Comment et pourquoi le Soleil varie ?
- Comment la Terre réagit ?
- Quels sont les impacts sur l'humanité ?

En effet, il est impératif de se pencher sur ce problème car la variabilité solaire affecte les nouvelles technologies humaines, l'Homme dans l'espace et le climat terrestre. Et la sphère de l'environnement humain ne cesse de s'étendre au-delà de notre planète elle-même.

1.6 Conclusions

Ce chapitre met en valeur les variations observées du diamètre solaire, non seulement temporelles mais *surtout latitudinales* : si l'évolution temporelle du diamètre est relativement étudiée dans la littérature, il n'en est pas de même des variations latitudinales. En effet, celles-ci sont étudiées individuellement par chaque auteur mais il n'y a pas eu encore une approche comparative globale. De plus, les résultats de la campagne 2001 au Pic du Midi viennent conforter les résultats précédemment obtenus avec les différents astrolabes. Il serait assez surprenant que des variations similaires observées en divers lieux par des instruments différents soient purement fortuites : même si ces variations sont certainement plus faibles en amplitude que celles observées, elles sont sans doute d'origine solaire. Nous n'hésitons pas à conclure que les observations au sol permettent de dire que *la forme générale du Soleil s'écarte de celle d'un sphéroïde. Ces écarts restent très faibles, au plus une vingtaine de mas d'amplitude.* Reste à en donner une interprétation théorique (chapitre 3).

1.7 Publications

Pour présenter les récents résultats obtenus au Pic du Midi, deux articles ont été publiés : le premier est un proceeding à referee paru dans "Current theoretical models and high resolution solar observations : preparing for ATST", eds. A.A. Pevtsov and H. Uitenbroeck, ASP Conference Series, 2003, vol. 286, pp. 85-93, et est intitulé *High angular resolution observations of the solar limb shape at the Pic du Midi Observatory* ; le second est un article paru dans Solar Physics intitulé *Observations of the solar limb shape at the Pic-du-Midi Observatory.* En voici le résumé :

Résumé : *Observations of the solar limb shape at the Pic-du-Midi Observatory*, Solar Physics

Deux nouvelles campagnes dédiées à l'observation des distorsions au limbe solaire ont été menées à l'observatoire du Pic du Midi, en septembre 2000 et en septembre 2001, au moyen de l'héliomètre à balayage. Cet instrument peut être utilisé régulièrement pour déterminer avec précision les profils de limbe solaire (à deux longueurs d'onde), à n'importe quelle latitude héliographique. Chaque mesure est faite en 44 millisecondes de temps ce qui permet d'enregistrer un profil de limbe en même temps que le seeing. Les balayages sont automatiquement

rejetés pour un seeing plus grand que 1.3" d'arc. De telles conditions sont essentielles pour obtenir des observations de haute qualité et nécessaires pour déterminer le terme quadrupolaire ($l = 2$) dans l'expansion polynomiale du contour du rayon $R(\psi)_{\rho=cst} = R_o\,(1 + \sum_l c_l P_l(\psi))$. Des conditions météorologiques exceptionnelles en septembre 2001 (seeing de l'ordre de 18 cm, pour une lunette d'ouverture 50 cm) nous ont permis de déterminer c_2 et c_4 avec une précision de quelques millisecondes d'arc. Les résultats mettent en évidence une surface solaire déformée, les écarts à un corps purement sphérique n'excédant pas 20 mas. Nous proposons un modèle pour interpréter de tels résultats (la combinaison d'un cœur tournant à une vitesse quasi uniforme avec une tachocline solaire oblongue dans le sens nord-sud et une surface aplatie aux pôles), modèle qui est brièvement discuté. Nos résultats sont confrontés avec ceux obtenus depuis l'espace. De là, nous concluons que les mesures du terme quadrupolaire depuis le sol sont possibles, mais très difficiles et peuvent seulement être obtenues lors d'excellentes conditions météorologiques. Le terme octopolaire devrait être mieux obtenu depuis l'espace. Nous montrons qu'un satellite astrométrique est requis pour déterminer précisément les profils de rotation solaires (à la fois en surface et en profondeur) dans le but de déterminer sans ambiguité les moments d'inertie du Soleil à travers les termes J_n. De telles valeurs sont brièvement discutées.

Observations of the solar limb shape distortions

Solar Physics, 2003, vol. 217, pp. 39-52

OBSERVATIONS OF THE SOLAR LIMB SHAPE DISTORTIONS

JEAN-PIERRE ROZELOT[1], SANDRINE LEFEBVRE[1] and VALÉRIE DESNOUX[2]
[1]*OCA-CERGA, Av. Copernic, 06130 GRASSE, France,*
(e-mails: jean-pierre.rozelot@obs-azur.fr; sandrine.lefebvre@obs-azur.fr)
[2]*Association Aude, France (e-mail: valerie.desnoux@free.fr)*

(Received 23 May 2003; accepted 14 June 2003)

Abstract. Two new campaigns devoted to the observation of the solar limb distortions were made at the Pic-du-Midi Observatory, in September 2000 and September 2001, by means of the scanning heliometer. This apparatus can be used now routinely to accurately determine solar limb profiles (at two wavelengths), at any heliographic latitudes. Each measurement is made within 44 milliseconds (of time) which permits to record a limb profile together with the seeing. Scans are automatically rejected for seeing larger than 1.3 arc sec. Such conditions are essential to perform high-quality observations necessary to obtain the quadrupole term ($l = 2$) in the polynomial expansion of the radius contour $R(\psi)\mid_{\rho=\text{constant}} = R_0\left(1 + \sum_l c_l P_l(\psi)\right)$. Exceptional meteorological conditions in September 2001 (seeing of the order of 18 cm, for a 50 cm clear aperture of the refractor) enabled us to determine c_2 and c_4 (see Table I) with an accuracy of a few milli-arc-sec. Results indicate a distorted solar shape, the departures from a pure spherical body not exceeding 20 milli-arc-sec. We propose a model to interpret such results (the combination of a nearly uniform rotating core with a prolate solar tachocline and an oblate surface), which is briefly discussed. Our results are confronted to those obtained from space. We conclude that measurements of the quadrupole term from the ground are possible, but of high difficulty and can be obtained only during excellent weather conditions. The hexadecapole term should be only obtained from space. We show that an astrometric satellite would be required, whose mission would be also to accurately determine the solar rotation profiles (both surface and in depth) in order to unambiguously determine the inertia moments of the Sun through the J_n terms. Such values are also briefly discussed.

1. Introduction

In spite of its apparent simplicity, solving the accurate determination of the solar shape is perhaps today one of the most difficult problems of solar physics. At a first glance, we expect the whole figure of the Sun to be oblate, owing to centrifugal distortion by its rotation. The differentially rotating convection zone seriously complicates this crude analysis, all the more confused by non-constant values over zonal rings (sometimes called 'cylinders'), both on the surface and in depth. Such a complex regime has been revealed by helioseismic observations. In this last case, even if the measurements are accurate from the equator to the mid-latitudes and below the photosphere, and become more and more uncertain when sounding the poles and the very near surface (Di Mauro, 2003, including many other references), it is now understood that the rotation rate is far from being uniform. In such conditions, how can the oblateness of the outer envelope be computed, as this

Solar Physics **217:** 39–52, 2003.
© 2003 *Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.*

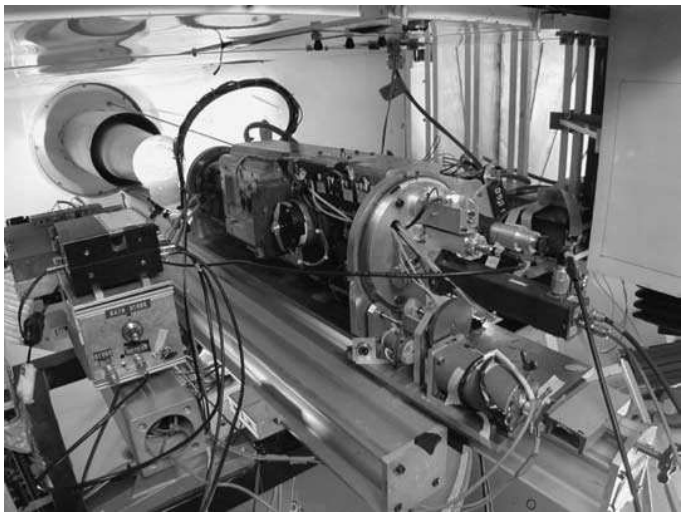


Figure 1. The scanning heliometer mounted inside the so-called 'coupole tourelle' – turret dome – at the Pic-du-Midi Observatory (F). A complete description of the apparatus can be found in Deslandes (1994, 1995).

oblateness reflects the physical conditions acting in the Sun's interior? Directly related to this question, due mainly to magnetic stresses and thermal shears, it is perfectly conceivable that the figure of the Sun must be distorted. In contrast, if it would be possible to precisely measure the solar shape by any means, then the determination of the solar multi-pole moments (oblateness to the first order) could yield constraints on the Sun's internal structure (a fact called by G. Isaak *'a new window open over the Sun's interior'*, Rozelot and Lefebvre, 2003). Unfortunately, the exact determination of the figure of the Sun is also a very difficult task; today with the progress of more and more sophisticated techniques, and awaiting the advent of dedicated space missions, attempts in this direction deserve to be made. Moreover, as it is not yet well understood if the solar shape is time dependent or not, we reactivate our solar program, initiated by J. Rösch in 1970 (Rösch and Yerle, 1983), but operational since 1996 only (Rösch *et al.*, 1996).

2. Observations at the Pic-du-Midi Observatory

The scanning heliometer (Rösch *et al.*, 1996) can be used now as a patrol instrument due to several improvements, mainly made in the electronic parts and the software of data acquisition and analysis. Let us recall that the apparatus is mounted at the Pic-du-Midi Observatory (Figure 1) inside the so-called 'coupole tourelle' (a turret dome, completely closed in order to avoid heating transfer between the inside of the dome and the outdoors, a concept which gives complete satisfaction

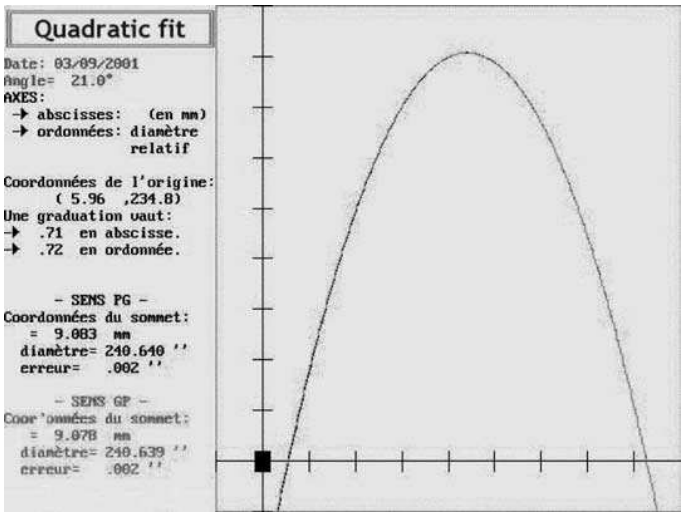


Figure 2. An example of the 'slicing process' (directly taken from the screen of the PC monitor) which consists to measure successive chords below and beyond the diameter (at a given heliographic latitude), within a 100 milliseconds of arc (mas) extent permitting to reconstruct the limb in the vicinity of the 'true' diameter. The diameter is deduced as the maximum of the parabolic fit of the data (an elliptic fit was tried, but does not increase the accuracy). The error of the position is no more than 0.002 arc sec. Two curves are plotted, one for a scan in one direction (for example west–east) and the other curve for the opposite scan (east–west scan in the example).

and that has been adopted in other sites such as the 'Themis' telescope in Canary Islands). The instrument was first designed to accurately measure the solar oblateness. Campaigns in 1993 and 1994 have permitted to settle the instrument which gave its first acceptable results: due to technical reasons, only equatorial and polar diameters were measured, leading to the determination of the visual oblateness (see preliminary results in Rozelot and Bois, 1998; a complete re-analysis is under consideration). Unfortunately, the Pic du Midi was closed between 1996 and 1997 and a technical refurbishing of our instrument has been done in 1998 and 1999, preventing observations during all that time. As results of the early observations were encouraging, the main initial goal was taken again aiming to record solar limb profiles at any heliographic latitude: thus the whole shape of the Sun can be restored. However, the data collecting process is still rather long, due to the 'slicing' procedure. This procedure can be described as follows. To be sure to measure a genuine diameter, at a given heliographic latitude, we record several successive chords below and beyond this diameter that permit to re-build the limb; the diameter is deduced as the maximum of the quadratic fit of the data (see Figure 2, with an error of the position of no more than 0.002 arc sec). Each data point is the result of 44 scans in one direction (for instance west–east) and 44 others in the other one (east–west in the quoted example; an internal system

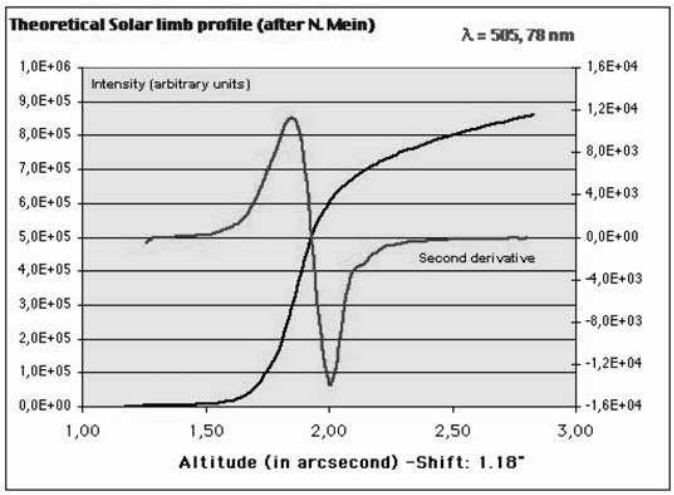


Figure 3. Theoretical solar limb profile (after N. Mein, from Meudon Observatory) – in bold, *left scale* – and its second derivative – *right scale*. This profile, computed in steps of 20 km has been interpolated to steps of 1 km by means of cubic splines and is used to determine the seeing. A short-exposure Fried function computed with increased parameters r_0 is successively convoluted with this theoretical profile to be fitted to the experimental data. The process is stopped when the adjustment is maximum ($\mathcal{R}^2 = 0.9$ or higher), thus giving the best r_0 at the time of the measurement.

– a small air-prism – permits to discriminate the two directions if necessary and allows a perfect calibration of the scan. Such a procedure does not allow to obtain daily more than about a dozen of diameters around the Sun, the outside turbulence becoming too important after noon. Indeed, our experience shows that it is pointless for our purpose to observe when atmospheric conditions are not exceptional.

The seeing is monitored for each scan and is deduced from the deconvolution by a Fried short exposure time function (Coupinot, Hecquet, and Futaully, 1990); the theoretical limb profile has been computed by N. Mein and is visible in Figure 3. It has already been shown (Loyer, 1995) that this last function can be approximated by a Gaussian which models the complete set consisting of the atmospheric function plus the transfer function of the apparatus: the fitting of the experimental data, after the convolution process, gives an adjustment coefficient $\mathcal{R}^2$ always greater than 0.9. This value is checked at each scan and the scan is rejected if $\mathcal{R}^2$ is below this threshold. Finally, knowing the seeing permits to compute the shift of the inflexion point as the profile of the image of an object progressively darkened (case of the solar limb) is shifted towards the brighter region. This shift increases with the width of the image and can reach 80 mas for a seeing x of 1.5 arc sec. The theoretical curve

$$y(\text{shift}) = 0.083x - 0.045 + 0.045\ \exp(-4.09x) \quad (y \text{ in arc sec}),$$

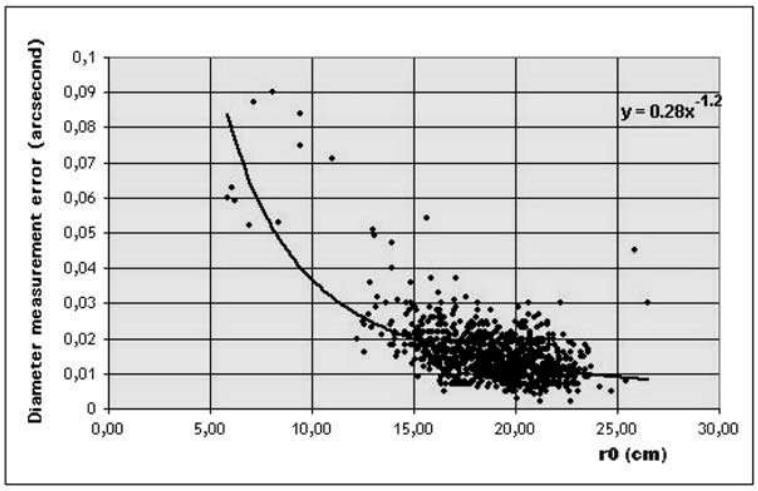


Figure 4. Error in diameter measurements as a function of the Fried parameter r_0. Exceptional weather conditions were encountered on the 3rd, 4th, 5th, and 6th of September 2001. Note that the theoretical diffraction limit of the refractor (diameter 50 cm) is $\alpha = 0.256$ arc sec. The exponent of the power curve fitting is 1.2, as exactly predicted by the theory: 6/5.

where x is the seeing, shows that a variation of $\pm$ 20% of this value, implies a shift of 50 mas. This technique is thus strictly similar to the FFTD proposed by Hill, Stebbins, and Oleson (1975). In other words, corrections by means of the above description of the shift of the inflexion point, or corrections made by applying directly the FFTD, lead to the same consistent values.

3. Observed Values and Data Analysis

From several campaigns made at the Pic-du-Midi Observatory, only two were kept for our purpose: measuring distortions of the solar shape. One campaign was done during September 2000 and the other one during September 2001. Unprecedented weather conditions were encountered in this last mission: moderate north–west wind, slight turbulence; a mean seeing of $r_0 = 18$ cm was obtained. Figure 4 shows the errors on the diameter plotted versus the seeing. The exponent of the curve fit is 1.20, to be compared to the theoretical one which is 6/5. As expected, the errors decrease with increasingly good seeing conditions. Curiously, two points have been obtained for high values of r_0 (i.e., 25.7 and 26.4 cm), which are completely out the curve fit; these two measurements are certainly erroneous for an unknown reason. Data are recorded in files together with the meteorological parameters (namely, hygrometry, pressure and temperature: these parameters are recorded outside, around 6 m from the focal point, near the refractor lens) which permits to perform the refraction corrections afterwards.

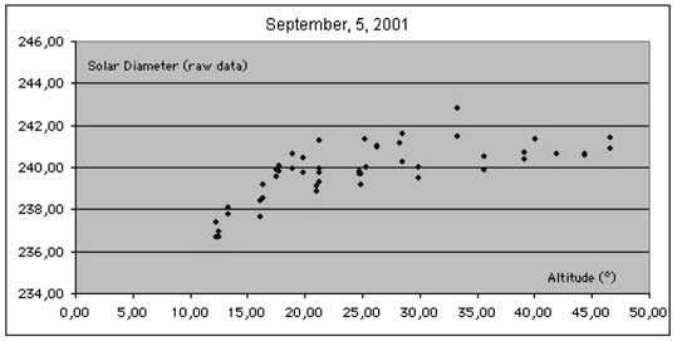


Figure 5. Raw data obtained on 5 September 2001 plotted versus the altitude; no refraction corrections have yet been applied. The instrumental constant (1661.50 arc sec) is not taken into account, as well as all other corrections such as the rotation of angle B_0. The point higher than 242 arc sec has been identified as the result of a scan through a faculae (see Figure 6). Values are for the time being semi-absolute and will become absolute when a prism will be set in front of the telescope to calibrate the distance between the two internal signals giving the reference distance of the two opposite inflexion points.

When scanning the Sun at a given heliographic latitude, the two limbs are brought together through a rhomb of well-defined and fixed-angle distance (1661.50 arc sec – this quantity acting as an instrumental constant). This time saving process permits to simultaneously record the two opposite limbs in the same file (but r_0 is computed for each profile). Raw data of the diameter plotted as a function of the zenith angle are shown in Figure 5 (the instrumental constant excluded). Note that the measurements are self consistent: the distance between the inflexion points is always accurately measured by reference to the internal calibration. However, we need to go from these semi-absolute values to absolute ones by putting a prism in front of the telescope to obtain the absolute reference. This will be done in the future. Data are then corrected to take into account the refraction effects, the angle B_0 and at last are normalized to 1 AU. As the topocentric correction is very sensitive, we used in the computations the exact longitude and latitude of the center of the dome: $\lambda = 36.4$ s east, $\phi = 42°56'12.0''$ north (and $z = 2861.0$ m).

4. Results and a Possible Model

After all corrections were made and the Sun rotated to adjust the north pole, the following results were obtained:

(1) Although fairly good meteorological conditions were encountered during the September campaign in 2000 (on the 2nd and 4th), the mean seeing was 'only' $r_0 = 14$ cm; the turbulence was not sufficiently stable to perform measurements at several heliographic latitudes. In order to save chances to observe in the best

TABLE I

Measurements of the (relative) semi-diameter of the Sun, averaged over four consecutive days in September 2001 (on the 3rd, 4th, 5th, and 6th), for six heliographic latitudes.

Position angle (°)	Semi-diameter	Error	Number of scans
0.0	959.434 arc sec	± 2.8 mas	1980
7.2	959.442 arc sec	± 3.2 mas	1320
21.7	959.444 arc sec	± 4.1 mas	1056
50.0	959.424 arc sec	± 3.3 mas	748
70.0	959.424 arc sec	± 3.0 mas	924
90.0	959.425 arc sec	± 2.9 mas	1188

atmospheric conditions, we first carried out processes at the solar equator and at the pole to determine the flatness, which was found to be

$$f = \Delta R/\overline{R} = (R_{\mathrm{eq}} - R_{\mathrm{pol}})/\overline{R} = (9.05 \pm 1.60) \times 10^{-6}$$

as an average. We also performed some measurements at other heliographic latitudes to improve the experimental procedure which is not obvious (for each measurement of the slicing process, one has to compensate both in declination and right ascension; at the equator or at the pole, one has to adjust only in one direction, which is easier). Only measurements at 45° have been kept for a further analysis.

The daily means of $\Delta R = (R_{\mathrm{eq}} - R_{\mathrm{pol}})$ in September 2001 are, respectively: 7.43 ± 4.0 mas (3 September), 8.44 ± 2.9 mas (4 September), 7.65 ± 2.9 mas (5 September), and 11.49 ± 2.1 mas (6 September).

The weighted mean value is 9.46 ± 1.41 mas.

(2) Certainly measured for the first time from the ground (7216 scans), and on four consecutive days, six solar radius measurements were obtained for six angles of position listed in Table I.

Averaging data over the four days, we found a measured oblateness of

$$\varepsilon = \frac{(R_{\mathrm{eq}} - R_{\mathrm{pol}})}{R_{\mathrm{eq}}} = (9.42 \pm 3.02) \times 10^{-6}.$$

The measured shape asphericity of the density contour of the Sun plotted versus the heliographic latitude (diamonds with their error bars) is given in Figure 7. The line curve (circles) is the representation of

$$R(\psi)\,|_{\rho=\mathrm{constant}} = R_0\,[1 + c_2 P_2(\psi) + c_4(P_4(\psi)]\,,$$

where ψ is the colatitude and P_n the Legendre polynomials of degree n. From this plot can be deduced the quadrupole term ($l = 2$) in the polynomial expansion of the radius contour as $c_2 = -(1.1 \pm 0.5) \times 10^{-5}$ (c_2 is the average of the

fitted coefficients using the upper and lower points of the error bars, hence the uncertainty). The hexadecapole term ($l = 4$) is more difficult to determine. A value of $c_4 = 3.4 \times 10^{-6}$ was deduced, but any values below this threshold would adjust the data. A strict fitting of the observed values yields $c_2 = -1.32 \times 10^{-5}$ and $c_4 = +4.43 \times 10^{-6}$.

From the best Legendre's polynomial fit curve, the oblateness is

$$\varepsilon = (R_{\mathrm{eq}} - R_{\mathrm{pol}})/(R_{\mathrm{eq}}) = 1.46 \times 10^{-5}, \tag{1}$$

a bit larger than expected from the measurements alone, whilst the theoretical curve gives $\varepsilon = 8.42 \times 10^{-6}$. The flatness is thus $f = 9.38 \times 10^{-6}$.

Finally, inspection of Figure 7 shows a well-marked asphericity. Indeed, the simple interpretation is to fit the data points by a sphere, the radius of which would be $\overline{R} = 959.432$ arc sec. This fit systematically overestimates the values at the poles and underestimates the equatorial ones. Relaxing the assumption of sphericity, the measured visual outer shape appears to be slightly bulged from around 10° to 30° and moderately depressed at higher latitudes. The global whole shape remains ellipsoidal and the departure from a spheroid does not exceed ± 10 mas, as a very upper bound. Such a result, obtained in excellent meteorological conditions (it has been shown in the past that photographic granulation obtained at the same dome at the Pic-du-Midi Observatory with the same refractor had reached the same resolution as pictures obtained with stratospheric balloons, see, for instance, Shirley and Fairbridge, 1997) needs to be confirmed by other means, especially from space. We expect that SDS experiments would be able to do that in a near future (at least as soon as flights will be again operational and we would be grateful to the scientific community to support such missions). In the future, one of the main goals of the PICARD mission, already accepted and financed by the French Space Agency CNES is to precisely measure the shape of the Sun. The launch is expected by mid 2007.

4.1. Comparison with theoretical computations

Armstrong and Kuhn (1999) computed the theoretical distortions of the shape of the Sun, $R(\psi)\,|_{\rho=\mathrm{constant}} = R_0\left[1 + \sum_l c_l P_l(\psi)\right]$, through a vector harmonic solution. This theoretical curve is plotted (squares) on Figure 7 using the c_n given by the authors.

Results can be also compared with these obtained from the SOHO-MDI observations, and are listed in Table II. Data from SOHO-MDI have been obtained by Kuhn *et al.* (1998) and the shape coefficients c_n were derived by measuring small displacements in the solar limb-darkening function. At last, the complete theory of the figures permits, for the Sun, to compute the values of the c_n and can be found in Rozelot and Lefebvre (2003). If a general agreement can be found for c_2, it is not the same for c_4 and this shows that the observed outer shape of the Sun deviates from a pure sphere. In this last case, c_4 would be $c_4 = +\frac{12}{35} f^2$ (where f

TABLE II

Comparison of the shape coefficients as observed from SOHO-MDI and from the Pic-du-Midi experiments. First line of the column 'Theory': as computed using the theory of figures; second line: as computed by Armstrong and Kuhn (1999). For c_4, the mismatch between the theory and experimental data can be only explained by a better understanding of the three-dimensional solar interior rotation.

Shape coef.	SOHO-MDI	Pic-du-Midi	Theory
c_2	$-(5.27 \pm 0.38) \times 10^{-6}$	$-(1.1 \pm 0.5) \times 10^{-5}$	-7.06×10^{-6}
			-5.87×10^{-6}
c_4	$(1.3 \pm 0.51) \times 10^{-6}$	3.4×10^{-6} (or less)	3.48×10^{-11}
			0.616×10^{-6}

is the flatness) which is obviously not the case (c_4 would be 3.48×10^{-11}). The only way to interpret such a discrepancy is to say that not only the rotation velocity rate is greatly perturbed on the surface, but also within a thin sub-surface layer. The first point is known from helioseismology, for which helioseismic surface measurements are different from Doppler or other visible tracers. The second point may imply magnetic stresses or shears in a thin layer just beneath the surface, sometimes called the 'leptocline'.

5. Discussion and Comparison with Other Data

It is rather hard to deduce the oblateness f as well as the shape coefficients c_2 and c_4 from observations, either from ground or from space experiments. Several attempts have been made since the 'historical' measurements done by Dicke and Goldenberg (1967). Although the fractional difference of equatorial and polar radii obtained $(5.0 \pm 0.7) \times 10^{-5}$ at that time was certainly too great, leading to astrophysical consequences not easily acceptable, the flood of major papers that followed have shown the interest of such measurements. The debate is not closed.

All the values of the Sun's oblateness so far obtained are not yet in complete agreement, but it seems that comparative limits can be set up. Firstly, the value of f is certainly less than the upper Roche's limit for the Sun which is (5/4) m (Burša, 1986), that is to say 2.7×10^{-5} (m is $\omega^2 R^3/GM$ with classical definitions of the variables). If the Sun would rotate rigidly, the maximum value deduced from the maximum measured equatorial velocity rate is $f = 1.13 \times 10^{-5}$ and from the polar one around 6×10^{-6}. In this case, the value is less accurate as uncertainties on polar velocity rates are higher at the poles than at the equator, even using helioseismology. It results that the solar flatness lies between these values, and leads to a difference between the equatorial and polar radii of the Sun of 8.53 ($\pm$ 1.89) mas, bounded by 6.39 ($\pm$ 1.31) mas as a minimum and 10.54 ($\pm$ 0.25) mas as a

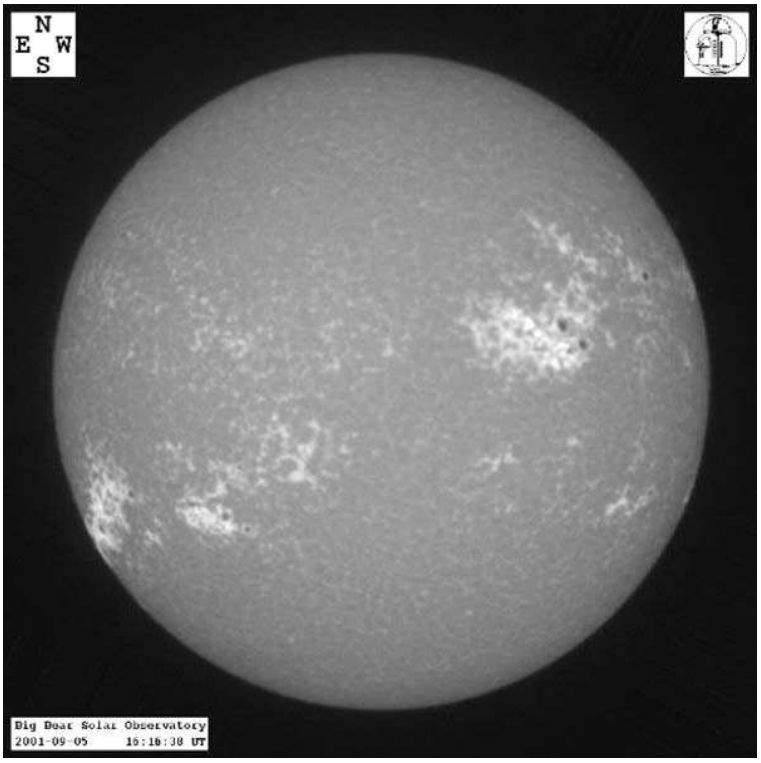


Figure 6. Image of the Sun on 6 September 2001 taken at Big Bear Observatory (web site). The faculae on the east side (left) are perfectly visible. Some scans were made through these faculae: the signal was perturbed giving a double maximum at the top of the profile. The signature of the faculae was thus perfectly identified. A similar profile, but enlarged at the bottom of the profile is obtained when scanning a spot (which was not the case here). As the profiles of the limbs are displayed on the monitor before being recorded, their sample eye-inspection permits to visualize the contamination at the solar edge. The complete identification can be made afterwards and the files contaminated by spots or faculae are removed. During the next campaign, an instrumentation called MIRESOL will be put in operation in parallel with the scanning heliometer to detect on Ca II images the Sun's activity at the limb. (See Lefebvre and Rozelot, 2001.)

maximum. Lower, as well as greater values, would imply accounting for physical mechanisms, such as shear turbulence beneath the surface, of such an order of magnitude that these mechanisms can play a significant role.

From the Solar Disk Sextant Experiment, Lydon and Sofia (1996), have determined f to be $(9.17 \pm 1.25) \times 10^{-6}$ in 1992 and $(8.77 \pm 0.99) \times 10^{-6}$ in 1994. Other values can be found in Godier and Rozelot (2000, 2001).

It is not the first time that a distorted shape of the Sun is reported in the literature. For instance, the solar diameter measurements of Noël (1999, 2003) and Reis Neto *et al.* (2003), by means of the solar astrolabe, have already shown that

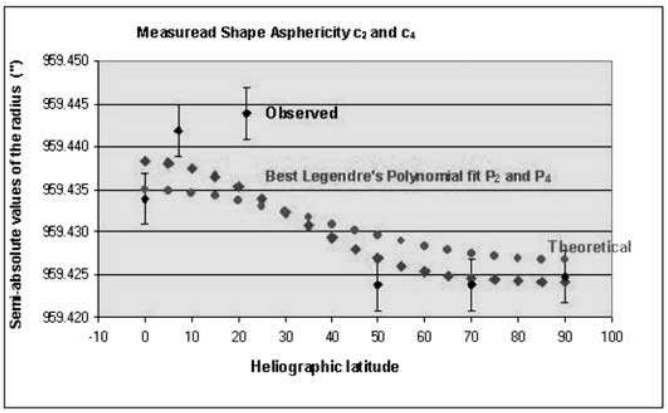


Figure 7. Measured shape asphericity c_n of the density contour of the Sun plotted versus the heliographic latitude. Observed points (*diamonds*) with their error bars show a well-marked asphericity. The theoretical curve (*squares*) has been plotted using the shape coefficients taken from Armstrong and Kuhn (1999): $c_2 = -5.87 \times 10^{-6}$ and $c_4 = 6.16 \times 10^{-7}$. As observed values are semi-absolute, the corrected measurements have been adjusted to the same scale as the theoretical ones. The best fit, given by the two first Legendre's polynomials (average of points fitting on one hand the upper error bars and on the other one the lower ones) yields $c_2 = -1.1 \times 10^{-5}$ and $c_4 = +3.4 \times 10^{-6}$. A bulge is observed which ranges from around 10° to 30° of heliographic latitude, followed by a depletion zone, with the whole shape remaining ellipsoidal. The departures from a spheroid are no more than $\pm$ 10 to 12 mas.

the solar radius is latitude dependent. Averaging semi-diameter measurements by helio-latitudes, the Brazilian team obtained an asphericity characterized by a bulge well marked around the royal zones followed by a depression before reaching the poles. Obviously, atmospheric seeing conditions in Brazil may pollute the signal coming from the Sun (if any), but the time span of three years used for sorting the data is of sufficient range to deduce significant results. Even if the data are certainly affected by the turbulence effects, it would be unlikely that similar results found by different observers at different sites, and using different techniques would not reflect a real solar effect. As already stated (and the same argument can be applied for temporal radius variations, see for instance Noël, 2003, or Wittman, 2000), only space missions would be unambiguous.

Up to now, such departures of the solar sphericity, if admitted, are not well explained and only rough explanations can be put forward. A possible one lies in the difference of temperature measured between the solar pole and the equator (Kuhn, 1998) that can be also related with the radius and the angular velocity through the 'thermal-wind' equation. Such a formalism is detailed in a separate paper (Lefebvre and Rozelot, 2003). However, if J_4 is of the order of J_2, as deduced from our observations and already obtained by Sofia, Heaps, and Twigg (1994) or Lydon and Sofia (1996), then the theory of figures of rotating bodies indicates clearly a distorted shape of the Sun. For the time being, the only way to reconcile

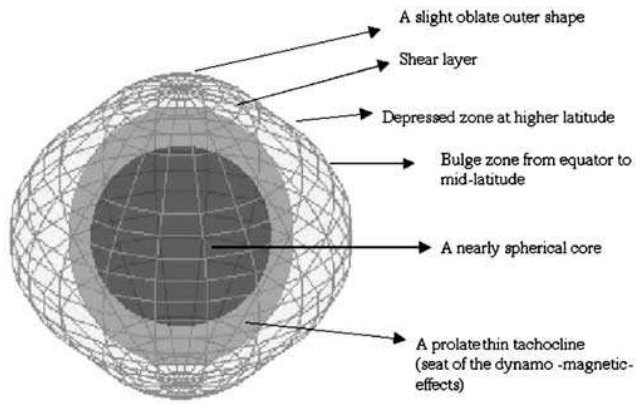


Figure 8. Schematic shape of the Sun (exaggerated view – not to scale). This crude – but realistic – theoretical model of the Sun includes a spherical solar core rotating at a nearly uniform velocity rate, a prolate solar tachocline and an oblate surface shape, both rotating at different velocities; it results mainly from latitudinal shears and thermal winds on the surface, that affect the surface which is thus corrugated. The induced gravitational moments such as J_2 (value: $(2.0 \pm 0.4) \times 10^{-7}$) and J_4 (value $(9.1 \pm 0.3) \times 10^{-7}$) explained the deviations from the best sphere, which cannot exceed an amplitude of $\sim \pm 10$ mas.

observations with the theory is to admit a model of the Sun composed of a spherical solar core rotating at a nearly uniform velocity rate, encapsulated by a prolate solar tachocline and an oblate surface shape, both rotating at different velocities. Figure 8 shows a schematic shape of the Sun, not to scale but illustrating our model. Such a configuration results mainly from latitudinal shears and thermal winds on the surface (Garaud, 2001) that affect the surface which is thus corrugated. The induced gravitational moments J_2 (value: $(2.0 \pm 0.4) \times 10^{-7}$, Pireaux and Rozelot, 2003) and J_4 (value: $(9.1 \pm 0.3) \times 10^{-7}$, Rozelot and Lefebvre, 2003 compared with 9.83×10^{-7}, Lydon and Sofia, 1996) explained the deviations from the best sphere that cannot exceed $\sim \pm 10$ mas. The analysis of hydrodynamic stability of solar tachocline latitudinal differential rotation using a shallow water model by Dikpati and Gilman (2001) leads to the same conclusion (see their Figure 1, p. 538).

6. Conclusion

Observations at the Pic-du-Midi Observatory by means of the scanning heliometer show departures from sphericity of the visual outer solar shape.

We have found that

– the mean oblateness was $(9.05 \pm 1.90) \times 10^{-6}$ in September 2000 and $(9.42 \pm 3.02) \times 10^{-6}$ in September 2001;

– the asphericities (which seem to be static, i.e., not time dependent) do not exceed ± 10 mas;

– the shape coefficient c_2 is $-(1.1 \pm 0.5) \times 10^{-5}$ and c_4 is $+3.4 \times 10^{-6}$.

This last value is inconsistent with a body purely ellipsoidal, for which c_4 would be 3.4×10^{-11};

– results are consistent with observations previously performed from space.

The mismatching between observed asphericities and theoretical ones, especially for the c_4 shape coefficient, can be explained if one takes into account the thermal wind effects. A crude theoretical model is proposed which is supported by theoretical works from other authors.

Progress on that problem will depend on improved measurements of the solar limb shape for which SDS experiments from balloon flights are greatly encouraged until the advent of dedicated space missions.

Acknowledgements

The authors thank C. Damiani for her help during the collecting time of the data. They are extremely grateful to the referee for pointing out the question of the semi-absolute values of the Sun's diameter. This work was partly supported by the French Agency CNRS, the Provence-Alpes-Côte d'Azur Region and the ACRI company in Sophia - Antipolis (F).

References

Armstrong, J. and Kuhn, J. R: 1999, *Astrophys. J.* **525**, 533.
Burša, M.: 1986, *Bull. Astr. Inst. Czech.* **37**, 5, 312.
Coupinot, G., Hecquet, J., and Futaully, R.: 1990, *J. Optics* **21**, 27.
Deslandes, H.: 1994, Héliomètre à balayage: réalisation d'un logiciel d'exploitation de données. Mémoire pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur ISEP, 150 p.
Deslandes, H.: 1995, Héliomètre à balayage: validation complète de la chaîne de données. DEA de l'Université Paris VI, 102 p.
Di Mauro, M. P.: 2003, *Lecture Notes in Physics* **599**, 33.
Dikpati, M. and Gilman, P. A.: 2001, *Astrophys. J.* **551**, 536.
Dicke, R. H. and Goldenberg, M.: 1967, *Phys. Rev. Letters* **18**, 313.
Garaud, P.: 2001, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **324**, 68.
Godier, S. and Rozelot, J. P.: 2000, *Astron. Astrophys.* **355**, 365.
Godier, S. and Rozelot, J. P.: 2001, *Solar Phys.* **199**, 217.
Hill, H. A., Stebbins, R. T., and Oleson, J. R.: 1975, *Astrophys. J.* **200**, 484.
Kuhn, J. R.: 1988, *Astrophys. J.* **331**, L131.
Kuhn, J. R., Bush, R. I., Scheick, X., and Scherrer, P: 1998, *Nature* **392**, 155.
Lefebvre, S. and Rozelot, J. P.: 2001, *EDPS Conf. Series in Astron. and Astrophysics* pp. 61–62.
Lefebvre, S. and Rozelot, J. P.: 2003, *Astron. Astrophys.*, submitted.
Loyer, A.: 1995, L'Aplatissement Solaire: définition, mesures et difficultés. Mémoire pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur ISEP, Paris, 91 p.
Lydon, T. J. and Sofia, S.: 1996, *Phys. Rev. Letters* **76**, 177.
Noël, F.: 1999, *Astron. Astrophys.* **343**, 1001.
Noël, F.: 2003, *Lecture Notes in Physics* **599**, 181.

Pireaux, S. and Rozelot, J. P.: 2003, *Astrophys. Space Sci.* **284**, 1159.
Reis Neto, E., Andrei, A. H., Penna, J. L., Jilinski, E. G., Puliaev, S. P.: 2003, *Solar Phys.* **212**, 7.
Rösch, J. and Yerle, R.: 1983, *Solar Phys.* **82**, 139.
Rösch, J., Rozelot, J. P., Deslandes, H., and Desnoux, V.: 1996, *Solar Phys.* **165**, 1.
Rozelot, J. P. and Bois, E.: 1998, *Astron. Soc. Pacific Conf. Series* **140**, 75.
Rozelot, J. P. and Lefebvre, S.: 2003, *Lecture Notes in Physics* **599**, 4.
Shirley, J. H. and Fairbridge, R. W.: 1997, in Chapman and Hall (eds.), *Encyclopedia of Planetary Sciences*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holland, p. 755.
Sofia, S., Heaps, W., and Twigg, L. W.: 1994, *Astrophys. J.* **427**, 1048.
Wittmann, A. D. and Bianda, M.: 2000, in A. Wilson (ed.), 'Drift-Time Measurements of the Solar Diameter 1999–2000: New Limits on Constancy', *The Solar Cycle and Terrestrial Climate*, ESA Publication SP-463, pp. 113–116.

Chapitre 2

Le programme MIRESOL

2.1 Les objectifs scientifiques

2.1.1 Pourquoi une telle instrumentation ?

Le but de MIRESOL (Mesures et Identifications des REgions actives au limbe SOLaire) est d'acquérir des images entières du disque solaire dans les mêmes longueurs d'onde que celles de PICARD (dans le visible), afin de qualifier et de quantifier, sur la mesure du rayon solaire, l'effet de phénomènes magnétiques tels que taches et facules au limbe solaire. En effet, la mesure du rayon solaire est une mesure photométrique. Or une tache (respectivement une facule) produit un assombrissement (respectivement un embrillancement) qui va influer sur la position du point d'inflexion, donc au final sur la mesure du rayon solaire.

2.1.2 Le problème de la détection automatique des rayons "contaminés"

Les rayons solaires passant par une tache ou une facule au bord sont dits « contaminés ». Ils ne peuvent donc pas être pris en compte dans le calcul de certains paramètres, par exemple le rayon moyen, ou son suivi lors d'une évolution temporelle. D'autre part, et c'est ce qui nous intéresse ici, les rayons calculés à toutes les latitudes héliographiques devront être triés en fonction de leur degré de contamination afin de ne pas introduire de biais dans la mesure de la forme du Soleil. Pour cela, il convient de développer un algorithme de détection automatique de ces taches et facules au bord. Plus exactement il s'agit de déterminer avec précision leur extension héliographique, c'est-à-dire les deux angles au centre pour lesquels une tache ou une facule débute et se termine. La méthode utilisée est exposée dans ce chapitre.

2.2 Description de l'instrumentation

MIRESOL est une instrumentation (figure 2.1) destinée à réaliser un programme d'observation du Soleil spécifiquement dédié à l'identification des phénomènes magnétiques solaires tels que taches et facules au limbe solaire (Lefebvre et Rozelot, 2003). Pour répondre au problème posé ci-dessus, l'instrument, entièrement transportable, se compose :

- d'une lunette apochromatique Vixen ED102SS de diamètre 102 mm et de focale 660 mm, montée sur monture équatoriale Vixen GP,
- d'un filtre neutre pleine ouverture,
- d'une caméra CCD équipée d'un KAF-1602E, capteur de 1024*1536 pixels (la taille de chaque pixel est de 9*9 μm^2),

– d'un porte-filtre destiné à la sélection des longueurs d'onde d'observation.

Fig. 2.1 – Vue générale de l'instrumentation MIRESOL.

2.3 Les images

2.3.1 Longueurs d'onde d'observation

Les longueurs d'onde choisies sont les mêmes que celles de PICARD dans le visible :

- $\lambda = 393.4\ nm$, $FWHM = 0.7\ nm$ dans la raie K du CaII : cette raie est connue pour être très sensible à l'activité solaire et donc pour faire ressortir les phénomènes magnétiques en surface tels que taches et facules ;
- $\lambda = 535.7\ nm$, $FWHM = 0.6\ nm$: cette plage dépourvue de raies de Fraunhofer permettra de faire le lien avec les mesures sol de l'astrolabe solaire ;
- $\lambda = 607.2\ nm$, $FWHM = 0.7\ nm$: cette plage dépourvue de raies de Fraunhofer permettra de faire le lien avec les mesures sol du réseau PSPT ;
- $\lambda = 781.7\ nm$, $FWHM = 0.7\ nm$: cette bande spectrale a l'avantage de ne présenter aucune sensibilité à la vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère terrestre.

2.3.2 L'acquisition et le prétraitement des images

Acquisition

Les temps de pose des images se situent entre 0.2 et 0.5 s selon la longueur d'onde d'observation et l'intensité lumineuse du Soleil. Malgré la bande passante étroite des filtres, il a été indispensable de rajouter une petite densité neutre variable selon la longueur d'onde (car les filtres ne sont pas tout à fait de même épaisseur et la CCD est plus sensible dans le rouge que dans le bleu). Le temps de téléchargement des images est de l'ordre de quelques secondes. Chaque image est le résultat d'un compositage de 5 à 10 images environ, nombre pouvant varier suivant la qualité des images car il est directement relié à la qualité du seeing. Ces images sont sélectionnées par critère visuel (pour l'instant).

Prétraitement

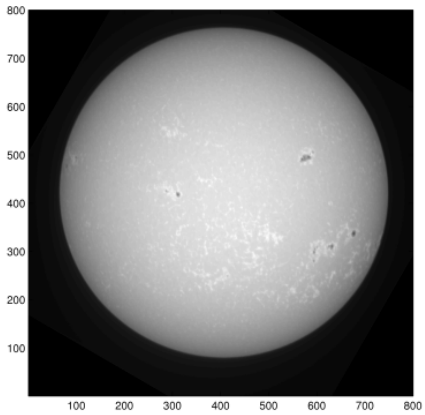


Fig. 2.2 – Exemple d'image MIRESOL acquise dans la longueur d'onde du CaIIK, issu d'un compositage de 8 images de 0.5 s chacune.
Image prise le 25 septembre 2002 à 07h56 TU au Centre de Recherche de Grasse (F). Chaque pixel a une résolution de 2.8 secondes d'arc environ. L'orientation de l'image est conventionnelle : Nord en haut et Est à gauche. Un léger masque flou a été appliqué à l'image pour faire ressortir les détails les plus fins.

Toutes les séquences d'images doivent être prétraitées afin d'éliminer les défauts inhérents à la caméra CCD (grâce aux offsets et aux noirs) et à l'optique (grâce aux PLUs - Plage en Lumière Uniforme - ou "flatfields" en anglais). Je ne décris pas ici en détail le prétraitement car nombre d'articles l'ont déjà fait. Je rappelle juste la formule de base pour le traitement de chaque image d'une séquence :

$$Image_{pret} = \frac{Image_{brut} - Noir_{image} - Offset}{PLU - Noir_{PLU} - Offset} \tag{2.1}$$

Le Noir est une image dans le noir de même temps de pose que l'image et l'Offset est un noir de temps de pose le plus court possible avec la CCD. La PLU doit être une image en plage de lumière uniforme. Cette PLU sert à éliminer les défauts se trouvant sur le chemin optique de la lumière et est propre à chaque optique, comme le vignettage ou la présence de poussières sur le capteur ou les filtres. Pour accroître la qualité de l'image, chaque image finale est le résultat d'un compositage de plusieurs images prétraitées. Ce compositage s'effectue par recalage par intercorrélation, puis par médiane. Le résultat final est fenêtré pour obtenir une taille de 800*800 pixels, la surface disponible restante étant inutile. L'image finale ainsi obtenue est celle sur laquelle, par la suite, tout calcul sera effectué.

2.3.3 Type d'image MIRESOL

Un exemple d'image prise dans la raie du CaIIK est montré sur la figure 2.2.

C'est sur ce type d'images que j'ai cherché ensuite à détecter les taches et facules au limbe solaire.

Pour chaque série, on dispose d'une image finale par longueur d'onde. Un exemple de série est donné figure 2.3.

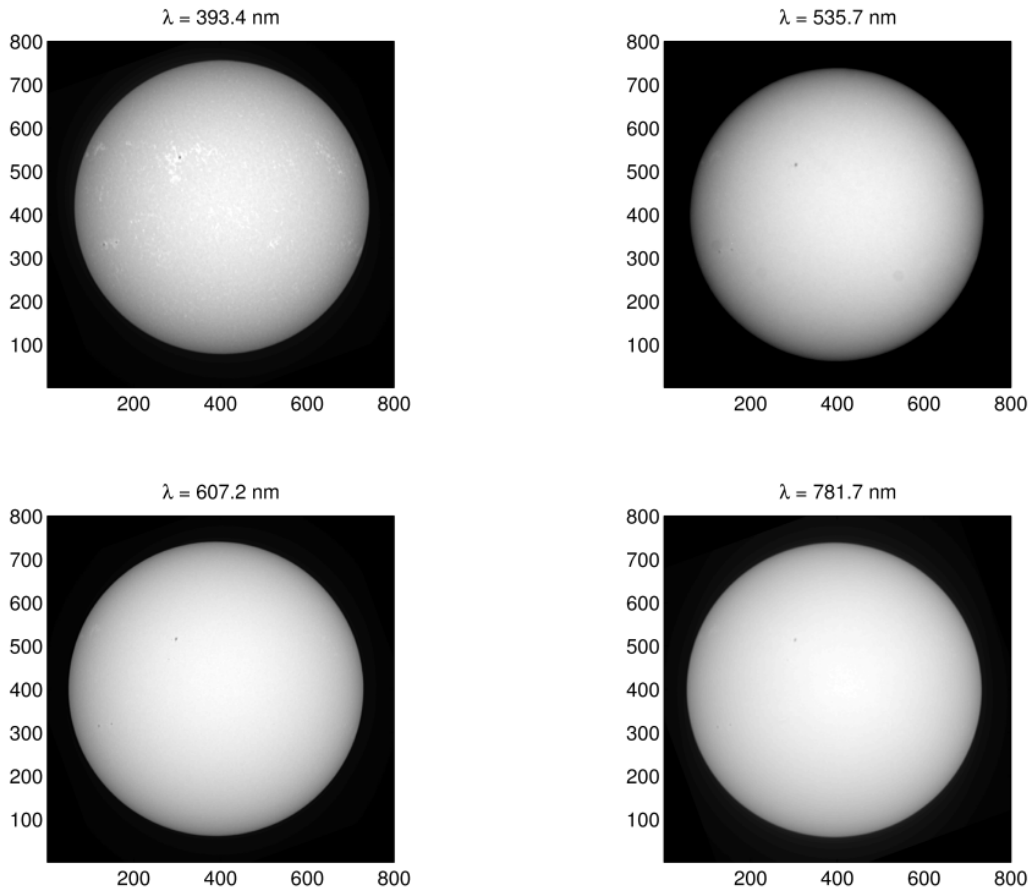


Fig. 2.3 – Exemple d'une série d'images prises dans chaque longueur d'onde (le CaIIK, 535.7 nm, 607.2 nm et 781.7 nm).
Images prises le 13 mai 2003 au Centre de Recherche de Grasse (F), caractéristiques identiques à celles de la figure 2.2.

Environ 600 images brutes ont été prises, toutes longueurs d'onde confondues, principalement au Centre de Recherche de Grasse, mais aussi à l'observatoire du Pic du Midi et à l'observatoire de Rome. Ceci correspond à une quarantaine d'images finales, sachant que la grande majorité est dans la raie du CaIIK[1].

2.4 Expérience de calibration

2.4.1 Pourquoi une telle expérience ?

Rappelons que l'objectif de cette étude est la mise au point d'un algorithme de détection automatique des taches et des facules au limbe solaire. Pour cela, il convient dans une première

[1]Ceci pour deux raisons : la première est que nous avons commandé tardivement les filtres des trois autres longueurs d'onde (raison financière) et la seconde est que la longueur d'onde du CaIIK est plus utile pour déterminer les taches et facules au limbe solaire, les autres servant aux vérifications. Il faut savoir aussi que les observations n'ont pas été systématiques et que je choisissais les jours de très bonnes conditions météorologiques pour observer.

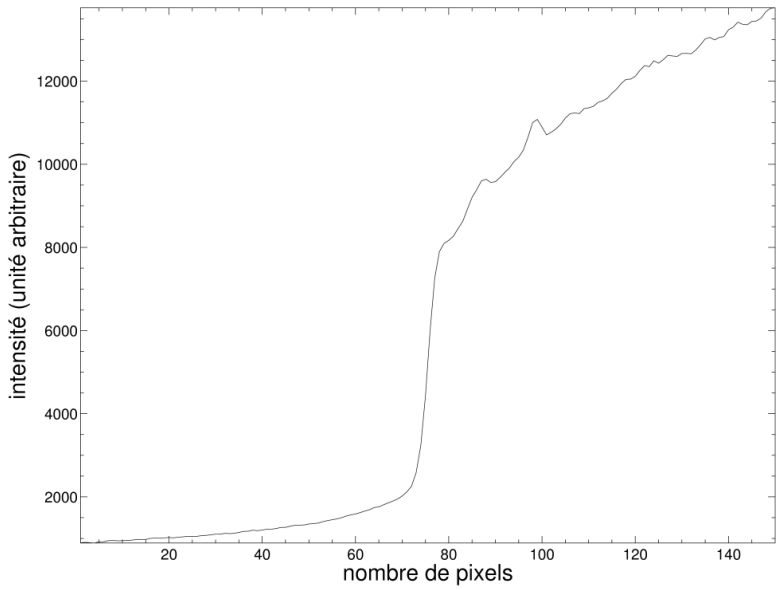


Fig. 2.4 – Exemple de profil de limbe solaire (sur un seul bord) issu de l'image de la figure 2.2. La « montée » se fait sur environ 5 pixels, soit 14 secondes d'arc.

étape de calculer le rayon solaire tout autour du Soleil à partir de la mesure du point d'inflexion de chaque profil de luminosité, obtenu en faisant des coupes horizontales et verticales sur l'image (c'est à dire par ligne ou colonne). Si on fait une coupe à travers une image du Soleil, par exemple comme sur la figure 2.2, on obtient la forme de limbe représentée sur la figure 2.4. On peut remarquer l'asymétrie du profil ainsi que la différence entre la partie « ciel » peu bruitée et la partie « soleil » présentant des irrégularités dues à la surface du Soleil elle-même mais aussi au bruit intrinsèque du fond solaire. Notons aussi que la « montée » du bord solaire se fait sur 5 pixels environ, c'est-à-dire ici sur 14 secondes d'arc environ. Ce qui est important dans le calcul du diamètre solaire est de pouvoir déterminer avec précision le changement de courbure du limbe, donc le point d'inflexion. L'expérience de calibration décrite ci-après m'a permis de savoir quelle méthode était la plus précise.

Dans cette expérience de calibration, nous avons simulé un Soleil en imageant un objet lumineux sphérique dont on connaît exactement le diamètre. Une ampoule diffusante de diamètre 125 mm a remarquablement simulé un Soleil, le but étant, à partir de cette simulation, de pouvoir discriminer entre plusieurs possibilités de méthodes de détection du point d'inflexion, méthodes que nous allons décrire par la suite. La discrimination doit se faire sur le plan de la valeur absolue du diamètre trouvé avec l'erreur la plus faible possible ainsi que sur la variation relative (cf. 2.4.4). En simplifiant énormément les choses, le Soleil n'est jamais qu'une grosse ampoule ! ! Avant de faire l'expérience, nous avons vérifié que notre ampoule était bien sphérique, à quelques centièmes de millimètres près[2], ce qui était suffisant pour ce que nous souhaitions faire.

[2]La mesure a été faite avec un palpeur à 0.05 mm de précision.

2.4.2 Schéma de l'expérience

La figure 2.5 représente le schéma de l'expérience de calibration que j'ai menée avec Jean-François Mangin (ingénieur de recherche au CERGA), en partie à ACRI, entreprise de Sophia-Antipolis, partenaire de ma thèse. Nous avions besoin d'environ 15 mètres d'obscurité totale pour éviter le plus possible les lumières parasites. Après plusieurs essais, nous avons disposé l'ampoule à une distance de MIRESOL telle que la taille de l'ampoule imagée soit la même que celle du Soleil sur le capteur CCD. Pour pouvoir faire une calibration correcte, nous avons choisi de disposer à côté de l'ampoule une règle graduée afin d'obtenir sur l'image CCD une échelle de taille pour calculer l'équivalent en mm de la taille d'un pixel.

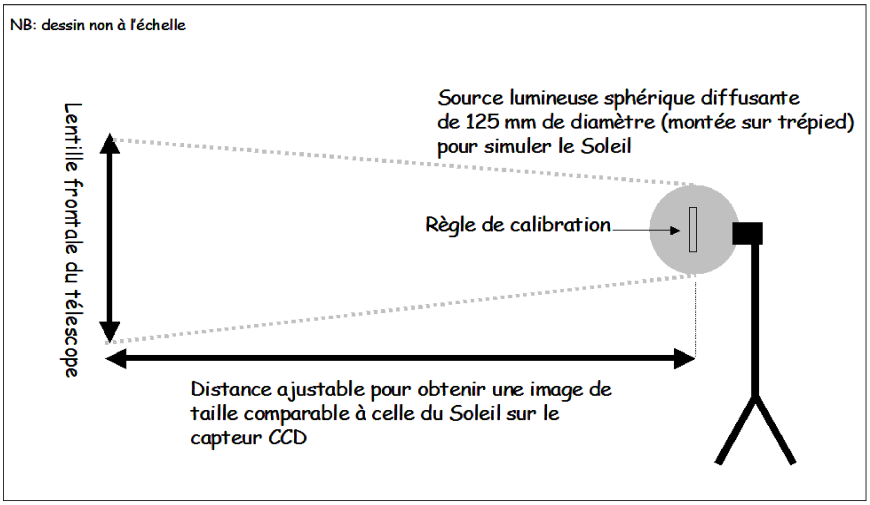


Fig. 2.5 – Schéma de l'expérience de calibration pour MIRESOL.

La figure 2.6 représente une image de calibration obtenue ainsi qu'un limbe qui simule remarquablement un limbe solaire (notamment en ce qui concerne l'asymétrie du profil), ce que nous voulions obtenir pour pouvoir choisir la méthode de détection du point d'inflexion la plus adaptée à notre problème.

2.4.3 Comparaison des limbes des images du Soleil et celles de calibration

Par rapport aux images du Soleil qui sont prises avec un filtre et dont la lumière a traversé toute l'atmosphère, les images de calibration, elles, sont réalisées à partir d'une ampoule en lumière blanche et avec très peu d'air traversé. J'ai dit précédemment que le limbe obtenu sur les images de calibration simule remarquablement celui du Soleil. Pour s'en convaincre, il suffit de chercher à superposer les deux types de limbe.

Si on note $limbeC$ le limbe de calibration et $limbeK$ le limbe d'une image du Soleil dans la longueur d'onde du calcium, on obtient la relation suivante :

$$limbeC = A(limbeK * gaussienne) + B$$

où la convolution par la gaussienne représente la traversée par l'atmosphère.

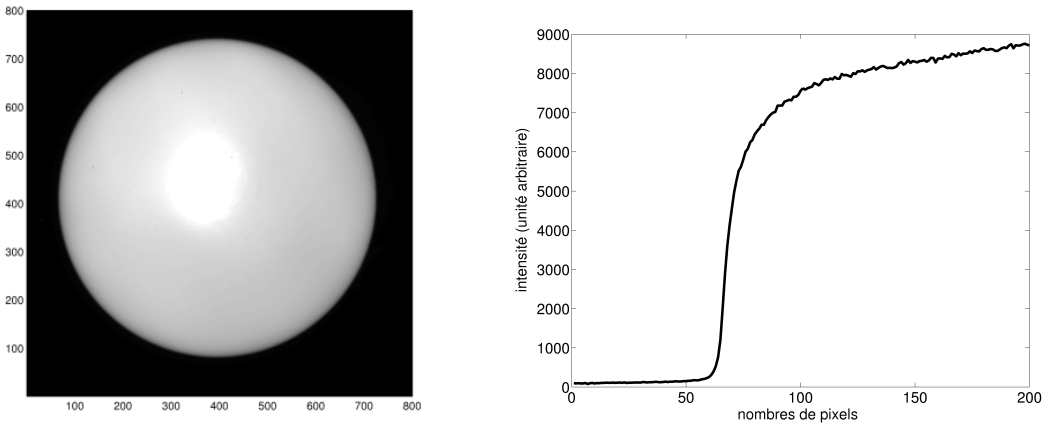


Fig. 2.6 – Exemple d'image de calibration MIRESOL et l'un de ses profils associés.
A gauche, image de calibration ; à droite, profil de limbe issu de cette même image, selon une orientation arbitraire : la « montée » se fait sur 10 pixels environ.

Les deux limbes sont représentés figure 2.7 ; l'ajustement est très satisfaisant (coefficient de corrélation entre les deux courbes : $R^2 = 0.997$).

2.4.4 Choix des méthodes de détection du point d'inflexion

Description des différentes méthodes possibles

Outre le choix entre les différentes méthodes de détection du point d'inflexion, nous avons dû aussi nous attarder sur le choix entre des coupes horizontales et verticales et des coupes radiales, deux méthodes possibles a priori pour obtenir les profils de luminosité sur lesquels on va détecter le point d'inflexion. En résumé, pour obtenir les profils de luminosité, le choix se situe entre :

- des coupes horizontales ou verticales, c'est-à-dire par ligne ou par colonne,
- ou des coupes radiales, c'est à dire à partir d'un centre calculé et selon un angle choisi.

Quel que soit le type de coupe, on peut appliquer plusieurs méthodes pour détecter le point d'inflexion (soit on travaille sur la dérivée première en cherchant la position de l'extremum, soit on travaille sur la dérivée seconde en recherchant le zéro) ; j'en ai sélectionné quatre principales :

- méthode "dp" : double régression linéaire sur chaque flanc de l'extremum de la dérivée première (le choix du nombre de points résulte d'un seuillage haut et bas et est expliqué dans Deslandes, 1995) ;
- méthode "poly" : ajustement de l'extremum de la dérivée première par deux polynômes de degrés 4 et 6 ;
- méthode "spline" : interpolation de l'extremum de la dérivée première par une spline et une cubique ;
- méthode "s" : double régression linéaire sur la dérivée seconde pour la recherche du zéro.

Il s'est avéré que les profils de luminosité obtenus par coupe radiale étaient systématiquement plus bruitées que ceux obtenus horizontalement ou verticalement. Ceci provient de

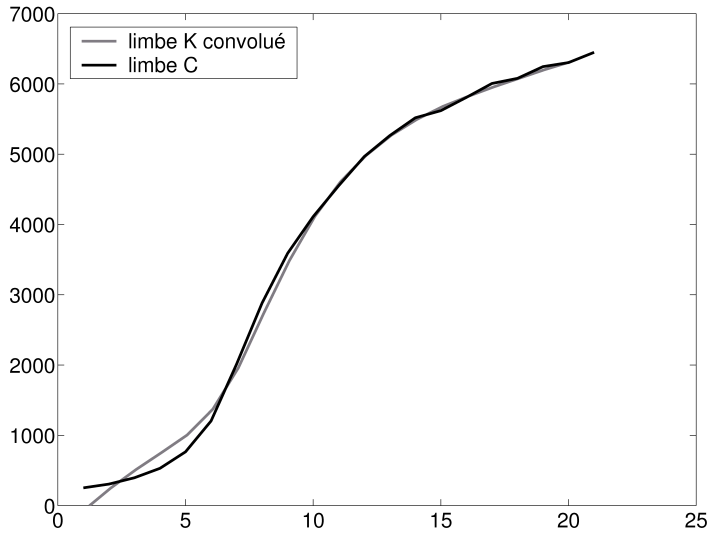


Fig. 2.7 – Comparaison des limbes des images du Soleil et celles de calibration.

l'obligation d'interpoler en diagonal dans un pixel. C'est pourquoi j'ai choisi de travailler uniquement sur des coupes horizontales ou verticales.

La figure 2.8 résume, sur un exemple de limbe du type de celui représenté sur la figure 2.6, les différentes méthodes de détection du point d'inflexion listées ci-dessus. Afin de discriminer entre les différentes méthodes décrites ci-dessus et choisir la meilleure, nous avons calculé, sur l'image de calibration de la figure 2.6, l'ensemble des rayons ainsi que l'erreur moyenne sur le rayon et l'écart-type. Le graphe 2.9 représente les résultats obtenus. Après étude de ce graphe, nous pouvons conclure :

- Les deux méthodes "dp" et "spline" donne un rayon moyen plus proche du rayon réel que les deux autres méthodes, en prenant en compte les barres d'erreur. L'écart observé avec le rayon réel est d'environ 0.3 px soit 0.06 mm : il faut savoir que le diamètre de l'ampoule a été mesuré à 50 μm près ce qui est bien suffisant pour notre propos.
- Parmi les deux méthodes "dp" et "spline", "dp" donne une erreur moyenne ainsi qu'un écart-type plus faible que la méthode "spline".

Ces quatre méthodes ont aussi été testées sur des images réelles du Soleil à différentes résolutions et les résultats sont similaires à ceux obtenus sur les images de calibration. Par conséquent, j'ai choisi la méthode "dp" par la suite pour détecter le point d'inflexion des profils de luminosité. Cette méthode est celle appliquée dans le traitement des mesures de rayon solaire à l'héliomètre du Pic du Midi, et avait, déjà à l'époque, été testée et comparée sur de très nombreuses mesures différentes (Deslandes, 1995). Les résultats permettent de conclure que cette méthode est *la plus précise et la plus simple à implémenter*. De plus, elle donne au final un quadrilatère d'erreur qui permet de quantifier la qualité du profil : si le quadrilatère est très petit, le profil est peu bruité, et donc l'erreur sur la position du point d'inflexion est plus faible. Ce dernier point est un avantage certain sur toutes les autres méthodes.

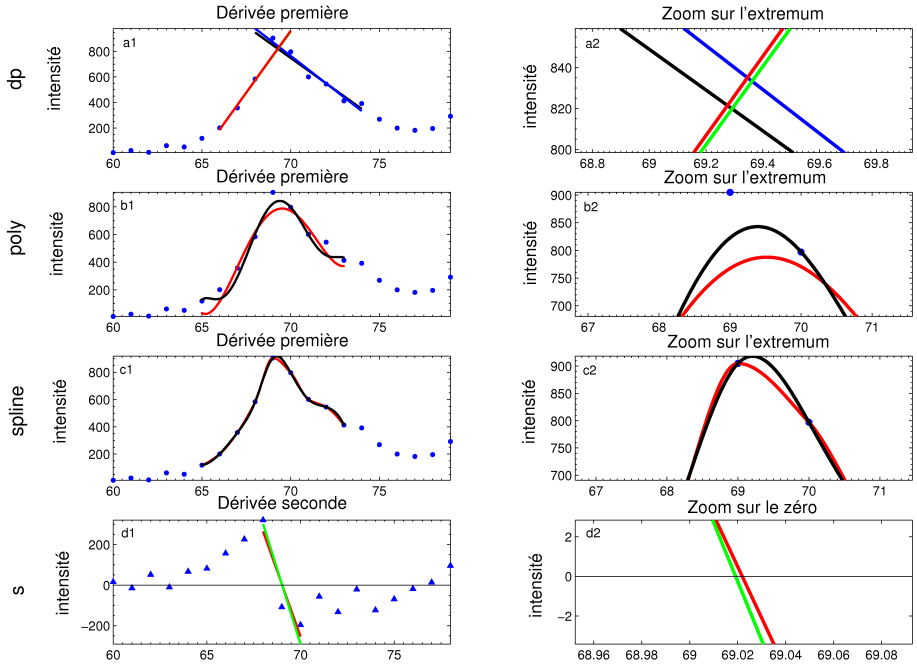


Fig. 2.8 – Résumé des différentes méthodes de détection du point d'inflexion.
Chaque ligne de graphes représente une méthode avec son zoom sur l'extremum. Dans le cas des méthodes "dp" et "s", les droites de couleurs représentent les droites de régression. Pour les méthodes "poly" et "spline", les courbes rouges et noires représentent respectivement les approximations par les pôlynômes de degrés 4 et 6 ou les interpolations par une cubique et une spline.

2.5 L'algorithme de détection automatique des taches et des facules au limbe solaire

Cette partie de thèse a fait l'objet d'une soumission d'article dans Solar Physics et de nombreuses contributions (posters ou présentations orales) dans des colloques internationaux (voir la section 2.8).

2.5.1 Introduction

Dans la littérature, il existe plusieurs méthodes de reconnaissance des régions actives du Soleil. Preminger *et al.* (2001) ont établi une méthode d'identification de ces phénomènes magnétiques solaires, qui utilise les contrastes et la contiguité. Ces deux critères servent à identifier les pixels appartenant à chaque objet individuellement. Les critères sont simples et objectifs, et ne requièrent pas de supposition sur la fonction de distribution en contraste de ces régions. Leur méthode "three-trigger" est rapide et identifie les régions actives avec un grand degré de précision. Néanmoins, ils « *ont fait une inspection visuelle soigneuse entre leur carte d'identification de régions et les images correspondantes, et n'ont trouvé aucune fausse identification, excepté près du limbe où le rapport signal-sur-bruit décline jusqu'à la moitié de la valeur au centre du disque* ». Turmon *et al.* (2002) ont développé un système

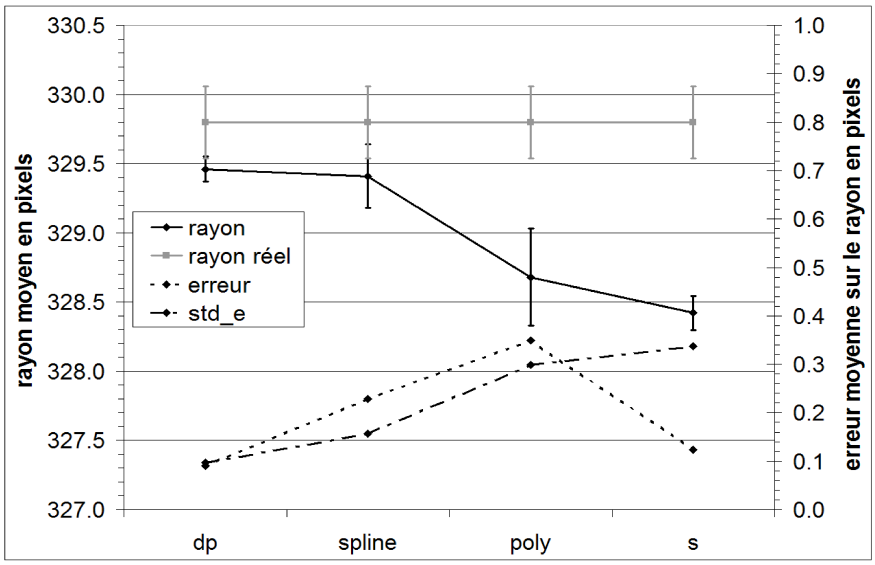


Fig. 2.9 – Comparaison des différentes méthodes de détection du point d'inflexion.
Sont tracés sur le graphique le rayon moyen, l'erreur moyenne et l'écart-type des erreurs pour les quatre méthodes possibles de détection du point d'inflexion. Les calculs ont été faits sur l'image de la figure 2.6. Les étoiles représentent le rayon exact de l'ampoule (en pixels) simulant le Soleil (la règle graduée a servi d'étalon : 1 pixel = 189 μm). Les deux premières méthodes sont les meilleures car les barres d'erreur montrent que le rayon calculé au moyen des analyses "dp" et "spline" est compatible avec le rayon mesuré et de plus, l'écart-type est le plus faible.

pour un traitement et une analyse automatiques de nombreuses images issues de l'espace et du sol. Cette méthode est basée sur une technique bayesienne de segmentation d'image par des modèles statistiques. Une fois que ces modèles sont sélectionnés, les labels sont traités automatiquement. Le programme de ces auteurs démontre « *sa capacité à suivre de façon cohérente les régions actives jusqu'à 2-3 pixels du limbe solaire* ». Par conséquent, à cause de la diminution du rapport signal-sur-bruit au limbe solaire, les méthodes globales de détection des régions actives solaires sur le disque entier ne sont pas adaptées à la détection précise au limbe solaire. D'où l'importance d'implémenter une nouvelle méthode spécifique à la détection des régions actives au bord solaire. De plus, comme je l'ai précédemment dit, c'est un point capital dans le traitement des futures données PICARD, puisque l'on a besoin d'une mesure précise des points d'inflexion au limbe tout autour du disque solaire.

2.5.2 L'Analyse Spectrale Singulière : principe

L'Analyse Spectrale Singulière (en anglais : Singular Spectrum Analysis ou SSA) est une technique relativement nouvelle qui a été développée par Vautard *et al.* (1992). Pap *et al.* (2001) ont appliqué la SSA pour étudier les variations de l'irradiance solaire et des mesures du demi-diamètre solaire au CERGA. L'avantage principal de cette technique est qu'elle agit comme un filtre variable et adaptable sur les données, au lieu d'utiliser des fonctions de base fixées, comme dans le cas de la transformée de Fourier ou celle des ondelettes. Par conséquent,

cette technique permet de distinguer très efficacement entre les oscillations dominantes et peut-être non linéaires du système, tout en précisant les caractéristiques du bruit dans les données, ainsi que le seuil de différenciation entre le signal et le bruit. La SSA est une méthode simple et rapide basée sur l'Analyse en Composantes Principales (ACP) qui permet de filtrer ou de reconstruire des signaux. Le principe de base de la SSA est la décomposition sur une base de vecteurs propres de la matrice d'auto-covariance qui est composée des covariances déterminées par décalage temporel des séries. Les vecteurs propres de cette matrice, dénommés Fonctions Orthogonales Empiriques temporelles (FOEs), fournissent des filtres à moyenne mobile qui extraient les parties non corrélées du signal et dont les contributions au signal complet sont données par les valeurs propres correspondantes. La projection de la série temporelle sur les FOEs donnent les Composantes Principales (CPs) ; elles sont des versions filtrées de la série temporelle originale. Dans l'analyse de Fourier, les FOEs sont les données analogues aux fonctions sinus et cosinus et les CPs les analogues des coefficients. La k-ième valeur propre détermine quelle portion de la variabilité totale est associée à la k-ième FOE. Ces valeurs propres forment le Spectre Singulier (en anglais : "Singular Spectrum") ou spectre de valeurs propres. Elles donnent une information précieuse sur les caractéristiques du bruit dans le signal. Pour plus de détails, on pourra se rapporter à l'annexe B où le principe mathématique de la SSA est décrit.

2.5.3 Utilisation de la SSA pour détecter les taches et les facules au limbe solaire

Après avoir calculé dans une première étape les points d'inflexion tout autour du disque solaire, nous obtenons au final trois séries dépendant de l'angle héliographique de position par rapport au centre du disque (dans le sens trigonométrique) : le premier est le signal composé de tous les rayons issus du calcul des points d'inflexion et du calcul du centre du Soleil par recherche du meilleure cercle euclidien (appelé "radius signal" ou signal du rayon) ; le second est celui des intensités associées aux points d'inflexion ("intensity signal" ou signal de l'intensité) et le troisième est le signal des erreurs sur la position des points d'inflexion ("errors" ou signal d'erreur). Ces signaux ont à l'origine un échantillonnage non constant et par conséquent il est nécessaire de les rééchantillonner pour pouvoir les utiliser avec la SSA. La figure 2.10 montre ces séries obtenues pour l'image MIRESOL de la figure 2.2. Ces dernières séries servent d'entrée pour la seconde étape de l'algorithme de détection.

En règle générale, on utilise la SSA pour des signaux temporels. Ici, elle est utilisée sur des signaux dépendant de l'angle de position par rapport au centre, mais le raisonnement est identique. Comme je l'ai dit précédemment, la mesure du rayon solaire est affectée par la présence d'une facule ou d'une tache au limbe solaire, car on calcule la position du point d'inflexion sur celui-ci par une mesure photométrique. Une tache au limbe va produire une dépression visuelle, de telle sorte que le point d'inflexion va être légèrement déplacé vers le centre du disque. A l'inverse, une facule au limbe va produire un embrillancement donc un pic d'intensité au point d'inflexion. La méthode repose sur ces deux principes de base.

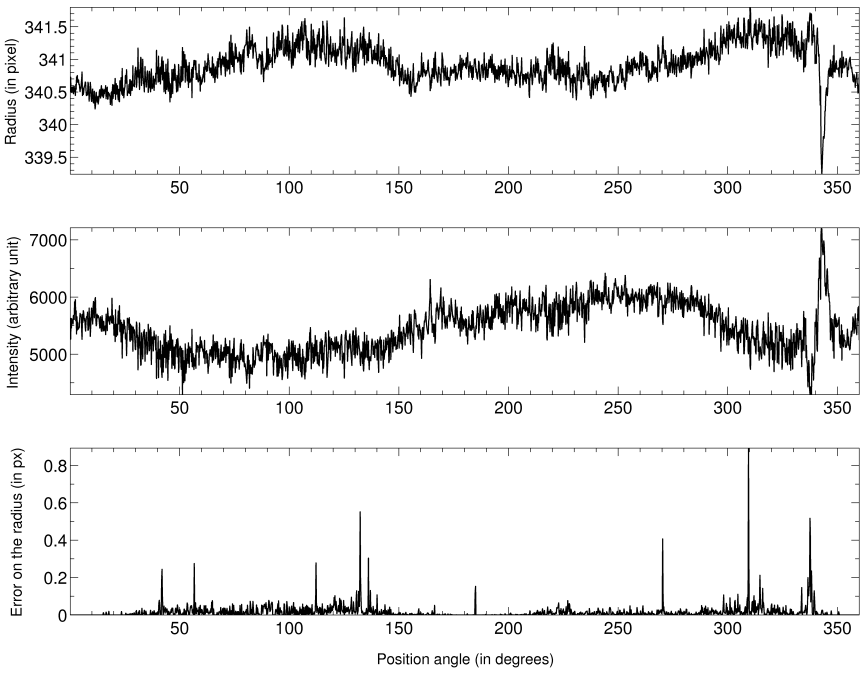


Fig. 2.10 – Signaux du rayon, de l'intensité et d'erreur en fonction de l'angle de position héliographique, calculés pour l'image de la figure 2.2.

2.5.4 Algorithme de détection des taches et facules

Exemple sur une image MIRESOL

L'algorithme de détection est basé sur la décomposition des deux séries de la figure 2.10 (signaux du rayon et de l'intensité) et sur l'analyse de ses différents degrés de reconstruction. La longueur de la fenêtre est un paramètre libre dans la décomposition par la SSA et a été choisie à 50 pour les deux signaux. Celle-ci a été sélectionnée par approches successives comme étant optimale pour les images MIRESOL, aussi bien en ce qui concerne la vitesse que l'efficacité de l'algorithme. Les spectres SSA du rayon et de l'intensité sont représentés sur la figure 2.11, où les points montrent les valeurs propres du rayon et les étoiles les valeurs propres de l'intensité. Nous pouvons voir sur le spectre qu'il y a très peu de composantes au-dessus du niveau de bruit pour les deux signaux. Dans chaque cas, nous pouvons rarement identifier plus de 5 ou 6 composantes ; le reste des valeurs propres tombent en-dessous du niveau de bruit. L'exercice indique bien la difficulté des mesures du rayon depuis le sol où elles sont affectées par la turbulence atmosphérique[3]. Pour déterminer exactement le nombre de composantes significatives (c'est-à-dire au-dessus du seuil de bruit), je calcule l'intersection de deux droites de régression, comme le montre la figure 2.11. Les signaux du « rayon » et de « l'intensité » ainsi que leurs cinq composantes principales sont représentés sur la figure 2.12.

[3]Résultats a priori évidents mais quantifiés ici.

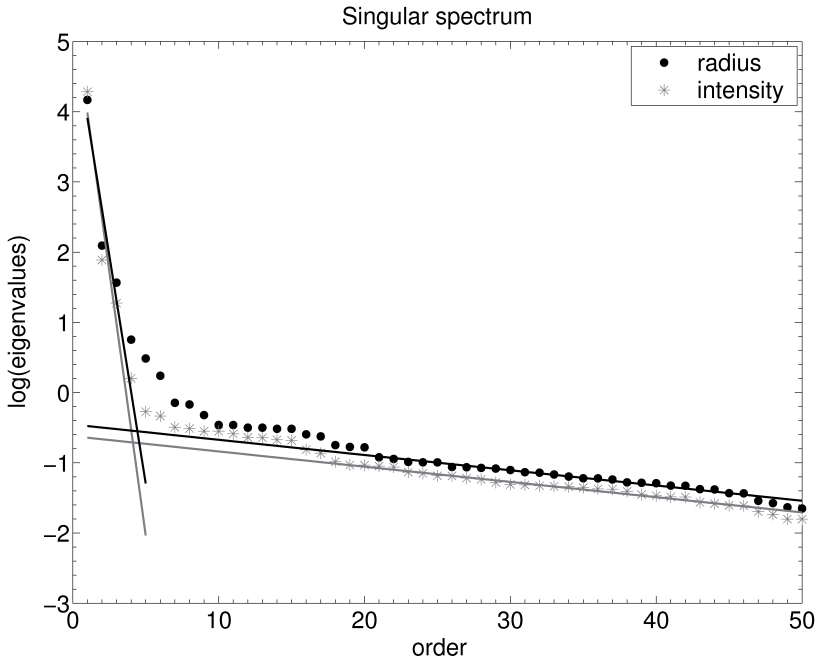


Fig. 2.11 – Spectre singulier calculé par la SSA pour les des deux signaux appelés ici "radius" et "intensity", issus de la figure 2.10.
L'ensemble des valeurs propres (points pour le rayon et étoiles pour l'intensité) juste à droite de la cassure de pente représentent les valeurs propres du bruit. L'intersection de chaque couple de droites de régression permet de déterminer le nombre de valeurs propres à retenir émargeant significativement au-dessus du bruit.

Pour le problème qui nous intéresse ici, l'utilisation des différentes reconstructions successives ($RCs_{2\&i}$) est plus efficace que de considérer directement les différentes composantes reconstruites (RC_i). La composante RC_1 étant simplement la tendance, son utilisation n'est pas assez précise pour la détection des taches et facules au limbe solaire. Sur la figure 2.13, les différentes reconstructions successives des signaux du « rayon » et de « l'intensité » sont représentées. La courbe à la n-ième ligne se compose de la somme des n premières composantes, exceptée la première. De façon mathématique, cela se traduit par l'équation suivante :

$$RCs_{2\&n} = \sum_{k=2}^{n} RC_k. \tag{2.2}$$

Pour chaque série, seulement quatre composantes significatives peuvent être retenues, le reste des valeurs propres tombant en-dessous du bruit. Ainsi, nous nous intéresserons seulement aux reconstructions RCs 2&4, premièrement celle du signal du « rayon » pour détecter les taches et deuxièmement celle du signal de « l'intensité » pour détecter les facules. Sur la figure 2.10, nous pouvons voir un pic brutal négatif sur le signal du "rayon" ainsi qu'un pic positif sur le signal de "l'intensité" correspondant respectivement à la présence d'une tache et d'une facule mises en valeur par la SSA, qui a permis de filtrer le bruit.

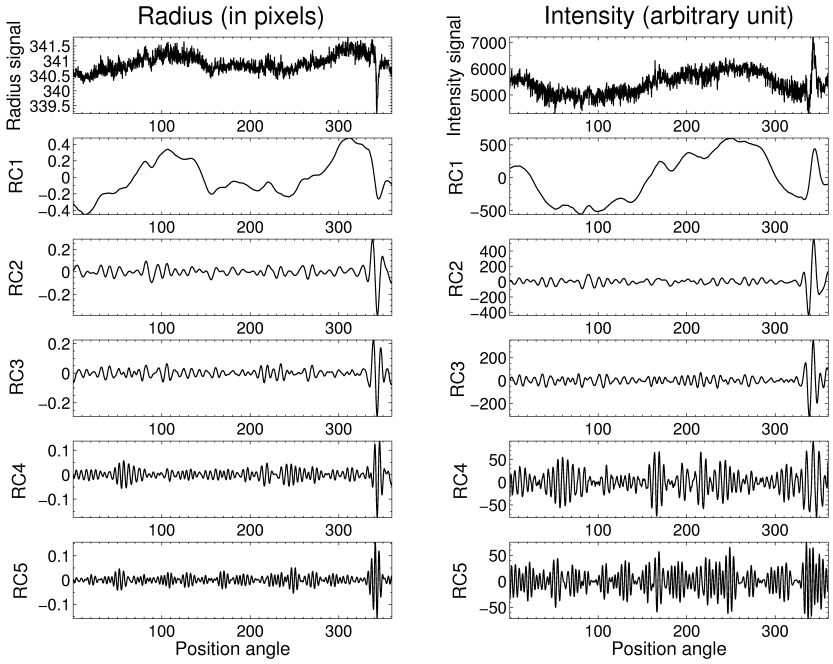


Fig. 2.12 – Les cinq composantes principales du rayon et de l'intensité pour l'image 2.2. Les signaux du rayon (à gauche) et de l'intensité (à droite) sont représentés dans les graphes de la première ligne. En-dessous sont situées respectivement leurs cinq composantes principales.

Les taches sont détectées sur le signal reconstruit RCs 2&4 pour le rayon ; les premiers zéros rencontrés de chaque côté du pic pour les valeurs supérieures à -3σ_r (où σ_r est l'écart-type de RCs 2&4 pour le rayon) déterminent les deux angles de position cherchés qui délimitent l'objet en extension héliographique. La même procédure est appliquée pour les facules, excepté que le seuil de détection est fixé à 3σ_i sur le signal reconstruit RCs 2&4 pour l'intensité (où σ_i est l'écart-type de RCs 2&4). Finalement, une tache est détectée entre 341.31° et 345.84° entourée par une facule entre 340.69° et 346.17° comme le montre la figure 2.14. Cette précision est suffisante pour le propos énoncé au paragraphe 2.1.2.

Exemple sur une image PSPT

Le même algorithme a été testé sur plusieurs images PSPT. J'ai choisi comme exemple l'image du 5 mars 1999, prise à 18h02 TU (voir la figure 2.15), où une tache et des facules au limbe sont bien visibles. La résolution de ces images est supérieure à celle des images MIRESOL, ce qui est un facteur de qualité, notamment pour la précision de la détection.

Grâce à mon algorithme (la longueur de la fenêtre est cette fois-ci choisie à 150, du fait de l'augmentation de la résolution de l'image et donc de la longueur des séries héliographiques), j'ai détecté des facules et des taches comme le montrent la figure 2.16. La facule s'étend de 203.96° à 213.68° et la tache de 27.91° à 32.64° ; cette dernière est entourée par une autre facule délimitée par les angles de position 27.65° et 34.21°.

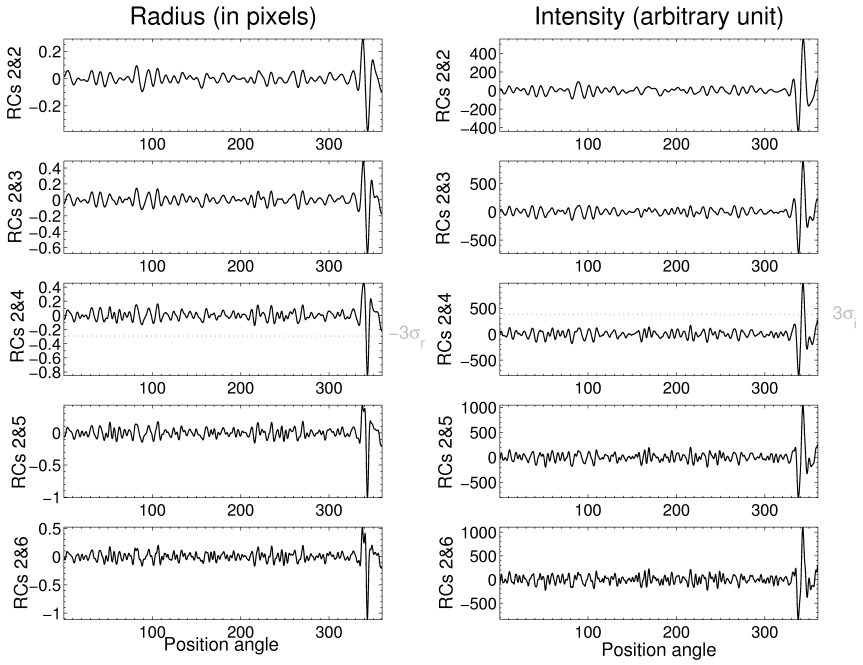


Fig. 2.13 – Reconstruction des séries héliographiques du rayon et de l'intensité correspondant à l'image MIRESOL de la figure 2.2.
On peut voir une chute brutale du signal du rayon ainsi qu'un pic soudain sur le signal de l'intensité correspondant respectivement à la présence d'une tache et d'une facule. La tache est détectée entre 341.31° et 345.84°, entourée par une facule entre 340.69° et 346.17°.

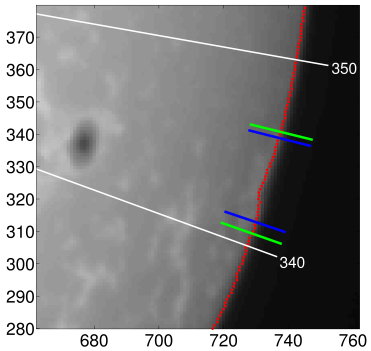


Fig. 2.14 – Extension héliographique d'une tache et d'une facule au limbe solaire déterminée au moyen de la SSA pour l'image obtenue le 25 septembre 2002 (MIRESOL).
En bleu, limites de l'extension pour la tache et en vert, limites pour la facule entourant la tache. A noter la dépression du contour rouge représentant les points d'inflexion calculés.

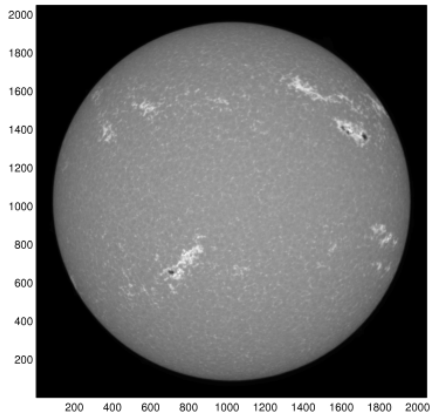


Fig. 2.15 – Image du disque solaire obtenue au moyen de l'instrument PSPT installé à Hawaï, prise le 5 mars 1999 à 18h02 TU dans la raie du CaIIK.
Chaque pixel a une résolution de 1 seconde d'arc. Cette image est extraite d'une série aimablement fournie par l'équipe de l'observatoire de HAO (USA), notamment Randy Meisner et Giuliana de Toma.

	MIRESOL 25/09/02 à 07h56 TU raie du CaII K			**MDI** 25/09/02 à 08h15 TAI lumière blanche		
	début	fin	extension	début	fin	extension
tache	343.72	348.66	4.94	344.91	348.14	3.23
facule	340.69	346.17	5.48	341.31	345.84	4.53

Tab. 2.1 – Comparaison des extensions angulaires (en degrés) entre l'image MIRESOL et l'image MDI pour la même date du 25/09/02.

Exemple sur une image SOHO/MDI

Nous avons aussi testé l'algorithme sur une image de SOHO/MDI. Nous avons choisi comme image celle du 25 septembre 2002, prise à peu près à la même heure que l'image MIRESOL de la figure 2.2. La même tache au bord est observée et repérée par l'algorithme. L'image, dans le continuum solaire, est représentée sur la figure 2.17 et a été prise à 08h15 TU. La résolution de ces images est environ 2 secondes d'arc par pixel.

L'algorithme permet de détecter la tache au limbe entre 344.91° et 348.14° entourée par une facule entre 343.72° et 348.66°. Un zoom de l'image 2.17 en montre l'extension angulaire sur la figure 2.18.

On peut faire une comparaison avec ce qui a été trouvé pour l'image MIRESOL prise le même jour à 19 minutes d'écart. Le décalage angulaire d'environ 1 degré provient simplement d'une différence dans le recalage au moment de la rotation de l'image pour se retrouver en repère EO-NS. La table 2.1 résume les différences observées dans les deux cas. On remarquera que l'erreur moyenne sur la position héliographique est de 0.7° (soit 2 pour mille) avec un

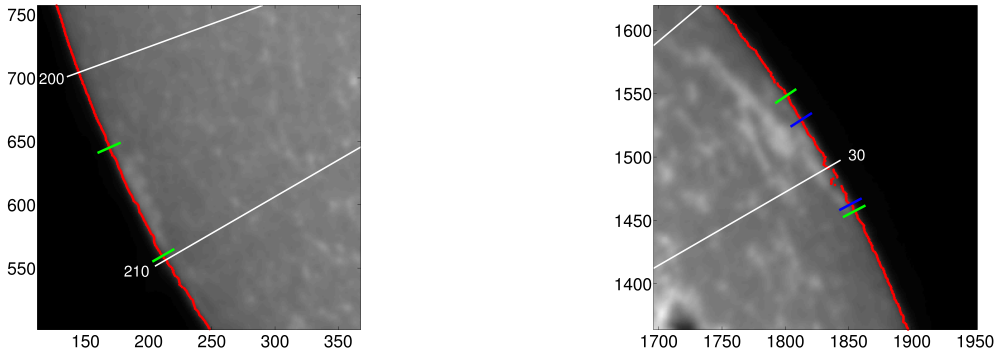


Fig. 2.16 – Extension angulaire de la tache et des facules au limbe pour l'image de la figure 2.15. A gauche, zoom montrant l'extension angulaire de la facule (en vert). A droite, autre zoom montrant l'extension angulaire de la tache (en bleu) entourée par une facule (en vert).

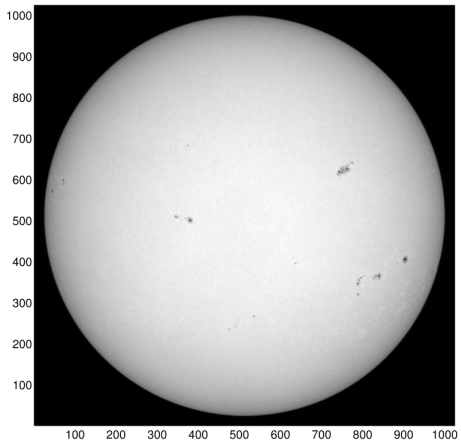


Fig. 2.17 – Image du disque solaire obtenue au moyen de l'instrument MDI embarqué à bord du satellite SOHO, prise le 25 septembre 2002 à 08h15 TU dans le continuum.
Chaque pixel a une résolution de 2 secondes d'arc.

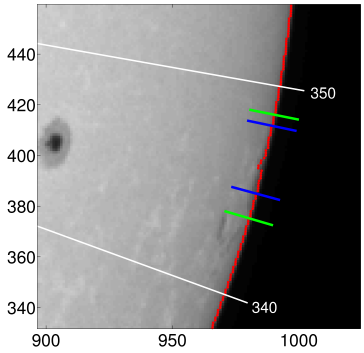


Fig. 2.18 – Extension angulaire de la tache entourée par une facule au limbe pour l'image de la figure 2.17.
L'extension angulaire de la facule est en vert et celle de la tache en bleu.

écart-type de 0.4°. Dans le cas MIRESOL, l'extension angulaire, pour la tache ou la facule, est plus grande que dans le cas MDI : ceci peut s'expliquer soit par une différence de temps de prise de vue, ou, et c'est ce qui semble le plus probable, par une différence de filtre, l'image MIRESOL étant prise dans la raie du CaII K, plus sensible aux taches et facules, et l'autre étant prise en lumière blanche, dans le continuum solaire, donc avec un contraste beaucoup moins important.

2.5.5 Sensibilité de la méthode

Finalement, pour tester la sensibilité de la méthode, la figure 2.19 montre l'image MIRESOL du 26 septembre 2002 prise à 8h25 TU (toujours dans la raie du CaIIK) où une facule très peu visible a tout de même été détectée entre 340.28° et 345.68° (on sait que cette facule est présente en regardant simplement les images de la veille ou du lendemain).

Reste la question des signatures qui pourraient être dues à la présence au limbe de méso ou de super granulation. Ces structures qui ont une taille de 5 à 20 fois celle des granules peuvent, au voisinage d'une tache ou d'une facule, fausser la détection ; mais ce sera bien évidemment le cas aussi pour la mesure du rayon, d'autant que ces structures sont plus stables, leur durée de vie s'étalant de 2 heures pour la mésogranulation à 2 jours pour la supergranulation (Muller *et al.*, 1990).

2.6 Intégration de MIRESOL dans la synergie sol-espace

2.6.1 Campagne d'observations à l'observatoire du Pic du Midi

Durant la campagne d'observations à l'héliomètre à balayage du Pic du Midi en septembre 2002, j'ai obtenu une série d'images MIRESOL, le but étant de tester l'instrumentation dans des conditions différentes de celles du site de Grasse, mais aussi d'avoir des images simultanées avec les mesures à l'héliomètre afin de voir si les limbes acquis étaient contaminés ou non par des taches et des facules. Les conditions météorologiques ont permis d'obtenir des images mais

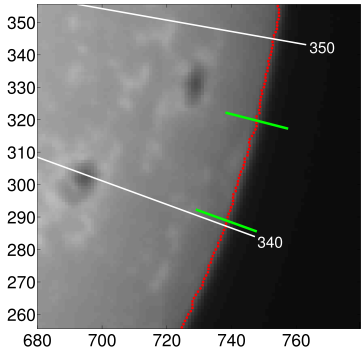


Fig. 2.19 – Facule au limbe solaire délimitée au moyen de la SSA sur l'image MIRESOL du 26 septembre 2002 à 8h25 TU dans la raie du CaIIK.
Un léger masque flou a été appliqué sur l'image pour accroître le contraste des plus faibles détails. Notons le très faible contraste de la facule, à peine visible.

pas de qualité suffisamment satisfaisante pour une exploitation fine au bord. Ces observations ont toutefois démontré que l'instrumentation était parfaitement transportable et adaptable au lieu d'observation choisi.

2.6.2 Campagne d'observations à l'Observatoire de Rome

Durant la deuxième semaine de juillet 2003, une campagne d'observations du Soleil a été menée conjointement avec l'Observatoire de Rome, afin de prendre des images du Soleil avec MIRESOL en parallèle avec le télescope solaire PSPT, dans les mêmes conditions atmosphériques. Le but final était d'évaluer le plus précisément possible les caractéristiques de MIRESOL (bruit, dispersion, etc).

Paramètres mesurés

Plusieurs paramètres ont été évalués (cf. Fazzari *et al.*, 2002) :
- *La largeur du limbe solaire (ou "edge width")* qui permet de préciser l'efficacité de pointage du télescope ;
- *Le niveau de lumière dispersée (ou "stray light level")* qui permet de connaître comment l'image du Soleil produite par MIRESOL est dispersée à l'extérieur du disque. Celle-ci est calculée en analysant les profils d'intensité dans l'auréole du Soleil, c'est-à-dire la distribution d'intensité juste à l'extérieur du disque solaire. Celle-ci a été évaluée à $1.05R_\odot$ et $1.2R_\odot$.

Résultats

Les résultats sont regroupés dans les graphes de la figure 2.20 Nous avons représentés les résultats obtenus pour des images prises dans les mêmes conditions et presque simultanément dans les trois longueurs d'ondes du PSPT (CAIIK, bleu et rouge) et dans trois des quatres longueurs d'onde de MIRESOL (CaIIK, vert et rouge), pour les matinées du 8 et 9 juillet 2003. Les triangles symbolisent les résultats pour le PSPT et les carrés, ceux pour MIRESOL.

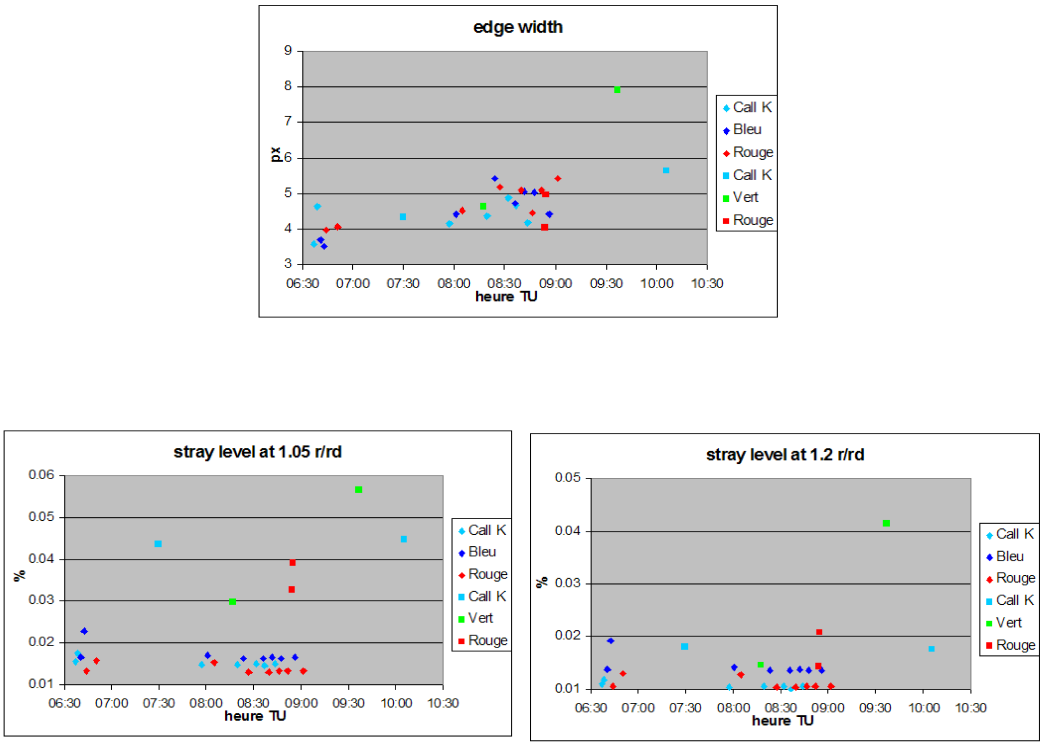


Fig. 2.20 – Calcul de la largeur du limbe ainsi que de la lumière dispersée à $1.05R_\odot$ et $1.2R_\odot$ pour les images de MIRESOL et du PSPT prises presque simultanément durant la campagne d'observation des 8 et 9 juillet 2003. Les triangles représentent les résultats pour les images du PSPT et les carrés ceux pour MIRESOL.

Je rappelle que le but n'est pas de comparer les deux instruments mais de pouvoir donner des caractéristiques instrumentales précises pour MIRESOL. De ces graphes, on peut conclure plusieurs points :

- Tout d'abord, la largeur du limbe (en px) est semblable à celle du PSPT même si un point semble aberrant et bien au-delà d'une moyenne se situant aux alentours de 5 px. Ainsi, pour MIRESOL, le pointage est tout à fait satisfaisant.
- La lumière dispersée en dehors du disque solaire est supérieure pour MIRESOL par rapport à celle obtenue pour les images du PSPT. Cependant, cet écart diminue quand on passe de $1.05R_\odot$ à $1.2R_\odot$. Ainsi, les images MIRESOL, semblent présenter plus de contamination par la lumière dispersée par l'instrument ; cela peut provenir notamment d'un défaut d'alignement de l'optique, comme les filtres par exemple, point qu'on a pu remarquer sur place.

Remarque

Nous avons pu aussi remarquer que les flatfields de MIRESOL, effectués jusqu'à présent sur le fond de ciel, n'étaient pas tout à fait bien uniformes et présentaient une tendance linéaire due au gradient de dispersion lumineuse du fond de ciel. Ainsi, il est plus judicieux d'effectuer des flatfields avec un diffuseur optique placé devant l'objectif de la lunette pointé sur le Soleil, permettant ainsi une plage de lumière beaucoup plus uniforme, ce qui a été fait.

2.7 Conclusions et perspectives

Déterminer l'information structurelle au limbe solaire est un point crucial pour les futures mesures astrométriques spatiales du rayon à toutes les latitudes héliographiques. J'ai démontré dans ce chapitre :

- que *la méthode des droites de régression sur la dérivée première est la plus précise pour déterminer le point d'inflexion des limbes solaires* ;
- et qu'*une méthode basée sur l'Analyse Spectrale Singulière possède le potentiel pour identifier précisément les structures magnétiques solaires telles que taches et facules au limbe.*

La SSA est un excellent outil pour décomposer et reconstruire un signal, tel que ceux du rayon et de l'intensité au limbe sur les images du Soleil, et pour distinguer les variations dominantes par rapport au bruit dans les données. Cette méthode a l'avantage de ne pas nécessiter de correction de l'assombrissement centre-bord pour détecter les structures, alors que ceci est nécessaire pour beaucoup d'autres procédés de détection déjà existants. *Ma méthode est rapide et identifie les structures avec une grande précision.* Les critères utilisés pour la détection sont simples et objectifs, et on élimine ainsi le besoin de posséder d'autres informations sur la distribution en contraste de ces structures. Ce procédé peut être adapté pour d'autres études et par d'autres observateurs.

2.8 Publications

Pour présenter à la fois l'instrumentation MIRESOL ainsi que la méthode de détection automatique des taches et facules au limbe solaire, une série de présentations (posters ou contributions orales) ont été faites :

- une contribution orale suivie d'un proceeding lors du 10ème meeting européen sur la physique solaire en septembre 2002 durant les journées "JOSO" (Joint Organisation for Solar Observations) : *The MIRESOL instrument as an original contribution of a ground-space synergy program* paru dans "Solar variability : from core to outer frontiers", Prague, Czech Republic, 9-14 septembre 2002, ESA SP-506, 2002, pp. 955-958 ;
- une contribution orale suivi d'un proceeding lors du colloque ISCS 2003 à Tatranska Lomniska en Slovaquie en juin 2003 durant les journées "JOSO" : *An original contribution inside the whole PICARD program : the MIRESOL instrumentation* paru dans "Solar variability as an input to the Earth's environment", Tatranská Lomnica, Slovak Republic, 23-28 juin 2003, ESA SP-535, pp. 723-727 ;
- un poster suivi d'un proceeding au cours du colloque ATST à Sacramento Peak (USA), en août 2001 : *The MIRESOL program* paru dans "Current theoretical models and high resolution solar observations : preparing for ATST", eds. A.A. Pevtsov and H. Uitenbroeck, ASP Conference Series, 2003, vol. 286, pp. 77-83 ;

ainsi qu'un article accepté dans Solar Physics, intitulé *A new method to detect active features at the solar limb*, dont le résumé est présenté ci-dessous.

Résumé : *A new method to detect active features at the solar limb*, Solar Physics

Dans le cadre da la mission du futur microsatellite PICARD, dont l'un des principaux objectifs est la détermination précise de la forme du Soleil, nous avons été amenés à développer une nouvelle méthode pour détecter les structures au limbe solaire, comme les régions actives

(taches et facules) ou la supergranulation. Cette méthode est basée sur l'analyse de deux signaux au moyen de l'Analyse Spectrale Singulière : l'un, composé de l'ensemble des rayons du disque solaire (calculés à partir du centre et jusqu'aux différents points d'inflexion au niveau du limbe solaire) dénommé "radius signal" et l'autre, composé des intensités aux points d'inflexion ("intensity signal"). Pour tester cette méthode, nous avons utilisé une nouvelle instrumentation, appelée MIRESOL, dédiée à la détection des structures magnétiques au limbe solaire. Dans une première section, nous présentons la nécessité d'une telle méthode ; dans une seconde partie, nous décrivons brièvement l'instrumentation MIRESOL. Dans une troisième partie, la description algorithmique de la méthode est appliquée sur des images prises avec l'instrument MIRESOL ; un exemple est également donné sur une image PSPT. La dernière section commente les perspectives concernant le développement de la synergie sol-espace autour de PICARD.

A new method to detect active features at the solar limb

Solar Physics, 2003, accepté

Solar Physics

A NEW METHOD TO DETECT ACTIVE FEATURES AT THE SOLAR LIMB

S. Lefebvre[1] and J.-P. Rozelot[2]

Abstract

In the framework of the future PICARD microsatellite, where one of the main goals is the precise determination of the solar shape, we were lead to develop a new method of detecting features at the solar limb, such as active regions (sunspots and faculae) or supergranulation. This method is based on the analysis by means of the Singular Spectrum Analysis of two signals: one coming from the analysis of the distance between the center and the inflexion points of the limb profiles (called "radius") and the other one concerning its intensity (called "intensity"'). To test this method, we have developed a new instrument, called MIRESOL, dedicated to the detection of magnetic features at the solar limb. In a first section, we will present the necessity of such a method; in a second part, we will briefly describe the MIRESOL instrument. In a third part, the algorithmic description of the method is applied on images taken with the MIRESOL apparatus and an example is also given using a PSPT image. The last section is reserved for commenting perspectives concerning the development of a space and ground-based synergy.

1 Introduction

PICARD is a new satellite scheduled to be launched by 2007-2008 (see website, 2003). Its main scientific goals are the simultaneous measurements of the solar shape and its temporal evolution, the solar differential rotation, the irradiance, the UV-flux and the detection of the low-gravity helioseismologic modes. The final aim is a better understanding of the internal mechanisms of the Sun and the solar forcing on the Earth's climate. In this perspective and particularly for the

[1] OCA-GEMINI Av. Copernic F 06130 Grasse. e-mail: sandrine.lefebvre@obs-azur.fr
[2] rozelot@obs-azur.fr

© Kluwer

determination of the solar shape, a great precision is required for measuring the diameters all around the solar disk. If one wants to firmly establish the outer shape, the diameter measurements must be in principle free of any kind of contamination, even from supergranulation. In the case of the PICARD mission, we foresee the classification of measurements by their degree of contamination at the limb, which is in a first step, due to solar magnetic features such as spots and faculae; in a second step, it can be included the detection of supergranulation, filaments,... Heliographic extension of such structures at the limb must be automatically located with great accuracy.

The literature already gives several different methods to automatically detect spots and faculae on the solar surface, but, as we will show in the third part of this paper, none of them give enough precision at the solar limb. Hence the necessity, in the framework of the PICARD mission, to develop a specific algorithm for the detection of features perturbing what could be a "quiet" limb, defined without any kind of magnetic features. Waiting for the launch of the satellite, and to test this new method, we have set up an original instrumenta, called MIRESOL (Mesures et Identifications des REgions actives au limbe SOLaire), whose characteristics are given in the second section. The main idea was to use an instrument of the same aperture as the PICARD telescope, working in the same wavelengths. In the third section, we describe the method applied on images obtained by means of this MIRESOL instrument. Further on, the algorithm was improved by analyzing PSPT[1] images, of better resolution, and kindly provided by R. Meisner from HAO in Boulder. In the last section, we highlight this work in the context of the ground-space synergy around the PICARD microsatellite.

2 The MIRESOL instrumentation

2.1 Description

The MIRESOL instrumentation (Fig. 1, see also Lefebvre and Rozelot, 2003) is composed of a Vixen ED102SS apochromatic refractor (102-mm diameter, 660-mm focal length), equipped with a full aperture neutral density filter and a CCD camera (KAF-1602E captor, size of pixel: 9*9 μm, number of pixels: 1536*1024). The aperture is the same as for the telescope (called SODISM I) which will operate on the PICARD plateform.

One of the main interests of this instrumentation is its ability to be transportable. Images have been so far obtained in various seeing conditions, at Grasse Research Center (France), at Calern Observatory (France), at the Pic du Midi Observatory (France), and at Rome Observatory (Italy), at the same place where the PSPT instrument is installed. The observed wavelengths by means of MIRESOL are the same as those chosen in the visible for SODISM I, that is to say:

[1]PSPT is the acronym for Precision Solar Photometric Telescope, see http://rise.hao.ucar.edu/

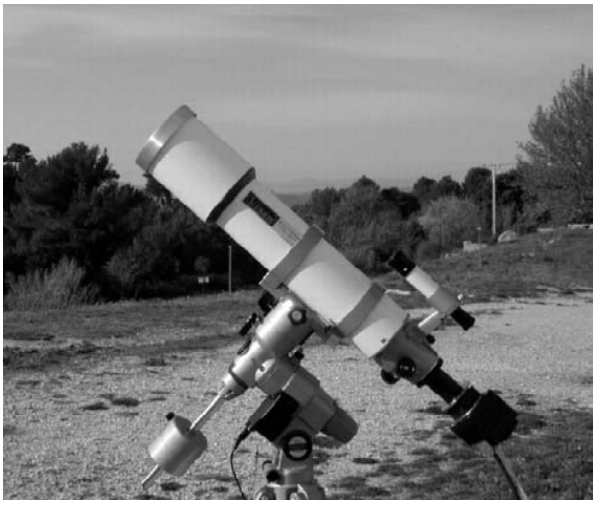


Fig. 1. A general view of the MIRESOL instrumental device dedicated to record full disk images for the identification of active regions at the solar limb. The purpose is to automatically detect their extension in latitudes.

- λ=393.4 nm, FWHM=0.7 nm: this CaII K line is known to be very sensitive to sunspots, faculae and plages;
- λ=535.7 nm, FWHM=0.6 nm: this band, free from Fraunhofer lines, will permit linking with the existing astrolabe measurements;
- λ=607.2 nm, FWHM=0.7 nm: this band, free from Fraunhofer lines, will permit linking with the PSPT network images;
- λ=781.7 nm, FWHM=0.7 nm: this spectral band is free of the water absorption lines in the Earth's atmosphere.

2.2 Type of images

The final images are composites of several images, the number of which is varying according to the seeing. In the 393.4-nm wavelength, the time exposure of each image is adjusted to the intensity of the brightness of the Sun (between 0.2 s and 0.5 s). Usually, a series of 14 images is taken, and, for the time being the best in quality are selected through a visual criterion. Lesser quality images, due to a temporary turbulence or a transient wind effect, are thus eliminated. Each selected image is offset, dark and flat-field corrected; then a median computation of all the selected images is done to produce the final image. For a better visualization, this final image is resized to 800*800 pixels. An example is shown in Fig. 2.

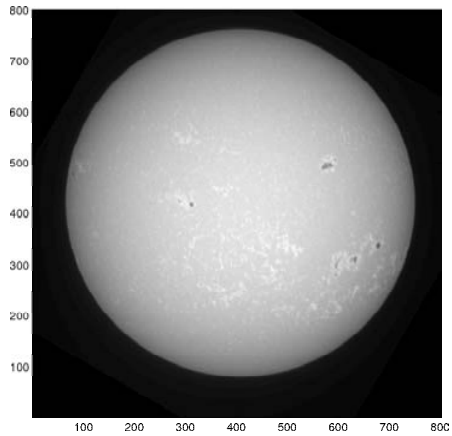


Fig. 2. Composite of 8 images obtained in the 393.4-nm wavelength, each of them taken with an exposure time of 0.5 s. This image has been taken on the 25th of September 2002, at 07h56 UT, at Grasse Research Center (F). Each pixel corresponds to a 2.8-arcseconds square. As usual, North is top and East left. A slightly unsharp masking has been applied to the image to increase the contrast of the finest details.

This type of image is used as a basis for the detection of faculae and spots at the solar limb, by the method described in the following section.

3 Method to detect solar activity at the solar limb

3.1 Introduction

In the literature, several methods of recognition of solar active regions are already available. Preminger et al. (2001) have established a method of solar feature identification using contrasts and contiguity. Contrasts and contiguity criteria are used to identify pixels belonging to an individual feature. The criteria used are simple and objective, and do not require to guess at the contrasts distribution of the features. Their "three-trigger" method is fast and identifies features with a high degree of accuracy. Nevertheless, as the authors claimed themselves, "*(we) have done a careful visual inspection of the feature maps and the corresponding images and (we) find no false identifications* ***except very near the limb*** *where the signal-to-noise ratio declines to about half its value at disk center*". Turmon et al. (2002) have developed a system for the automated processing and analysis of various images obtained from space and from the ground. This method is based on a Bayesian image-segmentation technique driven by statistical models trained from scientist-provided image labelings. Once these models are selected, labeling proceeds automatically. Their program demonstrated "*its ability to consistently*

track active regions to ***within 2-3 pixels of the limb***". From this can be concluded that, because of the decrease of the signal-to-noise ratio at the solar limb, global methods of detection of solar actives features on the full disk, as precise they can be, are not well adapted for the detection at the solar limb. Hence it is important to implement a new specific method for detecting the heliographic extension of solar limb features. Moreover, as previously said, the exact localisation of this "contamination" is a capital point in the treatment of the future PICARD data.

3.2 Principle of the Singular Spectrum Analysis

The Singular Spectrum Analysis (SSA) is a relatively new technique that has been developed by Vautard et al. (1992). Pap et al. (2001) applied this method to compare the total solar irradiance variations and the CERGA radius measurements. In this paper, the mathematical technique is already described and we will just recall here the main principles. SSA has the advantage of working as a data adaptive filter instead of using fixed basis functions, as in the case for Fourier Tranform or Wavelet techniques. Therefore, SSA has the possibility to clarify the noise characteristics of the data. SSA is a powerful fast and simple method based on the Principal Component Analysis which permits the filtering or reconstruction of signals. The basis of SSA is the eigenvalue-eigenvector decomposition of the lag-covariance matrix which is composed of the covariances determined from the shifted time series. Projection of the time series onto the Empirical Orthogonal Functions (EOFs) yields the so-called principal components (PCs); these are filtered versions of the original time series. The EOFs are data adaptive analogs of sine and cosine functions and the PCs are the analogs of coefficients in Fourier analysis. The kth eigenvalue determines what portion of the total variability is associated with the kth EOF. The whole eigenvalues form the Singular Spectrum which gives valuable information about the noise characteristics of the data.

3.3 Use of the SSA to detect sunspots and faculae at the solar limb

Here the SSA works on heliographic position angles series instead of time series, but nothing is changed in the SSA algorithm. As previously mentioned (in the introduction), solar radius measurements are spoilt if a facula or a spot is detected at the limb, because the position of the inflexion point at the solar limb is calculated as a photometric measurement. As a facula (versus a spot) is brighter (versus darker) than its environment, therefore a brightening (versus a darkening) appears at the limb and affects the position of the inflexion point.

The first step consists in calculating the position of the inflexion points all around the solar disk: profiles of intensity are obtained by doing vertical and horizontal slices. Several methods exist to determine the location of the inflexion point. After some trials, we decided to use the method already in application for the analysis of the data obtained by means of the scanning heliometer at the Pic du Midi Observatory (Deslandes, 1995). This method, which has been now widely

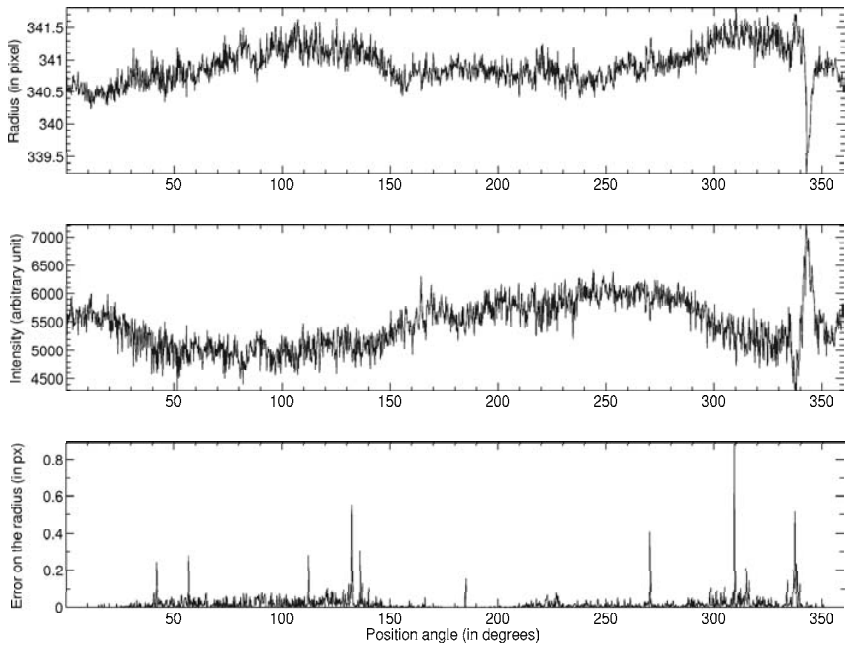


Fig. 3. Radius, intensity and error signals calculated from the image shown on Fig. 2. On such images, each intensity profile extends on about 40 arcseconds, that can be compared with an extension of about 20 arcseconds on the PSPT image, see Fig. 8.

tested with success, consists in approximating each side of the first derivative profile around the extremum by regression straight lines, two per side. These four straight lines delimit a four-sides area error. The inflexion point is situated inside this area and the limits of the four-sides area determine an error bar on the position of the searched inflexion point. Its intensity is then determined by interpolating the intensity profile.

Finally, we obtain three heliographic position angle series: one called hereafter "radius" (that is to say the distance between the center of the Sun and the inflexion points of the limb profiles), the other one called "intensity", i.e. their associated intensities and the third, called "errors", i.e. the error bars corresponding to the position of the inflexion points. Fig. 3 shows an example of such series obtained on the MIRESOL image of Fig. 2. These last types of series constitute the input parameters for the second step of the algorithm.

3.4 Algorithm of detection of spots and faculae

3.4.1 MIRESOL image example

The algorithm of detection is based on the decomposition of these three series and on the analysis of their different principal components. For the decomposition, the window length was chosen at 50, both for the radius and the intensity signals. This window length is a free parameter and has been selected, after numerous tests, as being optimal for the MIRESOL images, as well as for the speed and the efficiency of the algorithm. The SSA spectra of the radius and the intensity are plotted in Fig. 4, where the dots show the radius eigenvalues and the stars the intensity eigenvalues. We can see on the singular spectra that there are few components above the noise level for these two signals. In each case, we rarely identify more than 5 or 6 significant components; the rest of the eigenvalues fall below the so-called noise floor. This exercise indicates the difficulty of the radius measurements from the ground where they are highly spoilt by the atmospheric turbulence. To exactly determine the number of significant components (above the noise level), we calculate the intersection of two regression straight lines, as shown on Fig. 4. The whole signal and its five principal components are plotted on Fig. 5.

For our purpose here, the use of the different degrees of reconstruction is more efficient than using directly the different components. On Fig. 6 the different degrees of reconstruction of the radius and intensity signals are represented. The graph at the nth line is composed as:

$$RC_{2\&n} = \sum_{k=2}^{n} RC_k \tag{3.1}$$

that is to say the sum of the first n components except the first one which represents the trend. For each series only 4 significant components are determined, the rest of the eigenvalues falling below the noise. So, the reconstruction of only RCs 2&4 are needed, first on the radii series to detect sunspots and second, on the intensities series to determine faculae. On Fig. 3, it can be seen a sudden decrease on the radius signal and a sudden increase in the intensity signal that indicate respectively a spot and a facula, highlighted by the SSA which filtered the noise.

Spots are detected on the RCs 2&4 radius signal; the first zero encountered on each side of the peak for values below -$3\sigma_r$ (where σ_r is the standard deviation of the RCs 2&4) determine the two searched position angles. The same procedure is applied for faculae, except the fact that values above $3\sigma_i$ on the intensity signal are kept.

Finally, a sunspot between 341.31° and 345.84° surrounded by a facula between 340.69° and 346.17° are detected, as shown on Fig. 7.

When it was possible, a series of images has been taken within a few hours interval time; the limits of the extension can be computed when features rotate away from the limb and it has been checked that these limits follow the rotation of the features.

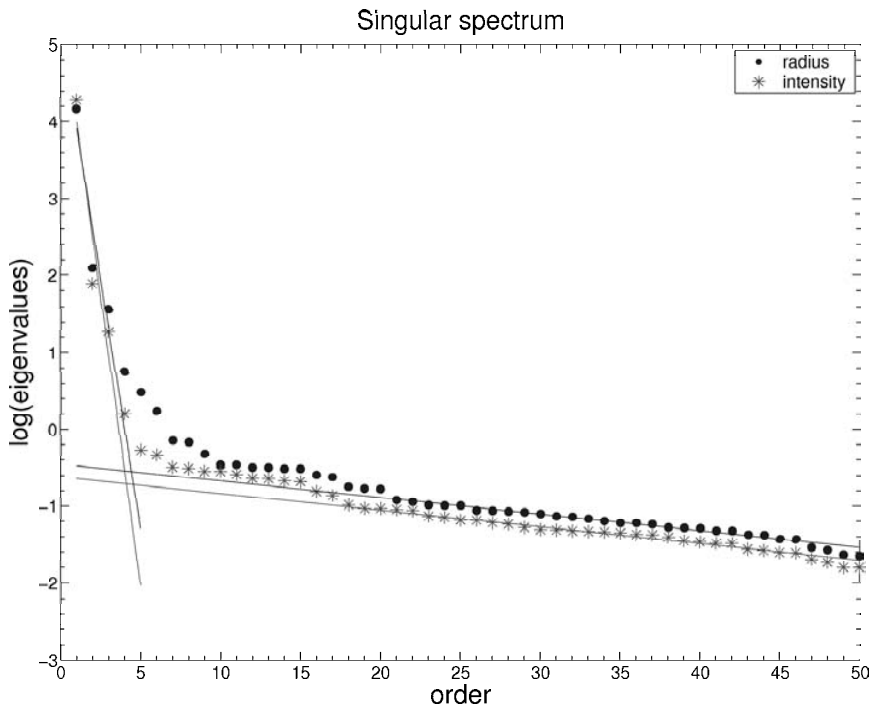


Fig. 4. Singular spectrum issued from the SSA of the signals (dots for the radius and stars for the intensity) shown on Fig. 3. The trail indicates the noise. The intersection of each couple of straight regression lines permit to determine the number of eigenvalues that can be kept above the noise level.

3.4.2 PSPT image

The same algorithm has been tested on a PSPT image. We have chosen as an example the image of the 5th of March 1999, taken at 18h02 UT (see Fig. 8), where faculae and a sunspot at the limb can be noticed.

Thanks to our detection algorithm (the window length is here chosen to be 150, due to the increase of the image resolution and correlative increase of the position angle series length), we can detect this facula and this spot as shown on Fig. 9. The facula extends between 203.96° and 213.68° and the spot extends between 27.91° and 32.64°; this spot is surrounded by another facula delimited by the heliographic position angles 27.65° and 34.21°.

Finally, to test the sensitivity of this method, Fig. 10 shows the image of the 26th of September 2002 at 8h25 UT (in the CaII K line) where a very faint contrasted facula between 340.28° and 345.68° has been detected.

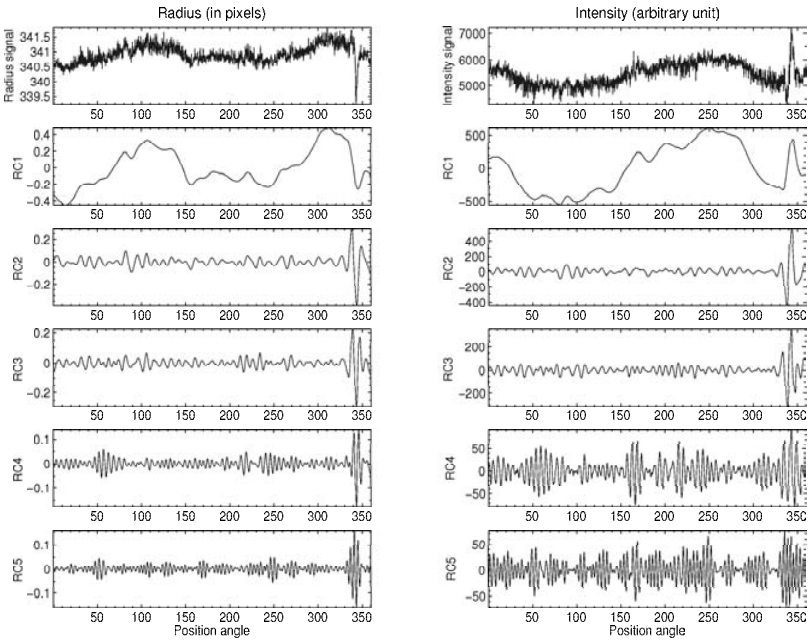


Fig. 5. Radius (left) and intensity (right) signals are shown on the upper boxes. Below are shown respectively their five principal SSA-reconstructed components as deduced from the image shown on Fig. 2.

4 Perspectives: a ground-space synergy around PICARD

MIRESOL is part of a set of other ground-based instruments, which will work together with these of the future PICARD mission, the whole outlining a ground-space synergy around this program. These ground-based instruments, already in operation or in construction, can be listed as follows:

- the former solar Danjon's astrolabe, still operational (Laclare et al., 1996);
- the so-called DORAYSOL apparatus, an automatic solar astrolabe built on the knowledge of the previous one (Delmas, 2003);
- SODISM II, an exact replica of the telescope which will be mounted on the space PICARD platform;
- a diurnal seeing monitor MISOLFA (Moniteur d'Images SOLaires Franco-Algérien, Irbah et al., 2001) which will measure the atmospheric seeing along the same line of sight as SODISM II;

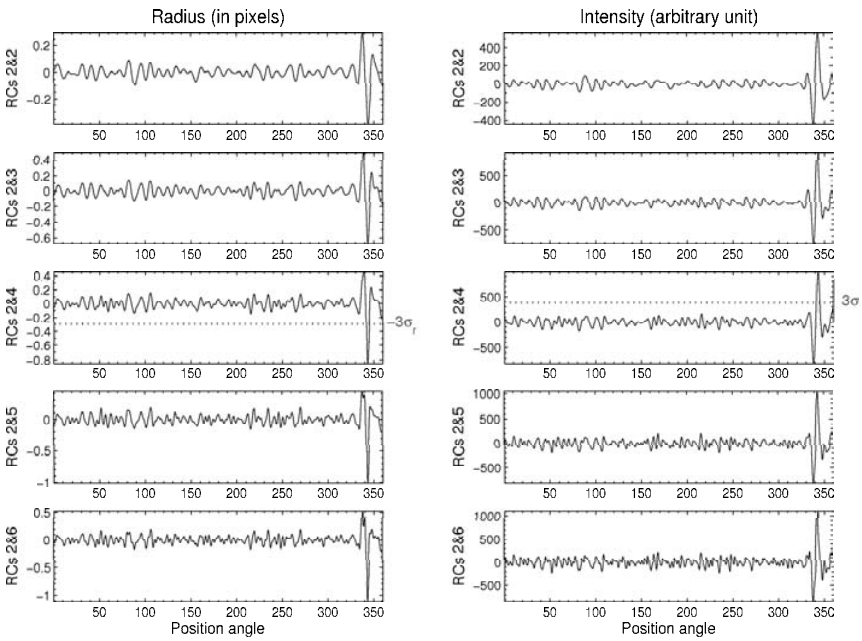


Fig. 6. Reconstructions of the radius and intensity series on the MIRESOL image of Fig. 2. It can be seen a sudden decrease on the radius signal and a sudden increase in the intensity signal that sign respectively a spot and a facula. The spot is detected between 341.31° and 345.84° surrounded by the facula between 340.69° and 346.17°.

- and MIRESOL which has been described in the second section . During the space life time of the microsatellite PICARD, MIRESOL is scheduled to operate near the Picardsol building where will be set up SODISM II and MISOLFA (Lefebvre and Rozelot, 2003).

The ground-based observations of the solar diameter suffer from the influence of the atmosphere, which affects the precision of the measurements. In-orbit measurements, free from atmospheric turbulence, will determine if the observed solar diameter variations do really exist. Waiting for such space data, it is important to set up a ground-based program of observations which will be operational at the same time as the microsatellite. The idea is to gather ground data before the launch, to get simultaneous data during the space life time of the satellite, and to continue to observe after the mission, all series being taken along the same process. Another idea is to try to recalibrate the ancient measurements with the new ones in order to obtain longer series useful to study the impact of the solar variability on the terrestrial environment. Fig. 11 shows the proposed organigram summarizing this whole grounded-space synergy.

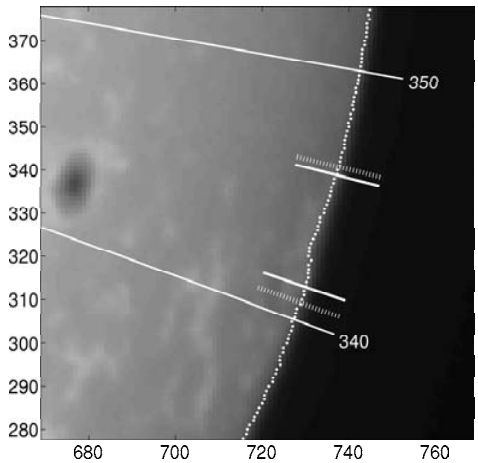


Fig. 7. Heliographic extension of a sunspot and a facula at the solar limb determined by means of the SSA on the image obtained on the 25th of September 2002 (MIRESOL). In plain lines, extension limits of the sunspot and in dot lines, extension limits of the facula surrounding the spot. Notice the depression on the contour representing the inflexion points.

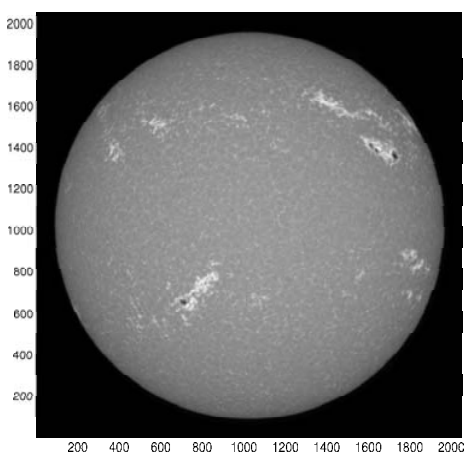


Fig. 8. Image of the whole Sun obtained by means of the PSPT instrument installed in Hawaï, taken the 5th of March 1999 at 18h02 UT in the CaII K line. Each pixel corresponds to an 1-arcsecond square. Courtesy Randy Meisner (HAO observatory).

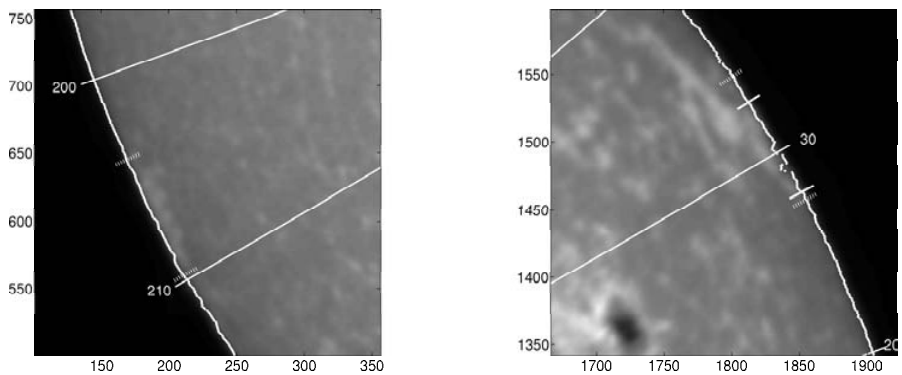


Fig. 9. Left, zoom of Fig. 8 showing the heliographic extension of a facula (in dots). Right, another zoom of the same image showing the heliographic extension of a spot (in plain) surrounded by a facula (in dots).

A close collaboration with the PSPT network is scheduled, as daily images of the Sun are made. A simultaneous campaign of images acquisition between the MIRESOL and the PSPT instruments has been made during July 2003 at Rome Observatory. Simultaneous observations have been made also with the scanning heliometer of the Pic du Midi Observatory where latitudinal variations of the Sun (Rozelot et al., 2003) have been obtained. The whole ground-based synergy around the microsatellite PICARD constitutes a scientific originality.

5 Conclusion

Determining structural information at the solar limb is of crucial importance in the future astrometric space measurements of the solar radius at all heliographic latitudes. We have demonstrated that a method based on the Singular Spectrum Analysis has the potential to accurately identify solar structures such as sunspots and faculae at the limb. SSA is an excellent tool to decompose and reconstruct a signal, such as radius and intensity signals of solar images, and to distinguish their dominant variations from the noise in the data. This method has the advantage that it is not necessary to remove the center-to-limb darkness to detect these features, which is the case in many other methods of solar features detection on the whole solar disk, except near the limb. Our method is fast and identifies features with a high degree of accuracy. The criteria used for feature selection are simple and objective, and the method eliminates the need to guess at the contrast distribution of features.

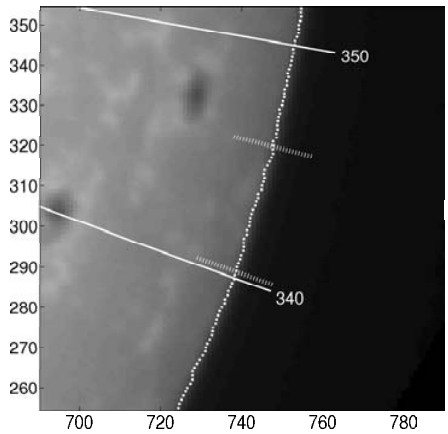


Fig. 10. Delimited solar limb facula determined by means of the SSA on the MIRESOL image of the 26th of September 2002 at 8h25 UT in CaII K line. A sligthly unsharp masking has been applied on the image to increase the contrast of the finest details. Note the faint contrast of the facula, only just visible.

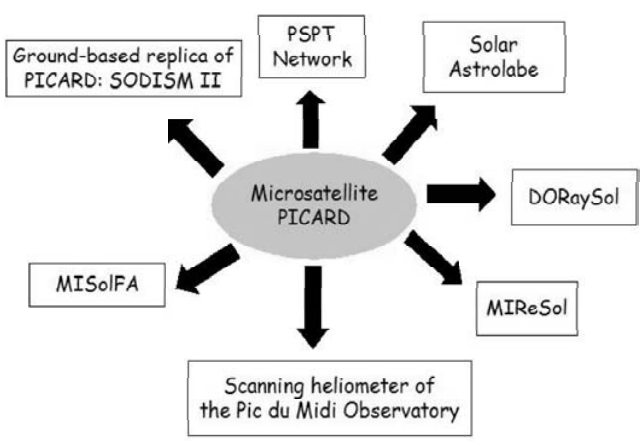


Fig. 11. The ground-space synergy around the PICARD mission.

This method can be adapted for other purposes and can be useful for other observers, if precise studies at the solar limb are needed.

6 Acknowledgements

We thanks the CNRS, the Provence-Alpes-Côte d'Azur region and the ACRI company which have supported this work.

References

Delmas, C.: 2003, in J.P. Rozelot (ed), *The Sun's surface and subsurface*, LNP 599, Springer, p. 196.

Deslandes, H.: 1995, DEA de l'Université de Paris VI, 102 p.

Irbah, A. *et al.*: 2001, in F. Combes *et al.* (eds.), *Proceedings of the SF2A/Scientific Highlights 2001*, EDP Sciences, p. 59.

Laclare, F., Delmas, C., Coin, J.P., and Irbah, A.: 1996, *Solar Phys.* **166**, 211.

Lefebvre, S. and Rozelot, J.P.: 2003, *Proceedings ISCS 2003/Solar variability as an input to the Earth's environment*, Tatranská Lomnica, Slovak Republic, ESA-SP, **535**, p. 723.

Meisner, R.: 2002, personal communication.

Pap, J., Rozelot, J.P., Godier, S. and Varadi, F.: 2001, *Astron. Astrophys.* **372**, 1005.

PICARD website: 2003, http://smsc.cnes.fr/PICARD/Fr/

Preminger, D.G., Walton, S.R. and Chapman, G.: 2001, *Solar Phys.* **202**, 53.

Rozelot, J.P., Lefebvre, S., and Desnoux, V.: 2003, *Solar Phys.*, **217**, 39.

Turmon, M., Pap, J.M. and Mukhtar S.: 2002, *Astrophys. J.* **568**, 396.

Vautard, R., Yiou, P. and Ghil, M.: 1992, *Physica D*, **58**, 95.

Chapitre 3

Modélisation théorique de la forme du Soleil en surface

Ce chapitre est consacré à l'approfondissement théorique de la modélisation de la forme du Soleil en surface. Après une introduction sur le sujet, la section 3.2 sera consacrée à la description de la théorie des Figures (appliquée au Soleil)[1] où l'originalité de mon travail a été d'inclure, dans cette théorie, une loi de rotation différentielle permettant à la force centrifuge de dériver d'un potentiel et donc de ne faire aucune approximation à ce niveau dans les calculs (ce qui ne fut pas le cas dans les études précédentes). Dans la section 3.3, je présenterai une nouvelle théorie que j'ai développée et qui permet de donner une origine physique possible des déformées solaires observées en surface.

3.1 Introduction

3.1.1 Intérêt de l'étude

Comme je l'ai dit dans l'introduction générale, l'étude de la forme du Soleil et de ses origines est d'une importance fondamentale pour mieux comprendre la physique solaire. En effet, il convient d'une part de pouvoir décrire une physique des phénomènes sous-jacents à partir de la géométrie de surface et d'autre part, d'essayer de comprendre l'origine de ces déformées en surface : Godier et Rozelot (1999) ont notamment soupçonné l'existence d'une couche juste sous la surface où ces déformées pourraient prendre naissance : la *leptocline*. Des discussions récentes avec Kosovichev semblent confirmer l'existence de cette couche, qui pourrait aussi être mise en évidence par le procédé dit de tomographie solaire (future collaboration à Stanford, Californie, USA).

3.1.2 Les différentes approches entreprises

Pour tenter de faire une étude précise de ces déformées, la première approche, présentée dans la section 3.2, a été de reprendre la théorie des Figures (déjà développée dans Godier, 2001) : l'innovation principale a été de prendre en compte une loi de rotation différentielle qui dérive d'un potentiel. Cette loi a été calculée par Javaraiah et Rozelot (2002) et les calculs ont permis de déterminer analytiquement et assez précisément les moments quadrupolaire J_2 et octopolaire J_4. La seconde approche présentée dans la section 3.3 a consisté à prendre en considération l'équation du *vent thermique*, bien connue des géoatmosphériciens, et de

[1] La théorie des Figures a été largement développée dans le cas de la Terre, par exemple par Moritz (1990). Comme il a déjà été dit, la transposition de cette théorie au cas du Soleil est difficile et a constitué une des tâches de l'équipe au cours des dernières années.

l'appliquer de façon adéquate au niveau de l'atmosphère solaire : j'ai ainsi établi une nouvelle théorie expliquant et donnant une origine physique aux déformées latitudinales.

3.2 La théorie des Figures

Toute cette partie a fait l'objet de la parution de deux articles, le premier dans Solar Physics et le second dans un volume des Lecture Notes in Physics. Les calculs y sont détaillés et par conséquent, je ne ferai qu'en retracer les grandes étapes. Je m'attarderai davantage sur les résultats que l'on peut en déduire.

3.2.1 Le principe de base

Le principe de base de l'étude des déformées solaires par la théorie des Figures est d'exprimer, pour les corps ayant une masse non ponctuelle, les potentiels gravitationnel et centrifuge en surface, qui, comme toute surface d'équilibre, est une équipotentielle. Ces deux potentiels s'expriment de façon simple si la rotation du corps en question est rigide. On obtient ainsi la théorie au premier ordre et notamment la célèbre formule de Clairaut qui exprime J_2 en fonction de l'aplatissement et de la rotation. Dans le cas où la rotation n'est plus rigide, les calculs sont nettement plus compliqués mais s'expriment encore de façon analytique si la loi de rotation a une certaine forme, comme on va le voir, et permet *à la force centrifuge de dériver d'un potentiel* (ce qui est manifestement le cas pour une rotation rigide).

3.2.2 Le calcul du potentiel gravitationnel

Depuis 1875 et les travaux de A.M. Legendre dans son livre *Sur l'attraction des sphéroïdes*, on sait que le potentiel gravitationnel d'un corps en équilibre hydrostatique se développe en terme d'une série de puissances, plus exactement sur la base des polynômes (dits justement maintenant de Legendre). Ecrit sous la forme d'une fonction de r et ψ

$$\Phi_1(r,\psi) = -\frac{GM}{r}\left[1 - \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n J_n P_n(cos\psi)\right] \tag{3.1}$$

où a est le rayon équatorial du Soleil, M sa masse totale, G la constante de gravitation, ψ la colatitude héliographique, r le rayon et P_n le polynôme de Legendre de degré n (pour plus de détails sur les polynômes de Legendre, voir l'annexe C). Chaque coefficient J_n est le moment gravitationnel multipolaire d'ordre n et a une signification physique précise. Par ordre croissant, ces nombres sont les mesures successives des distorsions affectant la forme du Soleil de part sa rotation et la répartition de sa masse : ils indiquent de combien la forme réelle du Soleil dévie, en latitude, d'une distribution purement sphérique. Si, de plus, nous faisons l'hypothèse classique que le Soleil est à symétrie équatoriale (ce qui n'est d'ailleurs pas tout à fait vrai car nombre de phénomènes en surface ont une dissymétrie Nord-Sud comme la distribution des taches par exemple), l'équation 3.1 se réduit à ses termes d'ordre pair uniquement. Pour la suite du développement mathématique, nous avons choisi de conserver comme base de développement celle des polynômes de Legendre ; dans le cas du Soleil, la troncature à l'ordre 4 s'avère suffisante pour comprendre la manière dont s'effectue le calcul.

Il nous suffit alors d'exprimer le rayon r sous la forme[2] :

$$r = R_{sp}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} P_{2n}(cos(\psi))\right] = R_{sp}\left[1 + c_2 P_2 + c_4 P_4 + ...\ \right] \tag{3.2}$$

où c_2, c_4 et R_{sp} (rayon de la meilleure sphère de même volume que l'ellipsoïde) s'expriment en fonction de l'aplatissement $f = \frac{a-b}{a} = \frac{R_{eq}-Rpol}{R_{eq}}$.

Ainsi, le potentiel gravitationnel devient :

$$\Phi_1 = -\left(\frac{GM}{R_{sp}}\right)[V_0 + V_2 P_2 + V_4 P_4] \tag{3.3}$$

où V_0 s'exprime en fonction de f et V_2 et V_4 en fonction de f, J_2 et J_4 (je renvoie le lecteur à l'article 3.4 pour plus de détails).

3.2.3 Le calcul du potentiel centrifuge

Le calcul du potentiel centrifuge est plus compliqué puisqu'il nécessite le calcul d'une intégrale dans laquelle se trouve entre autres la rotation ω du Soleil. Cette rotation est différentielle : les différentes couches gazeuses ne tournent pas à la même vitesse aussi bien en profondeur qu'en latitude.

La loi de rotation

Les formes de ω obtenues classiquement à partir des observations donne

$$\omega = A + B\sin^2(\psi) + C\sin^4(\psi) \tag{3.4}$$

où A, B et C sont des constantes, et ne permettent pas un calcul analytique du potentiel centrifuge[3]. Par contre, ceci est le cas avec une loi de la forme :

$$\omega(r) = \omega_{pol}\left[1 + \sum_{i=1}^{\infty} a_{2i}(r)\left(\frac{r}{R_{sp}}\right)^{2i}\sin^{2i}(\psi)\right]^{1/2} \tag{3.5}$$

où ω_{pol} est la vitesse angulaire de rotation au pôle. En utilisant la base de données des taches solaires de Greenwich, Javaraiah et Rozelot (2002) ont calculé les deux premiers coefficients pour $i = 2$ et $i = 4$ et ont trouvé à la surface ($r = R_{sp}$) : $a_2 = 0.442$, $a_4 = 0.056$ et $\omega_{pol} = 2.399\ \mu rad/s$. La forme (3.5) permet également de donner une forme analytique de ω en fonction de la profondeur, au moins dans les couches sous-jacentes. L'ajustement de (3.5) avec (3.4) en surface est remarquable, ce qui permet d'utiliser l'équation (3.5) avec confiance.

[2]La démonstration de cette expression se trouve dans Rozelot *et al.* (2001) ou dans Rozelot et Lefebvre (2003).

[3]Un calcul numérique est toujours possible mais il ne reflète pas la physique du potentiel.

L'expression du potentiel centrifuge

Le potentiel centrifuge se calcule selon la formule bien connue :

$$\Phi_2 = -\int_0^{rsin(\psi)} \omega^2 rsin(\psi) d(rsin\psi) \tag{3.6}$$

Après plusieurs étapes de calculs, le potentiel centrifuge se décompose sur la base des polynômes de Legendre et nous obtenons :

$$\Phi_2 = -\omega_{pol}^2 R_{sp}^2 \left[A_0 + A_2 P_2 + A_4 P_4\right] = -m\frac{GM}{R_{sp}}\left[A_0 + A_2 P_2 + A_4 P_4\right] \tag{3.7}$$

où $m = \frac{\omega_{pol}^2 R_{sp}^3}{GM}$ et A_0, A_2 et A_4 dépendent de a_2, a_4 et f (je renvoie le lecteur à l'article 3.4 pour plus de détails).

3.2.4 Le calcul des moments gravitationnels

Expression générale

En ajoutant les deux potentiels Φ_1 et Φ_2 et en écrivant que la surface est une équipotentielle si $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ ne dépend pas de la latitude héliographique (i.e. en écrivant que les coefficients successifs des polynômes de Legendre sont nuls), il vient après de longs calculs et jusqu'à l'ordre 2 pour J_2 et J_4 et jusqu'à l'ordre 3 (c'est-à-dire en éliminant les termes de la forme mf^3 et mA_6f^2 pour J_6

$$J_2 = \frac{2}{3}f - \frac{1}{3}f^2 + mA_2 - \frac{26}{21}mA_2 f \tag{3.8}$$

$$J_4 = -\frac{4}{5}f^2 + mA_4 - \left(\frac{36}{35}A_2 + \frac{502}{231}A_4\right)mf \tag{3.9}$$

et

$$J_6 = \frac{8}{7}f^3 + mA_6 - \left(\frac{526}{165}A_6 + \frac{50}{33}A_4\right)mf + \left(\frac{108}{77}A_2 + \frac{4465}{1089}A_4\right)mf^2 \tag{3.10}$$

où

$$\begin{aligned} A_2 &= -\left(\frac{818528}{1702701}a_4 + \frac{940256}{2837835}a_2 + \frac{188}{891}\right)f^3 - \left(\frac{46832}{135135}a_4 + \frac{3064}{10395}a_2 + \frac{82}{315}\right)f^2 \\ &- \left(\frac{160}{693}a_4 + \frac{16}{63}a_2 + \frac{20}{63}\right)f - \left(\frac{8}{63}a_4 + \frac{4}{21}a_2 + \frac{1}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_4 &= \left(\frac{15315616}{26801775}a_4 + \frac{2031856}{4729725}a_2 + \frac{25504}{75075}\right)f^3 + \left(\frac{9552}{25025}a_4 + \frac{77456}{225225}a_2 + \frac{76}{231}\right)f^2 \\ &+ \left(\frac{96}{455}a_4 + \frac{256}{1155}a_2 + \frac{8}{35}\right)f + \left(\frac{24}{385}a_4 + \frac{2}{35}a_2\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_6 &= -\left(\frac{539666144}{1057639275}a_4 + \frac{13568}{35343}a_2 + \frac{928}{3465}\right)f^3 - \left(\frac{49424}{176715}a_4 + \frac{776}{3465}a_2 + \frac{32}{231}\right)f^2 \\ &- \left(\frac{32}{315}a_4 + \frac{16}{231}a_2\right)f - \frac{8}{693}. \end{aligned}$$

L'équipotentielle de valeur constante qui représente la forme de surface, c'est-à-dire l'hélioïde, est alors déterminée par $\phi_0 = V_0 + mA_0$.

Résultats numériques

Avec les valeurs données pour la loi de Javaraiah-Rozelot et en prenant $f = 8.33\ 10^{-6}$, on obtient

$$A_2 = -0.4246 \quad A_4 = 0.0287 \quad \text{et} \quad A_6 = 6.468\ 10^{-4}$$
$$J_2 = -6.52\ 10^{-7} \quad J_4 = 4.20\ 10^{-7} \quad \text{et} \quad J_6 = -9.46\ 10^{-9}$$

Pour J_2, nous trouvons une valeur environ trois fois plus grande que celle obtenue par d'autres auteurs (voir ci-après) : une des causes principales est le fait que la loi de rotation utilisée a été calculée à partir de traceurs de surfaces tels que les groupes de taches ; si on utilise une loi de rotation déduite de modèles héliosismologiques, la valeur de J_2 est plus faible, de l'ordre de $2\ 10^{-7}$. Pour J_4, on voit que ce sont les termes en mA_4 qui sont prépondérants, ce qui montre que ce moment gravitationnel est sensible aux paramètres de rotation.

Confrontation avec les observations et d'autres valeurs disponibles - Il est très difficile de déduire f et les J_n des observations, aussi bien depuis le sol que par les expériences spatiales. Plusieurs essais ont été tentés depuis la mesure « historique » de Dicke et Goldenberg (1967). Bien que la différence fractionnaire entre les rayons équatorial et polaire obtenue fut de $(5.0\ \pm 0.7)\ 10^{-5}$, certainement beaucoup trop grande, car menant à des conséquences astrophysiques difficilement acceptables, les nombreux articles qui suivirent ont montré l'intérêt de telles mesures. Le débat n'est pas encore complètement clos (mais en passe de l'être).

Toutes les mesures de l'aplatissement du Soleil ainsi obtenues ne sont certes pas en accord, mais il semble que des limites peuvent être données. Premièrement, la valeur de f est certainement plus faible que la limite supérieure de Roche pour le Soleil qui est de $(5/4)m$ (Burša, 1986), c'est-à-dire $2.7\ 10^{-5}$. Si le Soleil tournait rigidement, la valeur maximale déduite de la vitesse maximale à l'équateur serait de $f = 1.13\ 10^{-5}$ et celle déduite de la vitesse maximale au pôle de $6\ 10^{-6}$ (cette dernière valeur est moins précise car les incertitudes sur les vitesses angulaires au pôle sont plus grandes qu'à l'équateur, même avec l'héliosismologie). Il en résulte que l'aplatissement solaire doit se situer entre ces deux valeurs extrêmes soit $f = (8.33 \pm 1.87)\ 10^{-6}$, ce qui implique une différence entre les rayons équatorial et polaire du Soleil de 8.53 ($\pm$ 1.89) mas, limitée par une valeur minimale de 6.39 ($\pm$ 1.31) mas et une valeur maximale de 10.54 ($\pm$ 0.25). De plus petites ou plus grandes valeurs impliqueraient des mécanismes physiques, tels que la turbulence et le frottement des couches juste sous la surface, d'un ordre de magnitude important pour qu'ils puissent jouer un rôle.

A partir des mesures SDS, Lydon et Sofia (1996) ont déterminé J_2 et J_4. Ils ont trouvé $1.84\ 10^{-7}$ et $9.83\ 10^{-7}$ respectivement. Une valeur aussi grande pour le terme octopolaire a été déclarée comme inhabituelle, mais elle ne semble pas déraisonnable comme le montre notre théorie. Paternò *et al.* (1996) ont déduit pour J_2 une valeur de $2.22\ 10^{-7}$, tandis que Pijpers (1998), en utilisant les données héliosismologiques, a trouvé $J_2 = 0.223\ 10^{-6}$. Enfin, Armstrong et Kuhn (1999), à partir des observations de SOHO/MDI, ont déterminé les termes quadrupolaire et octopolaire $J_2 = -0.222\ 10^{-6}$ et $J_4 = 3.84\ 10^{-9}$ (le signe est différent mais provient d'une question de convention). Toutes ces valeurs sont résumées dans la table 3.1.

En ce qui concerne la valeur de J_6, notre valeur se trouve comprise entre celle de Roxburgh (2001), J_6 = -2.8 10^{-10}, et celle de Lydon et Sofia (1996), J_6 = 4 10^{-8}.

Nous pouvons pousser le développement jusqu'à l'ordre 4 et obtenir ainsi $J_8 = 2.94\ 10^{-13}$, valeur qui est plus faible que celle obtenue par Roxburgh, $J_8 = 1.5\ 10^{-11}$ ou celle obtenue par Lydon et Sofia, $J_8 = -4\ 10^{-9}$.

Auteurs	$\|J_2\|$	$\|J_4\|$	Méthode/Remarques
Rozelot et Lefebvre (2003)	$9.02\ 10^{-7}$	$4.36\ 10^{-7}$	théorie des Figures (borne sup. de f)
Lefebvre (2003)	$6.52\ 10^{-7}$	$4.20\ 10^{-7}$	théorie des Figures (valeur moy. de f)
Roxburgh (2001)	$2.21\ 10^{-7}$	$4.46\ 10^{-9}$	théorie du potentiel et mesures hélio
Armstrong et Kuhn (1999)	$2.22\ 10^{-7}$	$3.84\ 10^{-9}$	mesures SOHO/MDI
Lydon et Sofia (1996)	$1.84\ 10^{-7}$	$9.83\ 10^{-7}$	mesures SDS
Paternò *et al.* (1996)	$2.22\ 10^{-7}$		théorie du potentiel et mesures SDS
Pijpers (1998)	$2.23\ 10^{-7}$		mesures héliosismologiques
Rozelot et Bois (1998)	$\leq 3\ 10^{-6}$		valeur sup. de J_2 au-delà de laquelle il y a incompatibilité observationnelle

Tab. 3.1 – Récapitulatifs de Valeurs de J_2 et J_4 obtenues par différents auteurs.

3.2.5 Conclusions et perspectives

Le principal intérêt de la théorie des Figures, telle qu'elle est décrite ici, est de prendre en compte la rotation différentielle du Soleil sous une forme qui permet à la force centrifuge de dériver d'un potentiel et de donner une forme analytique aux J_n. Il convient d'insister à nouveau sur le fait que le calcul d'un J_n pour un corps solide en rotation (la Terre, Mars, etc), peut être fait analytiquement jusqu'à un degré n élevé (on sait notamment prendre en compte de plus en plus de phénomènes géophysiques, aérophysiques ou autres) ; c'est une différence fondamentale avec un corps gazeux à rotation différentielle. On peut voir très facilement que ces résultats sont très sensibles aux valeurs de la vitesse angulaire, que l'on sait variable non seulement en surface mais aussi en profondeur. Godier (2001) a aussi utilisé cette théorie pour sonder l'intérieur solaire par tranches successives. Cependant, cette théorie peut encore être améliorée en prenant en compte le champ magnétique. Ce sera l'une des prochaines étapes.

En conclusion, *les moments gravitationnels sont très sensibles aux valeurs des coefficients de la loi de rotation : ceux issus de traceurs de surface ont tendance à augmenter les J_n et ceux issus de mesures héliosismologiques à les diminuer.* Ces différences ne sont pas encore bien comprises et proviennent soit des techniques d'inversion héliosismologiques (Rozelot et Lefebvre, 2003, p. 25), soit de la profondeur à laquelle s'effectuent les mesures (Di Mauro, 2003, p. 60).

Dans tous les cas, *la rotation différentielle augmente les valeurs de J_2 par rapport à la rotation rigide.*

Notons enfin que cette théorie est parfaitement transposable pour les planètes gazeuses ou d'autres étoiles qui possèdent une rotation différentielle.

3.3 La théorie du « vent thermique »

Dans cette section, je présente ma nouvelle théorie, basée sur l'équation du *vent thermique* permettant d'expliquer en partie les déformées latitudinales observées sur le Soleil.

3.3.1 Les hypothèses de base

Le point de départ de la théorie est de considérer la photosphère comme un gaz parfait et de chercher la forme géométrique de la frontière libre. Les hypothèses de travail sont les

suivantes :

- Le Soleil est une étoile axisymétrique, tournant avec une vitesse indépendante du temps autour de l'axe z dans un repère dont l'origine est au centre de masse. (1)
- La viscosité moléculaire est négligeable pour des mouvements à grande échelle dans une étoile. (2)
- On se place dans un état stationnaire. (3)

3.3.2 Etablissement de l'équation du vent thermique

Je rappelle comment on établit l'équation du vent thermique (Tassoul, 2000). Tout d'abord, on considère la seconde loi d'action de Newton (ou équation des moments) qui s'écrit

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} = \overrightarrow{g} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}(p) + \frac{1}{\rho}\overrightarrow{f}(\overrightarrow{v}), \tag{3.11}$$

où $\overrightarrow{v}$ est la vitesse du fluide dans un repère inertiel de référence, $\overrightarrow{g}$ l'accélération due à la gravité, ρ la densité, p la pression et $\overrightarrow{f}$ la force visqueuse par unité de volume.

Du fait de l'hypothèse (2), l'équation (3.11) se réduit à

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} + \overrightarrow{grad}(V) + \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}(p) = \overrightarrow{0}, \tag{3.12}$$

où V est le potentiel gravitationnel.

Introduisons maintenant les coordonnées sphériques polaires (r, θ, ϕ) par rapport à l'axe de rotation $\overrightarrow{\Omega}$, et les coordonnées cylindriques polaires (s, z, ϕ), où $z = rcos(\theta)$ et $s = rsin(\theta)$. Nous pouvons alors noter les bases $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_\phi})$ pour le repère en sphérique et $(\overrightarrow{e_s}, \overrightarrow{e_z}, \overrightarrow{e_\phi})$ pour le repère en cylindrique.

En coordonnées cylindriques polaires, la vitesse $\overrightarrow{v}$ a la forme

$$\overrightarrow{v} = \Omega s\overrightarrow{e_\phi}, \tag{3.13}$$

et l'hypothèse (3) implique que

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} = -\Omega^2 s\overrightarrow{e_s}. \tag{3.14}$$

Si on insère l'équation (3.14) dans (3.12), on obtient

$$\overrightarrow{grad}(V) + \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}(p) - \Omega^2 s\overrightarrow{e_s} = \overrightarrow{0}. \tag{3.15}$$

Le rotationnel de l'équation (3.15) donne

$$\overrightarrow{grad}\left(\frac{1}{\rho}\right) \wedge \overrightarrow{grad}(p) = \overrightarrow{grad}(\Omega^2 s) \wedge \overrightarrow{e_s}. \tag{3.16}$$

Cette dernière équation est la relation du vent thermique, qui relie la dépendance en z de la vitesse angulaire Ω à la baroclinicité[4] du système. Du fait de l'hypothèse (1), il y a

[4]On peut dire en première approximation que plus des lignes isothermes sont « serrées » sur une surface isobare, plus la baroclinicité est intense, et plus la tendance à développer des mouvements verticaux de matière y est accentuée.

indépendance en longitude ϕ et de plus, en faisant l'hypothèse que ρ est indépendant de θ, si on développe l'équation (3.16), on obtient

$$-\frac{1}{r\rho^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial r}\frac{\partial p}{\partial\theta}\right) = 2\Omega s\frac{\partial\Omega}{\partial z}. \tag{3.17}$$

Introduisons ensuite la gravité effective $\overrightarrow{g_e}$, c'est-à-dire celle incluant la force centrifuge,

$$\overrightarrow{g_e} = \Omega^2 s\overrightarrow{e_s} + \overrightarrow{g} = \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}(p). \tag{3.18}$$

Cette gravité effective est maximale à l'équateur et par projection sur $\overrightarrow{e_r}$, le terme $\mid \Omega^2 s\overrightarrow{e_s}.\overrightarrow{e_r} \mid$ est négligeable comparé à g. Par projection de l'équation (3.15) sur $\overrightarrow{e_r}$, on obtient la loi classique de l'équilibre hydrostatique

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\rho g. \tag{3.19}$$

Supposons que la photosphère est un gaz parfait, c'est-à-dire qu'elle suit la loi

$$p = \frac{nR}{m}\rho T = \frac{1}{\alpha}\rho T, \tag{3.20}$$

où $\alpha = \frac{m}{nR}$ et T est la température en surface supposée uniquement dépendante de la colatitude θ, il en résulte que

$$\frac{\partial\rho}{\partial r} = -\rho g\frac{\alpha}{T}. \tag{3.21}$$

Introduisons maintenant les équations (3.21) et (3.19) dans la (3.17). Comme ρ est indépendant de θ, nous obtenons l'*équation du vent thermique* :

$$\frac{g}{rT}\left(\frac{\partial T}{\partial\theta}\right)_r = 2\Omega s\left(\frac{\partial\Omega}{\partial z}\right)_s. \tag{3.22}$$

A ce propos, Gough et McIntyre (1998) écrivent que « l'équilibre est exprimé par la composante zonale de l'équation de vorticité axisymétrique stationnaire, menant à l'équation généralisée appropriée *vent thermique* ou plus à propos *cisaillement thermique* ». Garaud (2000) considère que « cette dernière équation conduit à une circulation d'un vent thermique provenant du fait que les surfaces isopycnes[5] diffèrent des surfaces isothermes ce qui est le cas d'un fluide en rotation : la force centrifuge change l'équilibre hydrostatique en étirant les surfaces isopycnes en surfaces sphéroïdes ». L'équation du *vent thermique* relie l'augmentation de la vitesse géostrophique (ou plutôt ici héliostrophique) horizontale avec l'altitude au gradient de température horizontal à l'intérieur d'une surface à pression constante. Notons que de telles variations latitudinales de température en surface ont déjà été mesurées sur le Soleil par Kuhn *et al.* (1985, 1988). En d'autres mots, si les surfaces de pression constante et de température constante ne coïncident pas, le vent géostrophique a généralement un cisaillement vertical. Au contraire, si ces deux familles de surface coïncident, leur vitesse doit être indépendante de l'altitude.

[5]Les surfaces isopycnes sont les surfaces de masse volumique constante.

3.3.3 Relation avec les variations latitudinales du rayon

Ce qui va suivre est vraiment nouveau et contribue à l'originalité de mon travail (Lefebvre et Rozelot, 2002b).

A la surface du Soleil (à savoir au niveau de la photosphère), la loi de rotation Ω peut se mettre sous la forme

$$\Omega(\theta) = \Omega_{eq} + \Omega_2 cos^2(\theta) + \Omega_4 cos^4(\theta), \tag{3.23}$$

où Ω_{eq} est la vitesse angulaire équatoriale et θ la colatitude.

Comme on se place juste à la surface et d'après l'équation (3.23), on a $\dfrac{\partial \Omega}{\partial r} = 0$, d'où

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z} = -\frac{sin(\theta)}{r}\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}. \tag{3.24}$$

En développant T sous sa forme habituelle $T(\theta) = T_e + \tilde{T}(\theta)$, où T_e est la température effective à la surface du Soleil, il en résulte

$$\frac{g}{rT_e}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} \approx -2\Omega sin^2(\theta)\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}. \tag{3.25}$$

Prenons en compte le paramètre W introduit par Sofia et Endal en 1980, paramètre reliant les variations relatives du rayon solaire R aux variations relatives d'irradiance I (se reporter à la section 1.4.1), c'est-à-dire

$$W = \frac{dR/R}{dI/I}. \tag{3.26}$$

Dans l'hypothèse de corps noir, la loi de Stefan relie le flux lumineux d'une étoile à sa température effective :

$$L = \sigma T^4. \tag{3.27}$$

En reliant les équations (4.2) et (3.26), on obtient

$$\frac{dR}{R} = W\frac{dI}{I} = W\frac{dL}{L} \approx W\frac{4}{T_e}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta}d\theta. \tag{3.28}$$

Finalement, en substituant l'équation (3.28) dans (3.25) et en introduisant $R(\theta) = R_e + \tilde{R}(\theta)$, où R_e est le rayon de l'ellipsoïde initial, il vient

$$\frac{d\tilde{R}}{d\theta} \approx -\frac{8}{g}WRrsin^2(\theta)\Omega\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}. \tag{3.29}$$

Cette dernière relation décrit l'évolution du rayon solaire, plus exactement de son anomalie, avec la colatitude θ. L'intégration de l'équation (3.29) requiert une valeur initiale de la différence $\Delta R_i = R_{eq} - R_{pol}$ pour l'ellipsoïde initial de référence. Ce paramètre est une valeur fixée au départ mais varie pour chaque calcul, de même que la valeur de W. Les résultats sont donnés dans la section suivante.

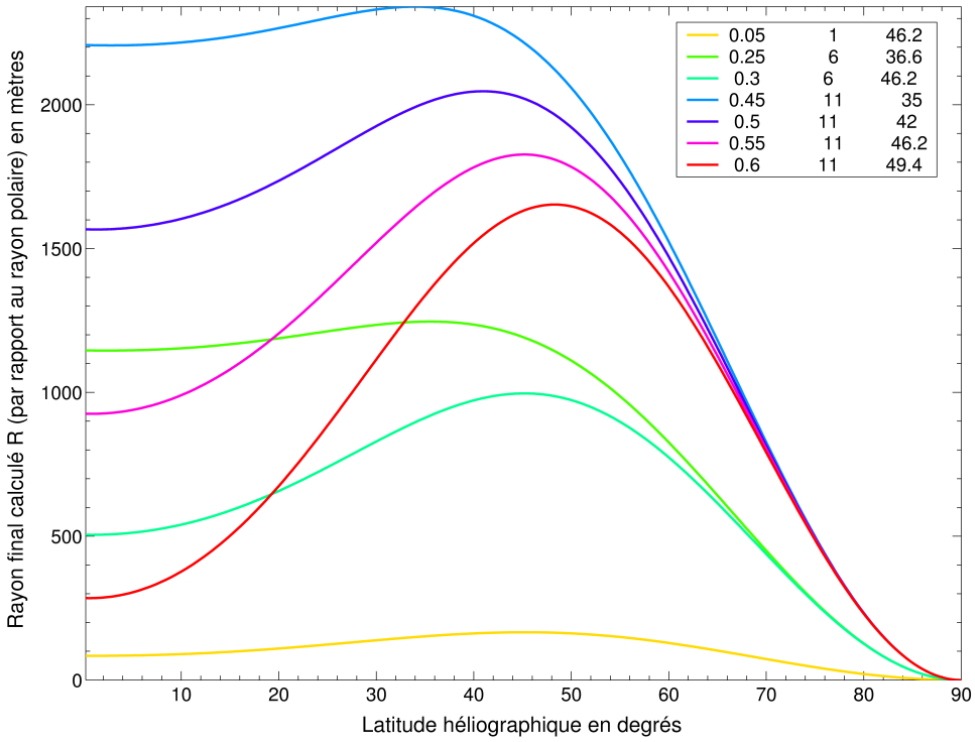


Fig. 3.1 – Variation du rayon solaire théorique (par rapport au rayon polaire) en fonction de la latitude héliographique en degrés.
Les colonnes successives de la légende indiquent respectivement la valeur de W, la valeur initiale ΔR_i en mas et la latitude à laquelle se trouve le maximum de la courbe. A noter que le maximum trouvé pour chaque courbe est situé entre 30 et 50 degrés de latitude.

3.3.4 Résultats et interprétations

Variations théoriques du rayon solaire

Pour la loi de rotation, nous avons choisi les valeurs répertoriées dans Allen (2000) issues de traceurs du champ magnétique solaire : $\Omega_{eq} = 2.903\ \mu rad/s$, $\Omega_2 = -0.465\ \mu rad/s$ et $\Omega_4 = -0.327\ \mu rad/s$. Le graphe 3.1 présente les résultats obtenus. Pour les valeurs de W et de ΔR_i, on s'est limité respectivement à 0.6 (en partant de -0.6 et par pas de 0.05) en valeur absolue et 41 mas (en partant de 1 mas et par pas de 5 mas).

La forme de la surface libre dépend clairement des valeurs du couple $(W, \Delta R_i)$. Ici ne sont représentés que les couples pour lesquels la figure générale du Soleil reste oblongue et présente un maximum : le point remarquable est que le maximum calculé est concentré entre 30 et 50 degrés de latitude, c'est-à-dire dans la même zone que le maximum observé avec les mesures du diamètre depuis le sol. Les deux couples ($W = 0.5$; $\Delta R_i = 11\ mas$) ainsi que ($W = 0.45$; $\Delta R_i = 11\ mas$) sont les plus probables : le profil de la surface libre est bien marqué, notamment au niveau du maximum et la différence finale entre les rayons polaire et équatorial est de quelques milliers de mètres soit quelques mas. Si de telles asphéricités se produisent dans le Soleil, il semble qu'une telle signature doit être détectable.

Nous nous sommes aussi intéressés à d'autres valeurs du triplet $(\Omega_{eq}, \Omega_2, \Omega_4)$ citées dans

Références	Méthodes	Ω_{eq}	Ω_2	Ω_4
	Traceurs			
Balthasar *et al.* (1986)	Groupes de taches	2.900	-0.580	
D'Azambuja *et al.* (1948)	Filaments, protubérances	2.925	-0.436	
{ Dupree *et al.* (1972) / Henze *et al.* (1973)	Structures coronales	2.719	-0.604	
Gilman *et al.* (1984)	Taches individuelles	2.934	-0.574	
	Groupes de taches	2.908	-0.595	
Javaraiah *et al.* (1995)	Groupes de taches	2.936	-0.560	
Howard *et al.* (1984)	Taches individuelles	2.934	-0.574	
Howard (1990)	Plages	2.840	-0.370	
Lustig (1983)	Taches	2.905	-0.519	
Newton *et al.* (1951)	Groupes de taches	2.905	-0.598	
Ribes *et al.* (1993)	Groupes de taches Meudon	2.923	-0.404	
	Groupes de taches Mt Wilson	2.927	-0.525	
	Groupes de taches Greenwich	2.939	-0.566	
{ Duvall (1980) / Snodgrass *et al.* (1990)	Supergranules	2.972	-0.483	-0.360
Komm *et al.* (1993)	Petites structures magnétiques	2.913	-0.404	-0.422
Kosovichev (1996)	Héliosismologie	2.843	-0.382	-0.461
Kuiper (1972)		2.913	-0.283	-0.269
Makarov (1997)	Carte Raie Hα	2.824	-0.190	-0.067
Snodgrass (1983)	Champ magnétique	2.903	-0.483	-0.327
Wilson *et al.* (1996)	Héliosismologie	2.903	-0.484	-0.264
	Effet Doppler dans les raies solaires			
Livingston (1969)	Raie Hα	2.848		
Snodgrass *et al.* (1984)	Plasma en surface	2.850	-0.343	-0.475

Tab. 3.2 – Coefficients empiriques Ωeq, Ω_2 et Ω_4 (en $\mu rad/s$) de la rotation solaire selon plusieurs auteurs (d'après Allen (2000) et Rozelot et Lefebvre (2003)).
En général, la littérature donne les coefficients en degrés par jour. Pour convertir les $deg/jour$ en $\mu rad/s$, il suffit de multiplier par 0.20201 et pour convertir les $deg/jour$ en nHz, il convient de multiplier par 32.150.

la table 3.2 et toujours en référence à Allen (2000) et Rozelot et Lefebvre (2003). Les résultats sont donnés dans le graphe 3.2. Nous remarquons très facilement la sensibilité de la forme de la surface libre aux coefficients de la rotation différentielle. Il peut apparaître des creux dans la surface libre comme dans le cas des coefficients empiriques avec le plasma, ou même rendre la figure du Soleil aplatie à l'équateur comme dans le cas des supergranules. On sait que ce dernier cas est impossible au niveau de la surface photosphérique du Soleil, mais il se peut que certaines couches internes du Soleil soient oblongues dans le sens des pôles, et c'est ce que semblent montrer Dikpati et Gilman (2001) pour la tachocline. D'autre part, les différents coefficients empiriques de la loi de rotation ont été calculés à partir de phénomènes solaires différents ne se produisant pas tout à fait à la même altitude. Et le graphe 3.2 montre que la forme du Soleil peut évoluer avec la profondeur même sur de très faibles distances.

Pour résumer, une différence de température entre le pôle et l'équateur reliée à une rotation

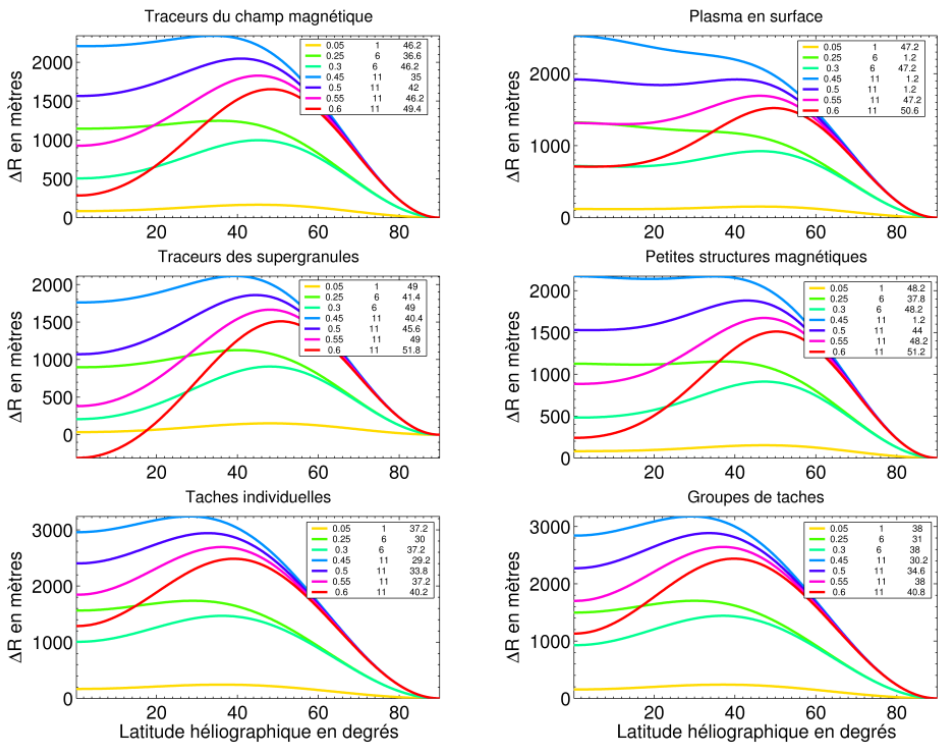


Fig. 3.2 – Variation du rayon solaire théorique (par rapport au rayon polaire) en fonction de la latitude héliographique en degrés, pour différentes valeurs de la rotation Ω.
Les colonnes successives de la légende indiquent respectivement la valeur de W, la valeur initiale ΔR_i en mas et la latitude à laquelle se trouve le maximum de la courbe en dehors des points extrêmes à 0 et 90 degrés de latitude. Les triplets (W, ΔR_i et ϕ_{max}) ont été choisis identiques à ceux de la figure 3.1.

différentielle produit l'effet de *vent thermique* qui pourrait expliquer la variation latitudinale du rayon. A notre connaissance, si un gradient de température en surface a bien déjà été mesuré par Kuhn *et al.* (1985 et 1988), une telle mise en relation avec la forme du Soleil en surface n'a jamais été étudiée jusqu'à présent.

Estimation du paramètre W

Le paramètre W est très mal connu tant par sa valeur absolue que par son signe. Différentes valeurs sont disponibles dans la littérature mais elles sont très disparates : les valeurs s'étendent de 2 10^{-4} (Spruit, 1991) à 5 10^{-3} (Deadborn and Blake, 1980), 7.4 10^{-2} (Sofia *et al.*, 1979) et 0.2 ou 0.5 suivant que les études localisent les mécanismes respectivement à la base de la zone convective ou dans le noyau (Gough, 2001).

Nous avons fait plusieurs intégrations numériques selon des valeurs de W ci-dessous (en se limitant à $|W| = 0.6$) et de ΔR_i : pour ces dernières, nous avons commencé à 1 mas (c'est-à-dire presque la sphéricité) pour se limiter à 22 mas, valeur considérée comme une borne supérieure. $\Delta R_i = 7$ mas serait la valeur pour l'ellipsoïde initial si le Soleil tournait rigidement (sans rotation différentielle) et $\Delta R_i = 10$ mas peut être considérée comme une valeur initiale probable.

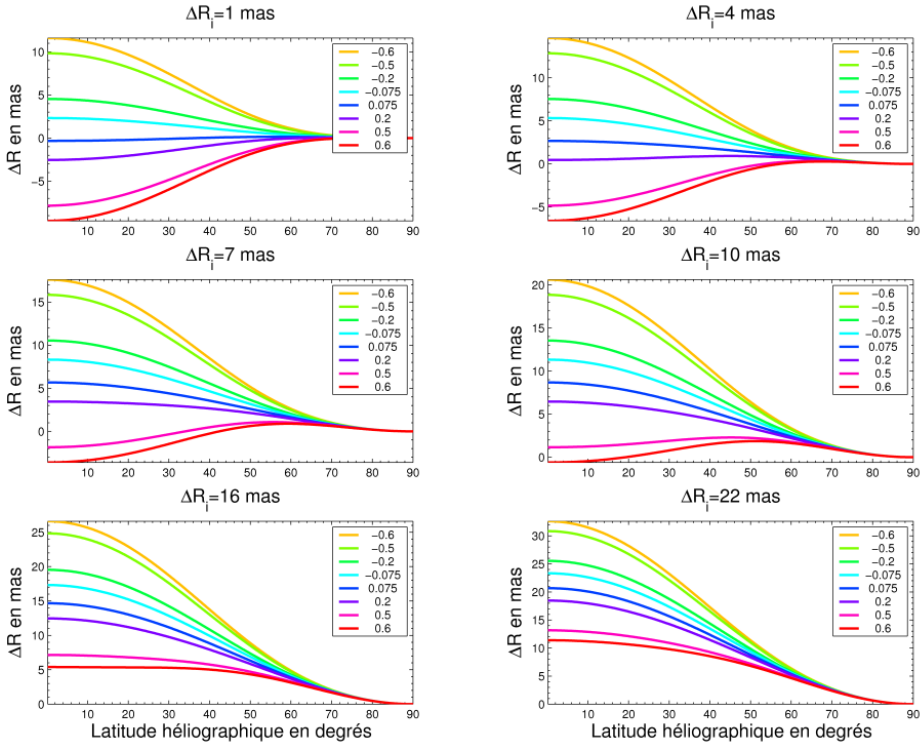


Fig. 3.3 – Courbes de la surface libre obtenues pour des valeurs de W citées dans la littérature, allant de -0.6 à +0.6 et pour différentes valeurs initiales ΔR_i.
La légende indique chaque valeur de W.

La figure 3.3 montre les courbes obtenues pour la surface libre en fonction de la latitude héliographique. Ce graphe indique que, pour des valeurs de ΔR_i allant de la quasi-sphéricité à une valeur de 10 mas, de grandes valeurs positives de W produisent un Soleil final aplati à l'équateur : un tel scénario est bien évidemment exclu. Par contre, les deux dernières figures (labellisées 16 et 22 mas) montrent que des valeurs négatives de W augmentent la valeur initiale ΔR_i jusqu'à des valeurs certainement jamais observées. Notre conclusion est que ΔR_i doit être compris entre 7 et 12 mas et W entre -0.075 et 0.6. Pour expliquer les variations latitudinales observées, de bons couples sont ($\Delta R_i = 10$ mas ; $W = 0.6$) (figure 3.1) et ($\Delta R_i = 11$ mas ; $W = 0.5$) (figure 3.3).

3.3.5 Conclusions et perspectives

Une première interprétation physique des déformées solaires en surface

Les principaux résultats obtenus avec cette nouvelle théorie sont les suivants :

- Les variations de température entre le pôle et l'équateur associées à la rotation différentielle peuvent expliquer les variations latitudinales du rayon solaire observées par les instrumentations installées au sol ;
- La forme de la surface libre dépend de l'aplatissement initial de l'ellipsoïde de référence ainsi que de la valeur de W. Ces deux valeurs ne sont pas indépendantes l'une de l'autre et les limites inférieure et supérieure sont respectivement 7 et 22 mas pour ΔR_i, -0.075 et 0.6 pour W ;

- Le renflement au niveau des zones royales semble le plus marqué pour le couple ($\Delta R_i =$ 11 mas ; $W = 0.5$) ;
- Pour un ΔR_i donné, ce renflement est de moins en moins marqué lorsque W décroît.

Limitations de la théorie et perspectives

Bien sûr, d'autres effets, qui pourraient accentuer ou diminuer une partie de ces résultats, n'ont pas encore été pris en compte. Par exemple il serait intéressant de :

- considérer le problème à deux dimensions, c'est à dire de considérer la photosphère avec une certaine épaisseur (certes faible) et de prendre une loi de rotation qui dépend à la fois de r et de θ. Pour le moment, les valeurs de vitesse angulaire pour les couches proches de la surface déduites par l'héliosismologie ne sont pas assez précises juste sous la surface (Di Mauro, 2003) ;
- de prendre en compte le champ magnétique et ses migrations du pôle vers l'équateur.

Pour aller plus loin, il sera aussi nécessaire d'avoir des valeurs précises de W ; seules des mesures spatiales peuvent les déterminer.

Proposition de modèle solaire

Pour le moment, la seule manière de concilier la théorie et les observations est d'admettre un modèle de Soleil composé d'un cœur solaire sphérique tournant à une vitesse quasi uniforme, enveloppé d'abord par la tachocline solaire, aplatie à l'équateur, puis par une couche dont la surface libre est oblongue, les deux tournant à des vitesses différentes. La figure 3.4 montre une vue schématique d'un tel Soleil. Avec cette configuration, il résulte des cisaillements latitudinaux (Garaud, 2001) et des vents thermiques en surface.

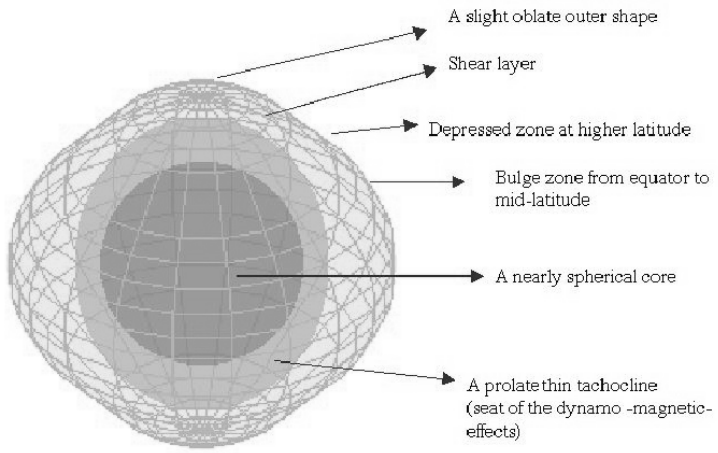


Fig. 3.4 – Vue schématique du Soleil (non à l'échelle).
Ce modèle empirique (mais réaliste) est un modèle théorique du Soleil incluant un cœur solaire sphérique tournant à une vitesse quasi-uniforme, une tachocline aplatie à l'équateur et une surface libre oblongue, les deux tournant à des vitesses différentes. Il en résulte principalement des cisaillements latitudinaux et des vents thermiques qui affectent la surface, qui est ainsi déformée (Rozelot *et al.*, 2001).

3.4 Publications

Pour présenter ce travail de modélisation théorique, une série de présentations (posters ou contributions orales) a été faite :

- un poster au cours de l'assemblée générale du COSPAR du 10 au 13 octobre 2002 à Houston (USA) : *Solar shape distortions and Earth climatic changes* dont un proceeding a été soumis à referee ;
- un poster au cours des journées de la SF2A 2002 suivi d'un proceeding : *Latitudinal solar variations : from the observations to the theory*, paru dans Proceedings of the SF2A/Scientific Highlights 2001, eds. Combes and Barret, EDP Sciences, pp. 145-146 ;
- un poster suivi d'un proceeding lors du 10ème meeting européen sur la physique solaire du 9 au 14 septembre 2002 à Prague (République Tchèque) : *Solar luminosity effects on Earth climate* paru dans "Solar variability : from core to outer frontiers", Prague, Czech Republic, 9-14 septembre 2002, ESA SP-506, 2002, pp. 161-164 ;
- un poster suivi d'un proceeding lors du symposium IAU 215 à Cancun (Mexique) en novembre 2002 : *Gravitational distortions of the shape of the Sun : constraints on the models* à paraître dans "Stellar rotation", eds. A. Maeder and P. Eenens ;
- un poster au cours des journées de la SF2A 2002 suivi d'un proceeding : *Accurate determination of the solar successive gravitational moments*, paru dans Proceedings of the SF2A/Scientific Highlights 2001, eds. Combes and Barret, EDP Sciences, pp. 147-148 ;
- une contribution orale à la 27ème assemblée générale de l'EGS à Nice en avril 2002 : *Earth climate changes connected to solar diameter and irradiance variabilities* ;

ainsi que trois articles dont les résumés sont présentés ci-dessous :

- Rozelot J.P., Godier S. and Lefebvre S. *On the theory of the oblateness of the Sun*, Solar Physics, 2001, vol. 198, pp. 223-240 ;
- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Solar latitudinal distortions : from observations to theory*, A&A, accepté ;
- et un article compte rendu de la 5ème école d'astrophysique solaire d'Oléron en 2000 : Rozelot J.P. and Lefebvre S. *The figure of the Sun. Astrophysical consequences. A tutorial*, ed. J.P. Rozelot, Springer press, 2003, LNP-599, pp. 3-27.

Résumé : *On the theory of the oblateness of the Sun*, Solar Physics

Dans cet article, nous soulignons pourquoi il est important de connaître précisément les harmoniques successifs zonaux du Soleil avec une très grande précision : principalement pour l'astrométrie fondamentale, l'héliosismologie, les mouvements planétaires et les effets relativistes. Ensuite, nous commentons brièvement pourquoi le Soleil apparaît aplati, en revenant aux définitions primitives dans le but de souligner les différences dans les théories et de mettre en valeur les hypothèses pertinentes. Nous proposons une nouvelle approche théorique entièrement basée sur le développement sur la base des polynômes de Legendre, incluant la rotation différentielle du Soleil. Cela permet de relier les deux premiers coefficients d'harmoniques sphériques (J_2 et J_4) avec des paramètres géométriques qui peuvent être mesurés sur le Soleil (rayons polaire et équatorial). Nous insistons sur les difficultés de déduire l'aplatissement gravitationnel de mesures visuelles de l'aplatissement géométrique, et plus généralement un aplatissement dynamique. Les résultats sont donnés pour différentes lois de rotation observées. Il est montré que l'aplatissement en surface est sûrement limité supérieurement par

11 mas. Comme une conséquence des lois de rotation différentielle en surface et subsurface, nous déduisons une mesure des deux premiers harmoniques gravitationnels, les moments quadrupolaire et octopolaire du Soleil : $J_2 = -(6.13 \pm 2.52)\ 10^{-7}$ si toutes les données sont prises en compte, et respectivement $J_2 = -(6.84 \pm 3.75)\ 10^{-7}$ si seules les données des taches solaires sont considérées, et $J_2 = -(3.49 \pm 1.86)\ 10^{-7}$ dans le cas des données héliosismologiques seules. La valeur déduite pour le moment octopolaire[6], à partir de toutes les données, est $J_4 = (2.8 \pm 2.1)\ 10^{-12}$. Ces valeurs sont comparées à d'autres trouvées dans la littérature.

Résumé : *Solar latitudinal distortions : from observations to theory*, A&A

Les diamètres solaires ont été mesurés à partir de différents instruments installés au sol sur différents sites dans le monde. Des valeurs existent depuis trois siècles, mais le regain d'intérêt a débuté dans les années 1970 quand on a affirmé qu'une modulation périodique temporelle avait été trouvée. L'intérêt de telles mesures, mises en avant depuis deux décennies, peut ne pas résider uniquement dans les variations temporelles, mais aussi dans le fait qu'une dépendance latitudinale existe. Une telle déformation de la forme solaire a été déduite de l'analyse des données solaires des astrolabes classées par latitude héliographique, mais a aussi été mise en évidence au moyen de l'héliomètre à balayage (observatoire du Pic du Midi). La dépendance latitudinale cache des mécanismes physiques subsurfaciques et peut être expliquée théoriquement. Ainsi, en dépit du fait que les observations au sol sont affectées par les effets du seeing qui peut amplifier ou superposer du bruit, on peut avancer que la forme solaire n'est pas un sphéroïde pur. Nous présentons ici une nouvelle théorie basée sur l'équation du vent thermique, laquelle permet d'expliquer les déformées solaires observées. Utilisant le paramètre W (appelé ici paramètre d'asphéricité-luminosité), nous montrons que des valeurs négatives élevées (W allant de -0.075 à -0.6) sont improbables, conduisant à un Soleil aplati à l'équateur. Le meilleur intervalle de valeurs W est compris entre -0.075 et 0.6. Cependant, seules des missions spatiales (ou des vols en ballon) seront capables de conclure clairement. Une mission spatiale dénommée PICARD est prévue pour un lancement en 2008 : un de ses buts majeurs est de mesurer ces asphéricités avec une précision astrométrique.

Résumé : *The figure of the Sun. Astrophysical consequences. A tutorial*, Lecture Notes in Physics

Ce chapitre présente pourquoi il est intéressant d'étudier la Figure du Soleil et comment nous pouvons la calculer. Nous rappelons tout d'abord ce que signifie le terme « Figure » donnant les définitions et la physique sous-jacente. Les principes de base sont d'abord établis car certains mots sont parfois mal utilisés. Ensuite, nous présentons la théorie des Figures développée jusqu'au second ordre. Les résultats sont comparés aux observations, qui sont encore très difficiles à faire à cause du haut degré de précision requis. Il est montré que le problème est dû à la vitesse non constante du fluide, à la fois en surface et en profondeur. Ce changement de régime augmente l'aplatissement du Soleil, et donc ses moments gravitationnels, par comparaison avec un corps tournant à vitesse angulaire constante. Les valeurs de J_2 sont discutées. Un programme spatial dédié, tel que le programme élaboré à travers la mission spatiale PICARD, aidera certainement à résoudre le problème.

[6] Il y a une faute découverte sur la formule 43 de cet article : le "f" doit être enlevé à $-\frac{12}{35} m f A_2$ ce qui modifie l'ordre de grandeur de J_4 de 10^{-12} à 10^{-9} ; cette faute est mentionnée et corrigée dans l'article paru dans le Lecture Notes in Physics qui suit.

On the theory of the oblateness of the Sun

Solar Physics, 2001, vol. 198, pp. 223-240

ON THE THEORY OF THE OBLATENESS OF THE SUN

J. P. ROZELOT, S. GODIER and S. LEFEBVRE
OCA/CERGA - Avenue Copernic 06130 Grasse, France (E-mail: rozelot@obs-azur.fr; godier@obs-azur.fr; sandrine.lefebvre@obs-azur.fr)

(Received 12 April 2000; accepted 11 September 2000)

Abstract. In this paper we first emphasize why it is important to know the successive zonal harmonics of the Sun's figure with high accuracy: mainly fundamental astrometry, helioseismology, planetary motions and relativistic effects. Then we briefly comment why the Sun appears oblate, going back to primitive definitions in order to underline some discrepancies in theories and to emphasize again the relevant hypotheses. We propose a new theoretical approach entirely based on an expansion in terms of Legendre's functions, including the differential rotation of the Sun at the surface. This permits linking the two first spherical harmonic coefficients (J_2 and J_4) with the geometric parameters that can be measured on the Sun (equatorial and polar radii). We emphasize the difficulties in inferring gravitational oblateness from visual measurements of the geometric oblateness, and more generally a dynamical flattening. Results are given for different observed rotational laws. It is shown that the surface oblateness is surely upper bounded by 11 milliarcsecond. As a consequence of the observed surface and sub-surface differential rotation laws, we deduce a measure of the two first gravitational harmonics, the quadrupole and the octopole moment of the Sun: $J_2 = -(6.13 \pm 2.52) \times 10^{-7}$ if all observed data are taken into account, and respectively, $J_2 = -(6.84 \pm 3.75) \times 10^{-7}$ if only sunspot data are considered, and $J_2 = -(3.49 \pm 1.86) \times 10^{-7}$ in the case of helioseismic data alone. The value deduced from all available data for the octopole is: $J_4 = (2.8 \pm 2.1) \times 10^{-12}$. These values are compared to some others found in the literature.

1. Introduction

Despite its great importance for solar physics, the theory of figures applied to the Sun is not presented in detail anywhere in the literature. One of the main reasons lies in the fact that an approximate spherical model of the Sun is sufficient to understand the most important aspects of solar physics. However, space missions of the last decade have changed our view of the Sun in many ways. One of these dramatic changes comes from helioseismological observations for which a non-spherical Sun may be inferred from the dependence of the eigenfrequencies using perturbative calculations, albeit these variations are very small compared to other gradients of physical quantities in the Sun. In principle, the problem can be stated very easily and reduces to finding the equipotentials (or level surfaces) of the body that determine the shape of its surface. Any departures from a perfect sphere are quantified by numbers, called J_n. Selected in ascending order, these numbers are successive measures of the distortions that affect the shape of the body: $J_1 \neq 0$ indicates an asymmetric rotation (an imbalance), $J_2 \neq 0$ points to an ellipsoid body, $J_3 \neq 0$ produces a pear shape, and so on. The most interesting thing comes

Solar Physics **198:** 223–240, 2001.
© 2001 *Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.*

from the fact that these quantities are not entirely geometrical, but have a physical meaning: they tell us how much the Sun's material contents deviate from a purely spherical distribution.

The number obtained for $n = 2$ is affected by a sign: a negative number indicates an oblate figure, with the major axis longer than the minor (axis of rotation). A positive number indicates a prolate figure, which is the same figure as before, but with the pole-to-pole distance greater than the diameter anywhere in the equatorial plane. In general, in the literature, a positive sign is allocated to the number J_2 obtained for the Sun: the authors implicitly admit that the Sun is fully oblate. In very rare cases, the correct sign is given (see, for instance, Kuhn, 1998). We will give here the exact sign, which is, as we will see, of importance when a differential rotation must be assigned to the rotation of the body.

The accurate determination of the successive zonal harmonics of the Sun is thus of growing interest in astronomy. The underlying reasons can be briefly summarized as follows:

(i) The gravitational theory enables calculation of the deviation of an ellipsoidal Sun, due to its rotation, from a pure spherical Sun. This is nothing else than the transcription of the Clairaut's (1743) equation in the case of an ideal fluid. Extensive solutions of this equation have been widely studied by Modolenvsky (1988), who reached the conclusion that the physics of equilibrium figures (density ρ, gravity g, pressure p) are completely determined by the geometrical stratification of the rotating body (Modolenvsky calls 'stratification' the geometry of the successive equilibrium surfaces of a rotating body when 'looking' progressively from the surface to the interior). In other words, if the mass and density distributions (which are initially spherical) are known, then we can determine the whole configuration of the body (i.e., the set of equisurfaces) from a known internal rotation law (determination of the solar geometry from the physics). This explains the revival of the attempts to measure the exact helioid (that is to say the Sun's shape), decomposed into a linear combination of successive moments, as small departures from sphericity can be used as sensitive probes of the physical processes which govern the solar interior (determination of the physics of the Sun from its geometry).

(ii) The successful development of helioseismology has led solar theoreticians to improve the physical inputs in their models. These inputs are mainly mass, diameter, luminosity, age and mass fraction of heavy elements. For the time being, other parameters, such as the gravitational harmonics, are rarely introduced, the main reason being that they are considered as poorly known. Solar models are calibrated by adjusting physical parameters (such as opacities) in such a way that, after evolution in time, at the present day, the models converge towards the typical adopted values of the above-mentioned parameters. Thus, it is of prime necessity to dispose of the best fundamental astrophysical quantities, as these parameters are subject to change according to different authors. To date, and quoted here as an example (but of little importance in the results), the value of the absolute diameter of the Sun is still subject to some controversy, as helioseismic data yield a smaller value than the

conventionally adopted one (695 718 ± 47 km, Tripathy and Antia, 1999, instead of 695 990 ± 7 km, Allen, 1976). The quantities used in the models also vary in time on short time scales, such as the luminosity (maybe also the radius) and at present, this last consideration has never been taken into account. Nevertheless, the accurate measurements of solar modes enable the search for accurate fundamental parameters, and solar gravitational figures are among these.

(iii) The accurate determination of the planetary orbits needs a knowledge of the moments of the Sun. In the equations used for the rates of change of orbital elements, the terms which contain the contributions due to the multipole expansion of the gravitational field implicitly assume the coincidence between the Sun's equatorial plane and the orbital plane of the planet in question. This is not the case in reality, and therefore this should be taken into account when determining precise orbits. One of the major effects of a dynamical flattening of the Sun due to its oblique rotation with respect to the ecliptic plane (about 7°), is a secular variation in the orbital elements of the planet which is not negligible (Burša, 1986) and is in fact always approximated in the computation of the ephemeris of the celestial bodies. A new approach is under consideration (Bois and Girard, 1999). Moreover, without a reliable determination of the quadrupole moment J_2, the relativistic contribution of the lines of apsides of the orbit of planets is quite uncertain. It is therefore important to know J_2 with the highest possible accuracy. Astrometric measurements deduced from the observation of minor planets (such as Icarus), may help to put an upper limit to the value of J_2. However, there is still a lack of astrometric data sets of the motion of planets with small perihelion distances which would contribute to reduce the formal errors on J_2.

(iv) The residual relativistic precession of the planets is sensitive to the post-Newtonian parameters that measure the nonlinearity in the superposition law for gravity. In this parametrized post-Newtonian formalism, the predicted advance per orbital period is related to the semi-major axis and the eccentricity of the orbit and to a parameter λp, which is itself directly linked to the quadrupole moment of the Sun's gravitational field. Accurate observational determinations of both the perihelion advance of a planet and the quadrupole moment would lead to an exact determination of the parameter λp. Today, there are no more accurate measurements of the perihelion advance of planets, so that it is hard to say if eventual modifications in the theory of gravity are necessary. Our next paper will give some comments on that need.

To date, in spite of recent progress in these above-mentioned directions, an exact value of J_2 deduced from observations still remains elusive and subject to some controversy. Furthermore, we do not have a reliable estimate of the uncertainty, whether through direct or indirect observations. Direct observations of the shape of the Sun are very difficult due to the high degree of accuracy which is needed: detection of a few parts in one thousand to one third part requires sophisticated and reliable instruments. All astronomers know how difficult it is to ascertain differences as small as this. Even in the case of space flights (balloons or satellites),

existing data may be consistent but may lead to spurious results (due to noise). Space missions that are presently designed will take this effect under consideration. As far as indirect observations are concerned, the more precise determination of the successive gravitational moments will be provided unambiguously by the study of the orbit of a spacecraft flying close to the Sun or around Mercury. This is still scheduled, but not yet achieved.

The purpose of this paper is twofold:

(i) To clarify the basic approach of the theory of the figure of the Sun in order to reconsider how the Sun's internal gravitational field and its sources, the mass distribution and the angular velocity, contribute to a dynamical flatness. We will give the fundamental definitions in order to explain concepts, but we will not discuss here relativistic effects for which the concept of mass multipole moments are different than those used in a Newtonian approach.

(ii) To examine the behavior of the flattening of the Sun using different models of the latitudinal differential rotation. This will lead to the most accurate determination of a range of uncertainty concerning J_2, and one of the most accurate determinations of J_4, also given with its uncertainty.

To achieve these goals, we present in Section 2 how the outer shape of the Sun, which is not known in advance, can be obtained as part of a self-consistent solution. Then, in Section 3, we pose the first order theory leading to an oblate Sun, emphasizing some peculiar aspects that seem sometimes confusing in the available literature. In Sections 4 and 5, the theory is expanded to higher orders and the deviation from an ellipsoidal Sun is envisaged. Then the results are displayed in Section 6 on the grounds of the different values coming from the best available observations of the differential rotation. Finally, in Section 7, we present our conclusions. A next paper will deal with the determination of J_2 taking into account both the inhomogeneities inside the Sun and the temporal variations of the centrifugal potential.

2. Relationship between the Visual Oblateness and the Gravitational Potential; Basic Definitions

It is well known that an oblateness occurs when a non-rigid body (a planet, a star, the Sun) rotates. Mathematically, the simplest model which results is an ellipsoid of revolution, although the true shape differs from it, to take the physical form of a spheroid (see Section 5). The definition of the *flattening*, in the case of an ellipsoidal Sun with semimajor axis R_{eq} and semiminor axis R_{pol} is

$$f = (R_{\mathrm{eq}} - R_{\mathrm{pol}})/R_{\mathrm{eq}}, \tag{1}$$

while the *mean ellipticity* is

$$F = (R_{\mathrm{eq}} - R_{\mathrm{pol}})/R_{\mathrm{sp}}, \tag{2}$$

where R_{sp} is the radius of the best sphere passing through R_{eq} and R_{pol}. Note that Equation (1) differs from Equation (2), mathematically speaking, and that Equation (2), taking $R_{sp} \approx R_{eq} \approx R_{sol}$ (R_{sol} is the 'mean' radius of the Sun), is frequently used under the name of 'oblateness'. R_{sol} is very often given without any other precision, so that it is not possible to know if R_{sol} refers to the standard model or to the value of the radius at the time of the observation, or to the value of the radius reduced to 1 A.U. We propose to clearly use R_{sol} when speaking of an observed value – which is in a rigorous way latitudinal dependent – and $R_{\odot}$ when using a value which refers to a standard model. To be perfectly rigorous,

$$R_{sp} = \sqrt[3]{[2]R_{eq}^2 R_{pol}}\,. \tag{3}$$

Physically, due to the density distribution of the matter inside the studied body – which is never homogeneous – and due to the internal velocities of such rotating masses – that may be not constant – the free surface is an equilibrium figure, which does not exactly coincide with an ellipsoid. The parameter which measures the deviation from a sphere is the *oblateness* ε. The theoretical determination of ε is not very simple and requires assumptions that may not be valid in the case of the Sun (such as hydrostatic equilibrium). There are two ways to tackle the question. The first one has been studied by Chandrasekhar (1933) for stellar polytropes and the theory derives from the classical Emden's equation. The second approach is described by Goldreich and Schubert (1968) who analyzed the structure equations in terms of perturbation quantities; the method was taken again by Ulrich and Hawkins (1981). The first theory quoted above is useful to deal with slowly rotating stars, but is not suitable for treating non polytropic models. The second theory fails when the centripetal acceleration and gravitational acceleration are comparable. Fortunately, for the case of the Sun, a slowly rotating star, the two approaches are not contradictory and produce equivalent results.

2.1. The uniform rotation case

According to Chandrasekhar (1933), for a uniform rotation, the oblateness ε_Σ of the free surface of a star is dependent on rotation and can be represented as

$$\varepsilon_\Sigma = (0.856\rho_m/\rho_c + 0.5)\alpha, \tag{4}$$

where

$$\alpha = \omega^2 R_{eq}/g_s\,. \tag{5}$$

Here ρ_c/ρ_m is the ratio of central to mean density, ω the angular velocity of rotation, and g_s the surface gravity ($g_s = 2.7 \times 10^4$ cm s^{-2} in the solar case). It follows that the knowledge of the density ratios inside successive shells of ascending radii, from the core to the surface (ratios that can be determined theoretically), combined with the knowledge of the rotation rate of each shell, that can be found through

helioseismology, completely solves the problem. Such an approach has already been made (Godier and Rozelot, 1999), extending this treatment to differential rotation of the sub-surface layers.

Results are given in Section 6.1. Computations have been made for three different angular rotation velocities, deduced from the best observations of this type currently available. Although these results are of interest to give an idea of the order of magnitudes which are involved, they are obviously not the real case. Moreover, it must be pointed out that a uniformly rotating star in hydrostatic equilibrium cannot also be in strict radiative equilibrium. The stellar matter must circulate in order to make up the local heat flux deficit or surplus (Ulrich, 1986).

2.2. The non-uniform rotation case

In the case of a non-uniform rotation, the oblateness differs from (4), but can be still written as the sum

$$\varepsilon = \varepsilon_q + \varepsilon_s. \tag{6}$$

ε_q is a measure of complex distortions inside the Sun due to different (known or unknown) phenomena. Magnetic fields are certainly one of these, and even more certainly if the Sun contains a strong magnetic field in its core (Sturrock, 1986). This effect can be reinforced if the axis of rotation of the core does not coincide with that of the whole Sun. Even if this is not universally accepted, we know that stresses occur at different depths inside the Sun. In this case, ε_q would be due to the potential created by the magnetic field. But as the Sun is a self gravitating body, it is reasonable to think that ε_q is to a first approximation due to the gravitational potential produced by the internal distribution of the mass. This possibility was first theoretically explored by Dicke (1970). In spite of the great flurry of theoretical and interpretative work made in this direction, it must be emphazised now how the attempt to infer from visual measurements of the oblateness (ε), a gravitational oblateness (ε_q) was at that time a true challenge.
ε_s is the measure of the centrifugal potential, which is not very complicated to compute in the case of a rigidly rotating body, but which is complicated by the latitudinal differential rotation in the case of the Sun.

It must be understood that ε is the measured signal, which is sometimes called the *visual oblateness*. In fact, in a non relativistic model, ε_q is the *dynamical Newtonian flattening* and the true difficulty is to try to relate dynamical parameters (ε_q and ε_s) to geometrical observations, that is to say to the flattening f.

3. The First-Order Theory: a 'School Book Case' Not Devoid of Interest

If the Sun's surface were in pressure equilibrium, its shape would be identical with the shape of a surface of constant gravitational potential. This form has been studied by von Zeipel (1924) and the equations result from the balance equation:

$$\rho(r)\ \mathrm{grad}\,\Phi - \mathrm{grad}\,p = 0, \tag{7}$$

where p is the pressure, $\rho(r)$ the density as a function of the radius r and Φ is the sum of the gravitational ($\Phi 1$) and centrifugal ($\Phi 2$) potentials. Equation (7) is the so-called modified Clairaut's equation in which the acceleration of a fluid particle has been set to 0 (the second member of Equation (7), i.e., in the case of hydrostatic equilibrium). Taking the curl of Equation (7), it is easy to see that the observed surface of the Sun is uniquely determined as a surface of constant gravitational potential.

$\Phi 1$ can be expanded in spherical harmonics as

$$\Phi 1 = -GM(1/r)\left[1 - \sum J_n (R_{\mathrm{eq}}/r)^n P_n(\cos(\theta))\right], \tag{8}$$

where G is the gravitational constant, M the solar mass and θ the colatitude; P_n are the Legendre polynomials and J_n the zonal spherical coefficients of the Sun.

To first order (i.e., neglecting terms higher than f), the equation of the ellipsoid reduces to (see also Equations (19) and (20))

$$r = R_{\mathrm{eq}}(1 - f\ \cos^2\theta) + O(f^2). \tag{9}$$

Abbreviating $P_2(\cos\theta) = P_2$, we may easily transform (9) into

$$r = R_{\mathrm{eq}}(1 - \tfrac{1}{3}f - \tfrac{2}{3}fP_2). \tag{10}$$

The radius of the sphere R_{sp} is determined for $P_2 = 0$; thus Equation (10) becomes after substitution of $R_{\mathrm{eq}} = R_{\mathrm{sp}}/(1 - \frac{1}{3}f)$

$$r = R_{\mathrm{sp}}[1 - \tfrac{2}{3}fP_2] \quad \text{or } 1/r = 1/R_{\mathrm{sp}}(1 + \tfrac{2}{3}fP_2) + O(f_2). \tag{11}$$

The gravitational potential (Equation (8)) may be expressed by the rotationally symmetric zonal expansion retaining only J_2 (the fact that only the even polynomials P_{2n} are retained expresses equatorial symmetry):

$$\Phi 1 = -GM(1/r)[1 - (R_{\mathrm{eq}}/r)^2 J_2 P_2]. \tag{12}$$

The result may be written (bearing in mind that $J_2 f \approx O(f^2)$)

$$\Phi 1 = -GM(1/R_{\mathrm{sp}})[1 + \tfrac{2}{3}f - J_2 P_2]. \tag{13}$$

The centrifugal term $\Phi 2$ is derivable from a potential function,

$$\Phi 2 = -\int_0^{r\sin\theta} \omega_0^2\ \sin\theta\ \mathrm{d}(r\sin\eta\theta), \tag{14}$$

which is easily calculable in the case of a constant angular rotation:

$$\Phi 2 = -\tfrac{1}{3}\omega_0^2 R_{\mathrm{sp}}^2(1 - P_2). \tag{15}$$

With Equations (13) and (15), the sum $\Phi 1 + \Phi 2$ gives

$$\Phi = -GM/R_{\rm sp}\left[(1 + \tfrac{1}{3}m) + (\tfrac{2}{3}f - J_2 - \tfrac{1}{3}m)P_2\right] , \tag{16}$$

setting $m = \omega_0^2 R_{\rm sp}^3/GM$.

If the solar ellipsoid is a level surface, Φ must be constant on it; thus the coefficient of P_2 in Equation (16) must vanish. This gives:

$$\tfrac{2}{3}f - J_2 - \tfrac{1}{3}m = 0 \quad \text{or} \quad J_2 = \tfrac{2}{3}f - \tfrac{1}{3}m. \tag{17}$$

Equation (17), which is also $f = \frac{3}{2}J_2 + \frac{1}{2}m$ reduces to the relation

$$F = \tfrac{3}{2}J_2 + \tfrac{1}{2}\omega^2 R_{\rm sol}^3/GM \tag{18}$$

used by Dicke (1974), only under certain assumptions that are easy to see ($R_{\rm eq} \approx R_{\rm sol}$, $R_{\rm eq}^2 R_{\rm pole} \approx R_{\rm sol}^3$). As previously pointed out, note that F instead of f is usually used, but measuring $R_{\rm eq}$ and $R_{\rm pol}$ does not necessitate $R_{\rm sol}$, and leads directly to f. In the case of Dicke's measurements, these assumptions were justified, but there is no reason to continue using them. Lastly, in the case of an ellipsoid of revolution, $R_{\rm sp}$ given by Equation (3) is not $R_{\rm sol}$ (the difference may reach about 6 mas) and let us recall that neglecting f^2 is not the same thing as approximating the radius of the Sun by its different values ($R_{\rm eq}$, $R_{\rm sol}$, $R_{\rm pole}$ or $R_{\rm sp}$).

4. The Second-Order Theory

The first-order theory can be improved to the second-order one by neglecting only terms higher than $O(f^2)$; that will lead us to take into consideration terms of the order of J_4. This calculation is a bit more complicated, and has been performed in the case of the Clairaut's equation (Equation (7)) by many authors, as early as Airy in 1826 or Callandreau in 1889, but for a constant angular velocity ω and through a 'classical' method. Note that higher-order developments exist due to Wavre (1932) and to Kopal (1960), but always without taking into account any differential rotation. To take into account the differential rotation, we propose here a new approach based on the Legendre's polynomials, as it is done in the above paragraph (and only treated here as an introduction to this problem). This second order theory is valid, at least for the surface layers of the Sun defined by successive equisurfaces. On these grounds, the method can be extended to higher degrees in order to compute the hexadecapole term ($n = 6$), etc.

The radius vector r of the boundary surface is now represented by

$$1/r^2 = (\sin^2\theta/R_{\rm eq}^2) + (\cos^2\theta/R_{\rm pol}^2), \tag{19}$$

which gives by Equation (1)

$$r = R_{\rm eq}(1 - f)[1 - (2f - f^2)\sin^2\theta]^{1/2}. \tag{20}$$

This expression is rigorous (at least in the case of an ellipsoid of revolution), and we may expand the last factor as a binomial series:

$$r = R_{\mathrm{eq}}[1 - f\cos^2(\theta) - \tfrac{3}{8}f^2\ \sin^2(2\theta)], \tag{21}$$

which is accurate up to f^2. Developing (21) on the basis of the Legendre's polynomials, we obtain

$$r = R_{\mathrm{eq}}\left[1 - \frac{f}{3} - \frac{f^2}{5} - \left(\frac{2}{3}f + \frac{f^2}{7}\right)P_2 + \frac{12}{35}f^2 P_4\right], \tag{22}$$

which is of the form*

$$r = R_{\mathrm{eq}}\left[1 + \sum_n \varepsilon_n P_n(\cos(\theta))\right] = R_{\mathrm{eq}}\left[1 + \varepsilon_0 P_0 + \varepsilon_2 P_2 + \varepsilon_4 P_4\right]. \tag{23}$$

The comparison between (22) and (23) immediately gives:

$$\varepsilon_0 = -\frac{f}{3} - \frac{f^2}{5}, \tag{24}$$

$$\varepsilon_2 = -\tfrac{2}{3}(f + \tfrac{3}{14}f^2), \tag{25}$$

$$\varepsilon_4 = +\tfrac{12}{35}f^2. \tag{26}$$

The gravitational potential, truncated after J_4, is now (see Equation(8)):

$$\Phi 1 = -GM(1/r)[1 - (R_{\mathrm{eq}}/r)^2 J_2 P_2 - (R_{\mathrm{eq}}/r)^4 J_4 P_4]. \tag{27}$$

From Equation (23) and up to f^2, we may develop the radius vector as successive powers r^{-1}, r^{-2}, and r^{-4}. Substituting into Equation (27), and after some algebra, the result is

$$\begin{aligned}\Phi 1 = \ & -GM(1/R_{\mathrm{eq}})[1 + \varepsilon_0(\varepsilon_0 - 1) + \tfrac{1}{5}(\varepsilon_2^2 + 3\varepsilon_2 J_2) + \\ & +(\varepsilon_2(2\varepsilon_0 - 1) + (3\varepsilon_0 - 1)J_2 + \tfrac{2}{7}(\varepsilon_2^2 + 3\varepsilon_2 J_2))P_2 + \\ & +(-\varepsilon_4 - J_4 + \tfrac{18}{35}(\varepsilon_2^2 + 3\varepsilon_2 J_2))P_4]\end{aligned} \tag{28}$$

(remember that $P_2^2 = \frac{1}{5} + \frac{2}{7}P_2 + \frac{18}{35}P_4$). $\Phi 1$ is of the form

$$\Phi 1 = -(GMR_{\mathrm{eq}}^{-1})[V_0 + V_2 P_2 + V_4 P_4], \tag{29}$$

with

$$V_0 = 1 + \varepsilon_0(\varepsilon_0 - 1) + \tfrac{1}{5}(\varepsilon_2^2 + 3\varepsilon_2 J_2), \tag{30}$$

$$V_2 = \varepsilon_2(2\varepsilon_0 - 1) + (3\varepsilon_0 - 1)J_2 + \tfrac{2}{7}(\varepsilon_2^2 + 3\varepsilon_2 J_2), \tag{31}$$

*This form is frequently used, but without any explanation.

$$V_4 = -\varepsilon_4 - J_4 + \tfrac{18}{35}(\varepsilon_2^2 + 3\varepsilon_2 J_2). \tag{32}$$

We must compute now the centrifugal potential $\Phi 2$, which is on the equisurface:

$$\Phi 2 = -\tfrac{1}{3}\omega^2 r^2 (1 - P_2). \tag{33}$$

The rotation law of the Sun, at the surface, obeys an equation of the form

$$\omega = \omega_0 + \omega_1 \ \sin^2(\Psi) + \omega_2 \ \sin^4(\Psi), \tag{34}$$

for which the terms higher than ω_0 represent the differential rotation; Ψ is the heliographic latitude, which is related to θ by $\theta = 90° - \Psi$. Equation (34) can be expressed in terms of Legendre's polynomials, so that ω becomes after computation

$$\omega = (\omega_0 + \tfrac{1}{3}\omega_1 + \tfrac{1}{5}\omega_2) + (\tfrac{2}{3}\omega_1 + \tfrac{4}{7}\omega_2)P_2 + \tfrac{8}{35}\omega_2 P_4. \tag{35}$$

If this is substituted into (33) and taking into account Equation (23), we obtain:

$$\Phi 2 = -\tfrac{1}{3}\omega_0^2 R_{\text{eq}}^2 [A_0 + A_2 P_2 + A_4 P_4]. \tag{36}$$

Putting $a = \frac{2}{3}\omega_1/\omega_0$ and $b = \frac{4}{7}\omega_2/\omega_0$

$$\alpha = 1 + \frac{a}{2} + \frac{7b}{20}\ ; \quad \beta = a + b\ ; \quad \gamma = \frac{2}{5b}\ ,$$

$$A_0 = \alpha^2[1 + 2\varepsilon_0 + \varepsilon_0^2 + \tfrac{1}{5}(\varepsilon_2^2 - 2\varepsilon_2 - 2\varepsilon_0\varepsilon_2)] - \tfrac{2}{5}(\alpha\beta)(1 + 2\varepsilon_0 - 2\varepsilon_2) + \tfrac{1}{5}\beta^2,$$

$$\begin{aligned} A_2 = & -\alpha^2[1 + 2\varepsilon_0 + \varepsilon_0^2 - \tfrac{2}{7}(\varepsilon_2^2 + 5\varepsilon_2 + 5\varepsilon_0\varepsilon_2)] + \\ & + \tfrac{2}{7}(\alpha\beta)(5 + 10\varepsilon_0 + 4\varepsilon_2) + \tfrac{2}{7}\beta^2 \end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned} A_4 = & \ \alpha^2[\tfrac{18}{35}(\varepsilon_2^2 - 2\varepsilon_0\varepsilon_2 - 2\varepsilon_2) + 2\varepsilon_4] + 2(\alpha\gamma) - \\ & - \tfrac{36}{35}\alpha\beta(1 + 2\varepsilon_0 - 2\varepsilon_2) + \tfrac{18}{35}\beta^2 \end{aligned} \tag{38}$$

Adding (29) and (36), the total potential Φ is

$$\begin{aligned} \Phi = & -(GMR_{\text{eq}}^{-1})[(V_0 + \tfrac{1}{3}mA_0) + (V_2 + \tfrac{1}{3}mA_2)P_2 + \\ & + (V_4 + \tfrac{1}{3}mA_4)P_4], \end{aligned} \tag{39}$$

with $m = \omega_0^2 R_{\text{eq}}^3/GM$.

The ellipsoidal surfaces are of constant potential if Φ does not depend on θ:

$$V_2 + \tfrac{1}{3}mA_2 = 0, \tag{40}$$

$$V_4 + \tfrac{1}{3}mA_4 = 0. \tag{41}$$

With (31) and (37), Equation (40) becomes:

$$J_2 = \tfrac{2}{3} f - \tfrac{1}{3} f^2 + \tfrac{1}{3} m A_2 (1 - 11/7 f). \tag{42}$$

In the same fashion, with (32) and (38), Equation (41) becomes:

$$J_4 = -\tfrac{4}{5} f^2 - \tfrac{12}{35} m f A_2 + \tfrac{1}{3} m A_4. \tag{43}$$

Note that (42) reduces to (17) for a star rotating at a constant angular velocity ($a = b = 0$, thus $A_2 = -1$, $A_4 = 0$, and settings $f^2 \approx 0$, $mf \approx 0(f^2)$).

Strictly speaking, Equation (33) does not derive from a potential using Equation (34). That would be the case by taking a rotation law represented as a polynomial (Godier, 2000, Lefebvre; 2000):

$$\omega^2 = \omega_0^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_{2k} (r \ \sin\theta)^{2k} \right).$$

However, Equation (36) is still valid, and only the coefficients A_0, A_1 and A_2 are slightly different. As an example, a numerical computation gives in the first case

$$\Phi 2 = -0.33 \times 10^9 + 0.39 \times 10^9 P_2 - 0.28 P_4.$$

In the second case

$$\Phi 2 = -0.28 \times 10^9 + 0.31 \times 10^9 P_2 - 0.28 P_4.$$

We chose here Equation (34) as it represents the rotation law the most frequently used.

5. Departure from the Ellipsoid

A rotating body does not take exactly the shape of an ellipsoid of revolution (this has been demonstrated by Hamy in 1887): the figure is a spheroid, for which the deviation from the ellipsoid is measured by a parameter usually called κ. The radius vector of the boundary surface of the equilibrium spheroid is now represented as (see Equation (21)):

$$r = R_{\text{eq}}[1 - f \ \cos^2(\theta) - (\tfrac{3}{8} f^2 + \kappa) \ \sin^2(2\theta)]. \tag{44}$$

Following the same computations as before (Equations (22)–(25)), we get:

$$r = R_{\text{eq}}[1 - \tfrac{2}{3}(f + \tfrac{23}{42} f^2 + \tfrac{4}{7}\kappa) P_2 + (\tfrac{4}{35})(3 f^2 - \tfrac{8}{15}\kappa P_4]. \tag{45}$$

Introducing the ellipticity e defined by (do not confuse e with Equation (2)):

$$e = f - \tfrac{5}{42} f^2 + \tfrac{4}{7}\kappa. \tag{46}$$

Equation (45) simplifies to:

$$r = R_{\text{eq}}[1 - \tfrac{2}{3}(e + \tfrac{2}{3} e^2) P_2 + (\tfrac{4}{35})(3 e^2 + 8\kappa P_4]. \tag{47}$$

Equations (25) and (26) now become:

$$\varepsilon_2 = -\tfrac{2}{3}(e + \tfrac{2}{3}e^2), \tag{48}$$

$$\varepsilon_4 = +\tfrac{4}{35}(3e^2 + 8\kappa)\ . \tag{49}$$

Finally, after some algebra, J_2 and J_4 can be expressed as:

$$J_2 = +\tfrac{2}{3}e - \tfrac{16}{63}e^2 + \tfrac{1}{3}mA_2(1 - \tfrac{11}{7}e - \tfrac{8}{21}e^2)\ , \tag{50.1}$$

$$J_4 = -\tfrac{4}{5}e^2 - \tfrac{32}{35}\kappa - \tfrac{12}{35}mA_2(e + \tfrac{2}{3}e^2) + \tfrac{1}{3}mA_4\ . \tag{51.1}$$

Note that if we are able to measure directly e, κ disappears in the expression of J_2. Disregarding terms of $O(f^3)$, i.e., $(\omega_0 e^2)$, we may also write:

$$J_2 = \tfrac{2}{3}f - \tfrac{1}{3}f^2 + \tfrac{8}{21}\kappa + \tfrac{1}{3}mA_2(1 - \tfrac{11}{7}f - \tfrac{44}{49}\kappa)\ , \tag{50.2}$$

$$J_4 = -\tfrac{4}{5}f^2 - \tfrac{32}{35}\kappa - \tfrac{12}{35}mfA_2 + \tfrac{1}{3}mA_4\ . \tag{51.2}$$

These two sets of fundamental equations (50.1) to (51.2) link the spherical harmonic coefficients with the geometrical parameters of the shape of the Sun, taking into account the surface differential rotation. Note that (50.2) and (51.2) reduce to (42) and (43) with $\kappa = 0$. At last, this parameter κ might be useful to interpret small departures from the sphericity of the Sun as observed by ground-based experiments (see, for example, Figure 6 in Godier and Rozelot (1999b).

6. Results

6.1. The Chandrasekhar's approach

The two sets of Equation (4) and Equation (5) yield different values of ε_Σ listed in Figure 1, for three solar colatitudes: $\theta = 90°$ (equator), $\theta = 45°$, and $\theta = 0°$ (pole). In such a case, computations are made as if the whole Sun were rotating at a constant rate defined by the value measured at this latitude. This is obviously not the case, but permits one to get an idea of how much the oblateness of the Sun must be lower and upper bounded to fit the solar differential rotation observations.

We have adopted for the computations the following values of the parameters:

$$R_{\rm eq} = 6.95990 \times 10^{10}\ {\rm cm} \quad \text{value taken from Allen (1976)}, \tag{52.1}$$

$$\rho_c/\rho_m = 108.3 \quad \text{value deduced from Richard } et\ al. \text{ (1996)}. \tag{52.2}$$

Other solar models may lead to different values of the ratio ρ_c/ρ_m, which is in any case greater than 64, the central density being at least 9.0×10^4 kg m^{-3} (Clayton, 1986). Bahcall and Pinsonneault (1992, 1995) adopt $\rho_c = 1.48 \times 10^5$ kg m^{-3},

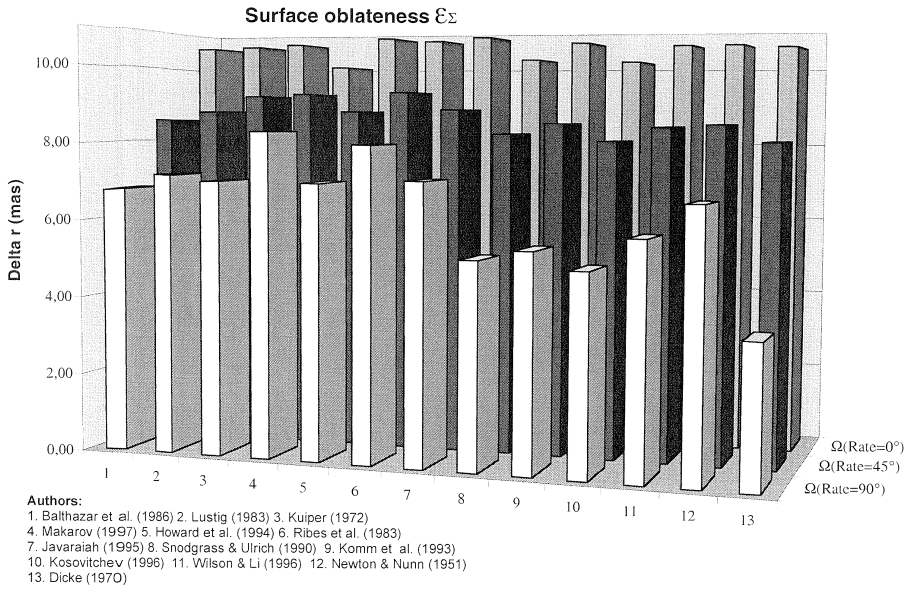


Figure 1. Surface oblateness as derived from the Chandrasekhar's Equation (5) (uniform rotation) and according to several authors (see also Figure 2). The values are given for three solar latitudes, the equator ($\Psi = 0°$), the mid latitude ($\Psi = 45°$) and the pole ($\Psi = 90°$), as if the Sun were rotating at a constant angular rate for each of these latitudes. The difference between the equatorial and polar radii does not exceed 11 ms of arc and is at least 5 ms of arc; the most probable value is 8.53 ms of arc.

so that Chandrasekhar's approximation, which is still good for structures with discontinuous variation of density, gives a value of ε_Σ included between 0.508 α and 0.513 α, and we can adopt 0.51α from this point. The angular velocity ω which is needed to compute α has been taken from different sources and is described as follows.

Figure 2 shows, from various studies, the rotation of the Sun as a function of the latitude. The curves obtained are all fitted by a series of the form described by Equation (34). The values differ from one author to another one within a few percent, but there is no reason to think that they do not represent the observed surface rotation. The differences can be explained by the different depths where the observed indicators are anchored, by the different techniques used and by the different time intervals covered in each of these studies. The curve obtained for Dicke (1970) is a bit different and is expressed by

$$\omega = 0.00268(g_s/R_{\rm eq})^{1/2} + 0.00194(g_s/R_{\rm eq})^{1/2}\ \sin(\Psi), \tag{53}$$

which has the interest of giving a physical meaning to the coefficients ω_0 and ω_1, but diverges too much above 65° of latitude when compared with observations.

Also discussed are the different rotation laws for the northern and southern hemispheres, which are slightly different. We do not take into account this effect

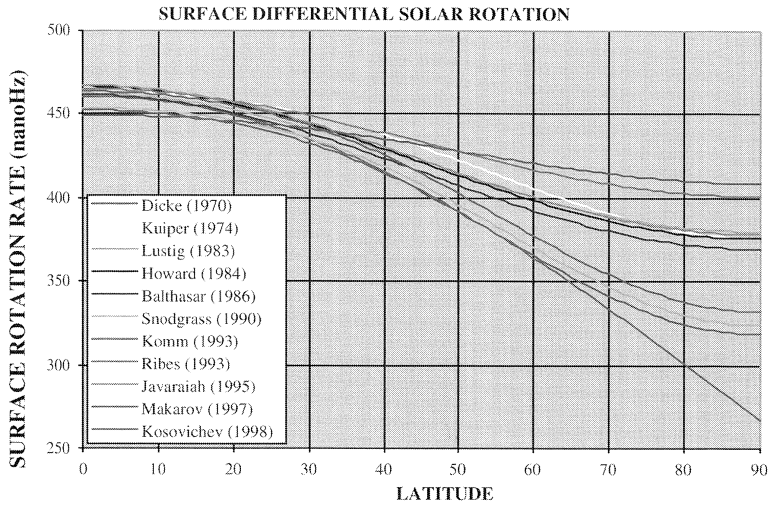


Figure 2. Latitude-dependence of solar rotation as observed by several authors. The differences are explained by the various techniques used, the different depths where the measured indicators are anchored, and by the different time intervals on which the measures have been performed. Computations have been extended up to $\Psi = 90°$, but near the pole the uncertainty is greater than at the equator and around the 'royal zones'. A colour version of this figure can be found on the CD-ROM.

in this study, as the general law is expressed by an equation of the same type, ω_0 being the angular velocity of the Sun at the equator, ω_1 and ω_2 describing the change in the angular velocity with latitude. Note that it has still not been explained how and why differential rotation is maintained since frictional forces should lead to a fixed rotation within a certain period of time. Solar convection may transport angular momentum through meridional flows to the equatorial zone thus constantly accelerating this area.

For a uniform rotation, the mean value of ε_Σ (obtained from all the above quoted authors) is $1.10 \times 10^{-5} \pm 2.62 \times 10^{-7}$, determined for a Sun rotating at a constant rate which is the equatorial velocity ($14.34° \pm 0.17°$ day^{-1}); ε_Σ decreases to $9.03 \times 10^{-6} \pm 4.26 \times 10^{-7}$ for a Sun rotating at a constant rate which is the 45° latitude velocity ($13.00° \pm 0.31°$ day^{-1}). At the pole, the uncertainty is a bit higher: ε_Σ is $6.7 \times 10^{-6} \pm 1.4 \times 10^{-6}$ (mean latitude velocity: $11.10° \pm 1.2°$ day^{-1}). Such values lead to a mean difference between the equatorial and the polar radius of, respectively, 10.54 ± 0.25 milliarc second (equator), 8.67 ± 0.41 milliarc second (45°) and 6.39 ± 1.31 milliarc second (90°). In a metric scale, this amounts to a difference of respectively 7.6 ± 0.2 km, 6.3 ± 0.3 km, and 4.6 ± 0.9 km.

Note that in this case, the difference between R_{eq} and R_{sp} is 3.5 milliarc second ($R_{eq} = 959.63''$).

6.2. Accurate Determination of the First Two Zonal Expansion Coefficients J_2 and J_4

We need to specify f, which is not an easy task, and would be obviously given by the 'visual oblateness'. From the above considerations, f cannot be greater than 1.13×10^{-5}, otherwise the Sun would rotate rigidly at the constant equatorial angular velocity $\omega_0 = 2.94\ \mu\text{rad s}^{-1}$ (the maximum value deduced from authors quoted previously), which is certainly not the real case. On the other hand, the true value of f is certainly not the average of all observed data (8.99×10^{-6}), due to the different depths at which the differential rotation is observed. The minimum velocity rate is hard to set up, due to the large uncertainties given around the poles. In that last case, f varies between 5.4×10^{-6} and 8.6×10^{-6}. The value of the Sun's surface oblateness must lie between the two above mentioned quantities (for the minimum and maximum velocity rate), that is to say between 5.4×10^{-6} and 1.1×10^{-5}, that yields, through a ponderous process (the best estimate weighted by each error)

$$f \approx 8.33 \times 10^{-6} \pm 1.87 \times 10^{-6}.$$

Defined on the grounds of this theory, the coefficient J_2 is a 'differential' quantity that we must integrate over all latitudes, leading to a 'surface' J_2. The results are presented in Table I. The multipole moment J_4 was computed in the same way. The values of the rotation rates (ω_0, ω_1, and ω_2) are not given here as the reader can easily find them in the quoted papers.

6.3. Comparison with Some Available Data

Recently, Pijpers (1998) has used the data coming from the ground-based Global Oscillation Network Group (GONG) and from the orbiting Solar and Heliospheric Observatory (SOHO) to quantify the quadrupole moment of the Sun's gravitational field J_2 and to set competitive limits, finding a value of $|J_2| = 2.18 \times 10^{-7}$ plus or minus 3%. This value is in concordance with those given in Table I, and more particularly with the value deduced from Snodgrass (1990), for which a rotation rate of 453.8 nHz at the equator is assigned. From an analysis based on measurements carried out by the Solar Disk Sextant instrument and on the rotational splittings of the lowest degree acoustic modes, Paternò, Sofia, and Di Mauro (1996) deduced a value of $|J_2| = 2.22 \times 10^{-7}$ in good agreement with the previous one.

Based on a 'stratification' approach, Godier and Rozelot (1999a) computed J_2 taken into account the rotation of the internal layers of the Sun (a parametrized law proposed by Kosovichev, 1996), and a model of mass and density well constrainted by the helioseismologic data. They found $|J_2| = 1.60 \times 10^{-7}$, in fairly good agreement with this theory, which gives $|J_2| = 1.67 \times 10^{-7}$. This value can be considered as a bit low, but this is due to the fact that the rotation rate proposed by Kosovichev is the lowest of all values proposed by the authors ($\omega_0 = 452.46$ nHz

TABLE I

The multipole moments of the Sun computed through the first order theory for J_2 and through the second order theory both for J_2 (surface) and J_4, according to several surface latitudinal rotation laws. The two cases, Dicke and Kosovichev, are not based on observations alone, but are parametrized laws which fit observed data. They yield respectively the highest and the lowest values of the second order theory of J_2. Note the fact that old observations (1951) lead to fairly good results, as already pointed out, for another purpose, by Howard (1984). The values deduced from Snodgrass and Kosovichev at the first order of the theory lead to a prolate Sun (as well as for J_4) and can be explained by the depth at which the observations were performed, or by the weak equatorial velocity.

Authors	J_2 (1st order)	J_2 (2nd order)	J_4
Newton and Nunn (1951)	−2.57E−07	−5.30E−07	3.36E−12
Dicke (1970)	−1.03E−06	−1.18E−06	5.09E−12
Kuiper (1972)	−5.49E−07	−9.09E−07	3.78E−12
Lustig (1983)	−4.31E−07	−6.85E−07	3.93E−12
Howard *et al.* (1984)	−4.45E−07	−7.17E−07	4.81E−12
Balthasar *et al.* (1986)	−2.76E−07	−5.44E−07	3.30E−12
Snodgrass and Ulrich (1990)	1.93E−07	−2.70E−07	−7.43E−13
Komm *et al.* (1993)	−3.52E−08	−4.95E−07	1.84E−12
Ribes *et al.* (1993)	−7.82E−07	−1.00E−06	5.46E−12
Javaraiah (1995)	−4.87E−07	−7.56E−07	5.01E−12
Kosovichev (1996)	2.91E−07	−1.67E−07	−1.28E−12
Wilson and Li (1996)	−7.03E−08	−4.62E−07	2.04E−12
Makarov (1997)	−6.87E−07	−8.60E−07	1.71E−12

at the equator). On a general level, it must be noticed that the values deduced from rotation laws that are computed from the helioseismic data are all lower than those computed from the observations of other data (visual or spectroscopic observations of the sunspots). Other values can be found in the literature: Kuhn *et al.* (1998) found from the MDI experiment on board SOHO, a significant hexadecapode shape term, and Lydon and Sofia (1996) attempted to determine these parameters from balloon flights in 1992 and 1994 (*Solar Disk Sextant Experiment*). They have derived values of 1.8×10^{-7} for J_2 and 9.8×10^{-7} for J_4. These last results are discussed in Godier (2000).

Finally, if we can trust in the validity of the proposed theory, it must be underlined that in a relativistic approach, the relations given for J_2 and J_4 are no longer valid.

7. Conclusion

Although it is well known that a body in rotation is not purely oblate, this process has received little attention in the past for the Sun. This situation is starting to change as we are begining to understand why small departures from the sphere, for example small bulges or depletions around the 'royal zones' have a physical origin, arising in the sub-surface (Godier and Rozelot, 1999b).

In order to avoid ambiguities, we would recommend adopting the mathematical definitions of the flattening f, the mean ellipticipty F and the oblateness ε_Σ when speaking about the shape of the Sun.

From the above theory, and deduced from several surface differential rotational laws, we propose the following values:

– The flattening f of the Sun is $f \approx (8.33 \pm 1.87) \times 10^{-6}$, upper and lower bounded by $6.7 \times 10^{-6}(\pm 1.4 \times 10^{-6})$ and $1.1 \times 10^{-5}(\pm 2.6 \times 10^{-7})$. These values lead to a difference between the equatorial and polar radii of the Sun of 8.53 millisecond of arc (± 1.89), bounded by 6.39 ($\pm$ 1.31) as a minimum and 10.54 ($\pm$ 0.25) as a maximum.

– The gravitational quadrupole moment of the Sun is

$$J_2 = -(6.13 \pm 2.52) \times 10^{-7},$$

if all observed data are taken into account.
For sunspot data only,

$$J_2 = -(6.84 \pm 3.75) \times 10^{-7},$$

and for helioseismic data only,

$$J_2 = -(3.49 \pm 1.86) \times 10^{-7}.$$

Because of the radial dependence of the solar rotation rate one should expect small differences in the deduced magnitude of $|J_2|$ from 'surface' measurements alone.

The value deduced from all available data for the octopole J_4 is

$$J_4 = +(2.8 \pm 2.1) \times 10^{-12}.$$

Note that, at the first-order approximation (see Equations (42) and (43)),

$$J_4 \approx -\tfrac{6}{5} f J_2,$$

that yields J_4 of the order of 3.5×10^{-12} in perfect accordance with the above quoted value. Higher developments based on the same procedure (decomposition on the basis of Legendre's polynomials) and taking into account the differential rotation would lead to higher moments such as J_6.

Acknowledgement

The authors express their gratitude to the referee for his comments.

References

Allen, C. W.: 1976, *Astrophysical Quantities*, 3rd edition, The Athlone Press, London, p. 161.
Bahcall, J. N. and Pinsonneault, M. H.: 1992, *Rev. Modern Phys.* **64**, 685.
Bahcall, J. N. and Pinsonneault, M. H.: 1995, *Rev. Modern Phys.* **67**, 781.
Balthasar, H., Vásquez, M., and Wöhl, H.: 1986, *Astron. Astrophys.* **155**, 87.
Bois, E. and Girard, J. F.: 1999, *Celestial Mech.* **73**, 329.
Burša , M.: 1986, *Bull. Astron. Inst. Czech.* **37**, 312.
Chandrasekhar, S.: 1933, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **93**, 390.
Clairault, A. C.: 1743, *Principes de l'Hydrostatique*, Durand ed., Paris.
Clayton, D. D.: 1986, *Am. J. Phys.* **54**, 354.
Dicke, R. H.: 1970, *Astrophys. J.* **159**, 1.
Dicke, R. H.: 1974, *Astrophys. J. Suppl. Series* **27**, 131.
Godier, S. and Rozelot, J. P.: 1999a, *Astron. Astrophys.* **350**, 310.
Godier, S. and Rozelot, J. P.: 1999b , ESA SP-448, European Meeting on Solar Physics, Firenze (I), 12–18 September 1999.
Godier, S.: 2000, Ph.D. Thesis, Université de Nice-Sophia-Antipolis.
Goldreich, P. and Schubert, G.: 1968, *Astrophys. J.* **154**, 1005.
Howard, R., Gilman, P. A., and Gilman, P. I.: 1984, *Astrophys. J.* **283**, 373.
Javaraiah, J. and Gokhale, M.H.: 1995, *Solar Phys.* **158**, 173.
Komm, R. W., Howard, R., and Harvey, J. W.: 1993, *Solar Phys.* **143**, 19.
Kopal, Z.: 1960, *Figures of Equilibrium of Celestial Bodies*, University of Wisconsin Press, Madison.
Kosovichev, A. G.: 1996, in *Sounding Solar and Stellar Interior, IAU Symp.*, p. 97.
Kuhn, J. R., Bush, R. I., Scheick, X., and Scherrer, P.: 1998, *Nature* **392**, 155.
Kuiper, J.: 1972, *The Sun*, Chicago University Press.
Lefebvre, S.: 2000, *Variabilité du diamètre solaire, étude comparative de données observationnelles en vue de la mission spatiale PICARD*, Université Louis Pasteur, Strasbourg, p. 50.
Lustig, G.: 1983, *Astron. Astrophys.* **125**, 355.
Lydon, T. J. and Sofia, S.: 1996, *Phys. Rev. Letters* **76**, 177.
Makarov, V. I., Tlatov, A. G., and Callebaut, D. K.: 1997, *Solar Phys.* **170**, 373.
Modolenvsky, M. S.: 1988, *Geodezika i Kartografiya* **5**, 11.
Newton, H. W. and Nunn, M. L.: 1951, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **111**, 413.
Paternò, L., Sofia, S., and Di Mauro, M. P.: 1996, *Astron. Astrophys.* **314**, 940.
Pijpers, F. P.: 1998, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **297**, 76.
Richard, O., Vauclair, S., Charbonnel, C., and Dziembowski, W. A.: 1996, *Astron Astrophys.* **312**, 1000.
Ribes-Nesmes, E., Ferreira, E. N., and Mein, P.: 1993, *Astron. Astrophys.* **274**, 563.
Snodgrass, H. B. and Ulrich, R. K.: 1990, *Astrophys. J.* **351**, 309.
Sturrock, P.: 1986, in P. Sturrock, T. E. Holzer, D. M. Mihalas, and R. K. Ulrich (eds.), *Physics of the Sun*, Vol. I, D. Reidel, Publ. Co, Dordrecht, Holland, p. 100.
Tripathy, S. C. and Antia, H. M.: 1999, *Solar Phys.* **186**, 1.
Ulrich, R. K.: 1986, in P. Sturrock, T. E. Holzer, D. M. Mihalas, and R. K. Ulrich (eds.), *Physics of the Sun*, Vol. I, D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, Holland, p.161–175.
Ulrich, R. K. and Hawkins, G. W.: 1981, *Astrophys. J.* **246**, 985 and errata 1981, *Astrophys. J.* **249**, 831.
Von Zeipel, H.: 1924, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **84**, 665.
Wavre, R.: 1932, *Figures planétaires et géodésie*, Gauthiers-Villars ed., Paris.
Wilson, P. R., Burtonclay, D., and Li, Y.: 1996, *Astrophys. J.* **470**, 621.

Solar latitudinal distortions : from observations to theory

A&A, 2003, accepté

Astronomy & Astrophysics manuscript no.
(will be inserted by hand later)

Solar latitudinal distortions: from observations to theory

S. Lefebvre[1] and J.P. Rozelot[2]

[1] Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), GEMINI, Avenue Copernic, F-06130 Grasse
e-mail: sandrine.lefebvre@obs-azur.fr
[2] same address
e-mail: jean-pierre.rozelot@obs-azur.fr

Received July 31, 2003; accepted December 18, 2003

Abstract. Solar diameters have been measured from different ground-based instruments on different sites all around the world. Values exist since over three centuries, but the revival of interest began in the 1970s when it was claimed that a temporal periodic modulation had been found. The interest of such measurements, pinpointed from only two decades, may not lie in these temporal variations, but in the fact that a latitudinal heliographic dependence may exist. Such a solar shape distortion has been deduced from the analysis of solar astrolabe data sorted by heliographic latitudes, but has been also put in evidence by means of a scanning heliometer (Pic du Midi Observatory). Latitudinal dependence conveys sub-surfacic physical mechanisms and can be explained theoretically. Thus, in spite of the fact that ground-based observations are altered by seeing effects that may amplify or superimpose noise, it can be advanced that the solar shape is not a pure spheroid. We present here a new theory based upon the thermal-wind equation, which explains the observed distorted solar shape. Using the W parameter (called here asphericity-luminosity parameter), we show that large negative values (W ranging from around -0.075 up to -0.6) are unlikely, leading to a prolate Sun. The best range of W lies between around -0.075 and +0.6. Concerning observations, only space missions (or balloon flights) will be able to reach a clear conclusion. A space mission called PICARD is scheduled to be launched by 2008: one of its major aims is to measure these asphericities with an astrometric precision.

Key words. solar radius – solar asphericities – thermal wind – solar theoretical models

1. Introduction

Since a few years, the idea that the outer visible shape of the Sun is not a perfect ellipsoid seems to be more and more convincing. From an observational point of view, measurements of high precision, recently made at the Pic du Midi Observatory and during exceptional meteorological conditions, have suggested a distorted outer shape (Rozelot *et al.*, 2003a, 2003b; Rozelot and Lefebvre, 2003). Theoretically, the free surface is related to thermodynamic effects growing from the tachocline to the near surface. If all physical mechanisms occurring in the sub-surfacic layers were perfectly uniform (velocity rate, mass distribution, magnetic field...) the surface boundary of the Sun would be a perfect spheroid owing to the sole (uniform) rotation. This is not the case, and a distorted shape is expected. Using a shallow-water model, Dikpati and Gilman (2002) reached the same conclusion: a deformed outer sphere represents the "free-top" boundary of the solar fluid. At the light of these theoretical facts, we wondered if it would not be an opportunity to reconsider ground-based measurements, and instead of trying to search a consistency on individual data acquired on different sites and at different epochs, to look at what could be reliable and directly comparable.

Another intriguing point is the value of the so-called octopole term ($l = 4$) for which observations, either from the ground or from space, mismatch the theoretical value. For example, according to Lydon and Sofia (1996), the observed $l = 4$ term is greater than the theoretical one by a factor that may reach 4 orders of magnitude. As, in any theory of figure of rotating bodies, the outer shape is the combination of the successive gravitational moments, for example at first order $l = 2$, then $l = 4$, it results that any increased value of the $l = 4$ term, allows the upper boundary of the Sun to vary with latitude. In the following, we will adopt the term "asphericities" to describe any departures from a perfect sphericity of the Sun and the outer visible shape of the Sun will be named "helioid".

In the second part of this paper we will briefly recall existing ground-based observations, and we will discuss them considering only their common specificities, in the scope of solar latitudinal variations. In the third section,

Send offprint requests to: J.P. Rozelot

we will propose a new theory based upon the thermal wind equation, which might explain the observed distortions. In the fourth one, we will be able to propose bounds on such asphericities and we will conclude by some perspectives, mainly in the space domain.

2. Solar radius ground-based observations

There are many papers describing solar radius ground-based observations, mainly coming from the so-called modified Danjon astrolabe. These solar astrolabes operate now in France (Laclare *et al.*, 1996), Chile (Noël, 2002 and 2003-a), Brazil (Reis Neto *et al.*, 2003) and Turkey (Gölbaşi *et al.*, 2001). Measurements have been already analyzed and discussed, for instance in (Ribes *et al.*, 1991, Laclare *et al.*, 1996, Noël, 2002, Jilinski *et al.*, 1999, Wittmann, 2001, Emilio *et al.*, 2000 or Pap *et al.*, 2001[1]). When data coming from different sources are compared over a more or less longer period of time, they show strong disparities, both in amplitude and in phase. The reason, or reasons for the discrepancies have not yet been fully explained. They might come either from technical points (variable angle prism, CCD...), or from the atmospheric turbulence hiding faint solar effects. It is true also that, as data are growing with time, it is possible to apply to these series increasing performant data analysis techniques. Results are sometimes impressive, leading for example to accuracies of a few milliarcseconds (further on abbreviated in mas) on data obtained near above the sea-level. Results, albeit frequently obtained on a patrol way, are not always readily available (except in one case); the reason usually advanced being the waiting for comparison of other solar indexes. A critical look afterwards on all the solar astrolabe data remains to be taken. However, the question deserves to be tackled, with caution: the results so far obtained from the ground, may conceal interesting features. On another hand, astrometric space data are not yet available and it is clear that data which will be obtained from in-orbit spacecrafts will be the definite trade-off on the question. We will return on this point in section 5.

Serious analyses are made that render the question of the solar radius variability with time a question of astrophysical interest. Let us mention the solar variability model built by Sofia and Li (2001) permitting the reconstruction of solar irradiance and partially based on long term solar radius variations. For instance also, one may ask what would be an upper bound of the radius variations, for which, above this limit, one will be sure that an astrophysical phenomenon could no more be observed. In the past, some authors (such as Beardsley and Hill, 1987) have searched in that direction, the advance of the perihelion of Mercury being taken as a test. Unfortunately, at that time, this test was not sensitive enough due to the error bars (on the observed values of the perihelion advances of planets) which were not of sufficient accuracies. A third example can be found in Rozelot and Bois (1998): they have shown that the indirect signature of the solar quadrupole moment on the Moon's rotational motion leads to an upper bound of this gravitational $l = 2$ moment, which in turn, limits the variations of the solar radius to no more than some 50 mas, a value certainly still high, but indicating that variations must exist, otherwise, lunar librations would no longer subsist, which is not the case.

It seems to us that approaching the question of solar astrolabe data through their direct comparison, even through sophisticated filtering techniques or other methods, do not solve the problem of their inconstancy. Taking into account recent progresses concerning internal physical mechanisms inside the Sun, leading, as seen in the introduction, to a visual distorted shape of the Sun, we thought that it would be interesting to tackle the subject in another way.

The first idea is to notice that solar astrolabe observers do not measure the same diameter at the same time. This is due to the latitude of the observing site and to the fact that diameters are locally measured through the vertical. Thus, to compare data series, one must first group them into heliographic latitudes blocks. Similarities are then clearly found. An example can be found in Noël (2003-b), where a distorted shape of the limb appears anticorrelated with the surface effective temperature as measured by Kuhn (1988). Moreover, other techniques lead to the same conclusions. As briefly mentioned in the introduction, departures to the sphericity were recently observed from the ground by means of the scanning heliometer of the Pic du Midi Observatory (Rösch *et al.*, 1996) and are reported in Fig. 1 (From Rozelot *et al.*, 2003a or 2003b).

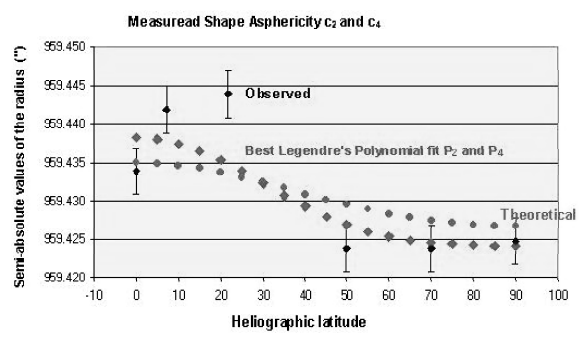


Fig. 1. The solar limb shape variations as observed at the Pic du Midi Observatory from September 3rd to 6th, 2001. The amplitude of the variations does not exceed some 24 mas between the highest and the lowest point of the error bars. The whole shape of the Sun remains oblate whereas a bulge is observed near the royal zones (35°-45°) followed by a depression. After Rozelot *et al.*, 2003 b.

Inspection of the two curves given in Fig. 1 and 2 deduced from ground-based measurements shows similarities

[1] This list is not exhaustive; number other references can be found in the above quoted papers.

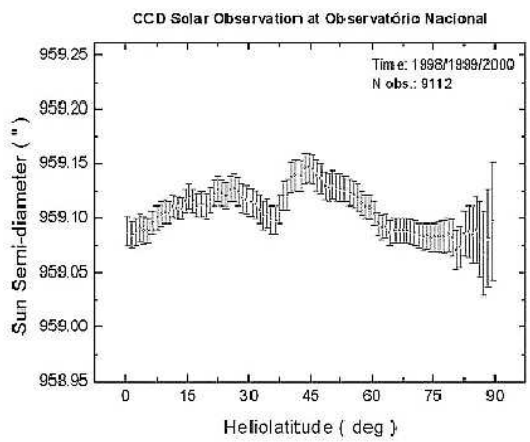


Fig. 2. Solar limb shape variations as observed from the ground by means of the solar astrolabe. Measurements were made by E. Reis Neto *et al.* (2003) in Rio de Janeiro (Brazil). Bearing in mind the difficulty of obtaining such measurements, it can be seen a bulge extended from the equator to the end of the royal zones (around 45°) followed by a depletion around 60°-80° (by courtesy of A. Andrei, personal communication, 2002; see also E. Reis Neto *et al.*, 2003).

with a few discrepancies, that can be due to the measuring difficulties. The main feature is a departure from the perfect sphere and the asphericities can be described as follows. A bulge is visible extending from the equator up to the mid latitudes, around 45°. This bulge is followed by a depressed zone at higher latitudes, from 60° to 80°. The whole shape remains oblate. Note that departures from a sphere were also suspected from solar astrolabe measurements made at Calern observatory (France) as soon as 1996 (Laclare *et al.*, 1996), and at Santiago (Chile) by Noël (1999, 2002).

Authors are indeed conscious of the difficulties in measuring such asphericities, and of the important error bars which are associated on measurements in different sites. The main point which is often raised is the atmospheric turbulence which may pollute the measurements and the true difficulty is, from ground-based observations, to distinguish between the variations due to the atmosphere itself and those which can arise from true solar origin. A more complete study of the atmospheric effects on solar diameter measurements has been made by Irbah *et al.* (2003) and it is shown that the observation conditions have more impact on the errors than on the measurements of the diameter mean value. Even if the data are certainly affected by the turbulence effects, it would be unlikely that rather similar results found by different observers on different sites (and using different techniques) would not reflect a real solar effect. Moreover, recent theoretical progresses concerning the functioning of the tachocline, have shown that the unstability of the differential rotation as a function of the effective gravity of the successive internal stratified shells, lead to latitudinal variations of the outer shape of the Sun (Dikpati and Gilman, 2001, 2002, Lefebvre and Rozelot, 2003).

Nevertheless, we must say, that for the time being, such distortions have not yet been observed from space, whatever the instrument was, SOHO/MDI or SDS balloon measurements. But we must recall for example, that SOHO/MDI images have only a resolution of about 2 arcseconds per pixel, and probably too low to put in evidence such distortions (that were not searched for).

As a conclusion of this discussion concerning the observations, we deduce that the comparison of all data coming from several techniques and from different sites converge towards one essential point: a bulge on the solar surface is visible around the royal zones (around 35°-45°, a zone where spots appear at the beginning of the solar cycle), followed by a depressed zone near 70°. The difference between the equatorial and polar radius remains positive. The helioid has thus a complex shape, where departures to the sphere probably do not exceed an upper bound of twenty mas, and must be now explained.

3. A new theoretical approach to pinpoint departures to sphericity

3.1. Preamble

Consider a single star that rotates about a fixed direction in space, with some assigned angular velocity; the resulting shape is an oblate figure. However, for the Sun, a slowly rotating star, with differential rotation both in surface and in depth, one is faced with a few intriguing questions not yet solved: what is the geometrical shape of the free boundary and what could be the form of the surfaces upon which the physical variables (such as pressure, density,...) remain constant? How do these equilibrium levels depend on the angular velocity distribution?

3.2. The thermal-wind relation

For a better understanding of the question, let us first recall the statements of the thermal-wind equation, that can be found also in Gough & McIntyre (1998) and Tassoul (2000).

Let us denote by $\overrightarrow{v}$ the velocity of the fluid in an inertial frame of reference, $\overrightarrow{g}$ the acceleration due to gravity, ρ the density, p the pressure and $\overrightarrow{f}$ the viscous force per unit volume and V is the gravitational potential; we start with the Navier-Stokes equation

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} = \overrightarrow{g} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}(p) + \frac{1}{\rho}\overrightarrow{f}(\overrightarrow{v}), \quad (1)$$

which reduces to

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} + \overrightarrow{grad}(V) + \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}(p) = \overrightarrow{0} \quad (2)$$

under the following basis hypothesis:

- the Sun is an axisymmetric star, which rotates about a fixed direction in space with some assigned angular velocity;

– the motion is steady in time;
– molecular viscosity is negligible for large-scale motion; in this case, viscous transport (turbulence) can be also neglected.

Introducing the classical notations (r, θ, ϕ) with respect to the rotation axis, in a frame rotating with the angular velocity Ω, and cylindrical polar coordinates (s, z, ϕ), where $z = rcos(\theta)$ and $s = rsin(\theta)$, we may write $(\overrightarrow{e_s}, \overrightarrow{e_z}, \overrightarrow{e_\phi})$ for the rotating frame in cylindrical coordinates. Thus, the velocity $\overrightarrow{v}$ has the form

$$\overrightarrow{v} = \Omega s \overrightarrow{e_\phi}, \tag{3}$$

and the hypothesis steady in time implies that

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} = -\Omega^2 s \overrightarrow{e_s}. \tag{4}$$

Due to Eq. 4, Eq. 2 becomes

$$\overrightarrow{grad}(V) + \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}(p) - \Omega^2 s \overrightarrow{e_s} = \overrightarrow{0}. \tag{5}$$

Taking the curl of Eq. 5, we obtain

$$\overrightarrow{grad}\left(\frac{1}{\rho}\right) \wedge \overrightarrow{grad}(p) = \overrightarrow{grad}(\Omega^2 s) \wedge \overrightarrow{e_s}. \tag{6}$$

This last equation is the thermal wind relation, which relates the z dependence of the angular velocity Ω to the baroclinicity of the system. Developing Eq. 6 by choosing for convenience the cylindrical coordinates for the left member, as introduced by Gough & McIntyre (1998), we obtain

$$-\frac{1}{r\rho^2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial r}\frac{\partial p}{\partial \theta}\right) = 2\Omega s \frac{\partial \Omega}{\partial z}, \tag{7}$$

by assuming that the density ρ is independent of the colatitude θ.

Eq. 7 relates the balance of a pressure gradient and the Coriolis force. To express this relation in temperature instead of pressure, we assume hydrostatic equilibrium and perfect gas law that yields the following *thermal wind equation*:

$$\frac{g}{rT}\left(\frac{\partial T}{\partial \theta}\right)_r = 2\Omega s \left(\frac{\partial \Omega}{\partial z}\right)_s. \tag{8}$$

To sum up, the balance is expressed by the zonal component of the steady axisymmetric inviscid vorticity equation, yielding an appropriately generalized "thermal-wind" (more aptly, "thermal-shear") equation. The thermal wind equation links the shear of angular velocity to the latitudinal variation of the temperature field T. Note that such latitudinal variations of T have already been measured on the surface of the Sun (Kuhn, 1985, 1988).

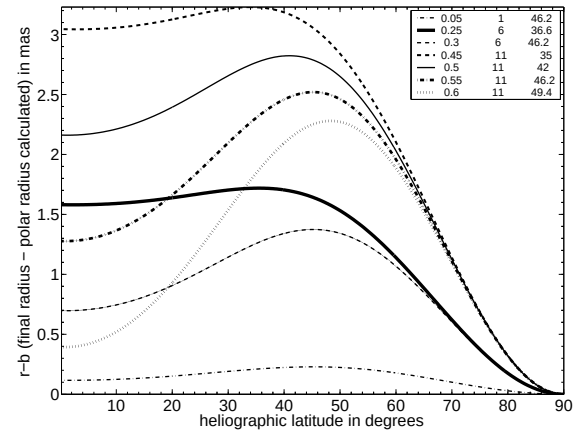


Fig. 3. Theoretical solar radius variations (by reference to the polar radius, in mas) versus heliographic latitude, in degrees. The successive columns in the legend indicate, for the first, the value of W, for the second, the value of the initial ΔR_i (in mas) and for the third one, the latitude at which the maximum of each curve occurs. Note that the estimated maximum found for each curve is located between 30° and 50° of latitude (coefficients of the rotation law has been here taken from Snodgrass, 1983).

3.3. Relation with the latitudinal variation of the radius

At the surface of the Sun (namely on the photosphere), the rotation law Ω is often described by a 3-term expansion

$$\Omega(\theta) = \Omega_{eq} + \Omega_2 cos^2(\theta) + \Omega_4 cos^4(\theta), \tag{9}$$

where Ω_{eq} is the equatorial rotation rate and Ω_i, empirical coefficients fitting the observational data (see Table 1). These coefficients are often limited in latitude, to about 60°, because effects, such as geometrical distortion, make it very difficult to adequately measure the rotation rates at poleward latitudes. Schou *et al.* showed that an extrapolation of such an expansion at higher latitudes will lead to a discrepancy with helioseismic observations (which are generally reliable to at least 75°). On another hand, Deng *et al.* carefully measured the surface rotation rate at high latitudes (55° - 85°; see coefficients in Table 1) and found them to be consistent with helioseismic results.

It is known from helioseismology that the surface differential rotation goes on deeper with a radial gradient of the rotation rate $\frac{\partial \Omega}{\partial r}$ not null, and negative in the near-surface layers of the convection zone. The order of magnitude of this outward gradient is $-5.7\ 10^{-16}\ m^{-1}.s^{-1}$. Besides, Corbard & Thompson (2002) have shown that in a shell of about $0.02R_\odot$ thickness, the radial gradient, constant (but negative) from the equator to around 50° of latitude, cancelled around this latitude to reverse afterwards (the values are then extrapolated at the surface itself). Basu *et al.* (1999) deduced from their analysis of the splitting of high-degree f-modes, a similar behaviour, finding a reversal of the radial gradient in a zone above $0.994R_\odot$. It follows from this analysis that the radial gradient can be neglected for our purpose (and at least in

References	Method	Ω_{eq}	Ω_2	Ω_4
	From tracers			
Duvall (1980) / Snodgrass *et al.* (1990)	Supergranular pattern	2.972	-0.483	-0.360
Komm *et al.* (1993)	Small magnetic features	2.913	-0.404	-0.422
Kosovichev (1996)	Helioseismology	2.843	-0.382	-0.461
Kuiper (1972)	Sunspots	2.913	-0.283	-0.269
Makarov *et al.* (1997)	Hα line map	2.824	-0.190	-0.067
Snodgrass (1983)	Magnetic field pattern	2.903	-0.483	-0.327
Wilson *et al.* (1996)	Helioseismology	2.903	-0.484	-0.264
Deng *et al.* (1999)	Polar magnetic elements	2.828	-0.453	-0.360
	From the Doppler effect in solar lines			
Snodgrass *et al.* (1984)	Surface plasma	2.850	-0.343	-0.475

Table 1. Empirical rotation coefficients Ωeq, Ω_2 and Ω_4 (in $\mu rad/s$) according to Allen (2000) and some other authors. Such coefficients have been used for computations of our model shown in Fig. 3 and 4.

this sub-surfacic layer called the *the leptocline*, Godier and Rozelot, 2001) that leads to

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z} = -\frac{sin(\theta)}{r}\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}. \quad (10)$$

Developing T as usual under the form $T(\theta) = T_e + \tilde{T}(\theta)$, where T_e is the effective temperature at the surface of the Sun, it follows

$$\frac{g}{rT_e}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} \approx -2\Omega sin^2(\theta)\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}. \quad (11)$$

Following Sofia and Endal (1980), we introduce the so-called parameter W which links the relative variations of the solar radius R to the relative variations of the irradiance I as

$$W = \frac{dR/R}{dI/I}. \quad (12)$$

Bearing in mind Stefan's law $L = \sigma T^4$, we get

$$\frac{dR}{R} = W\frac{dI}{I} = W\frac{dL}{L} \approx \frac{4W}{T_e}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta}d\theta. \quad (13)$$

Finally, substituting Eq. 13 into Eq. 11 and introducing $R(\theta) = R_e + \tilde{R}(\theta)$, where R_e is the initial ellipsoid, we obtain

$$\frac{d\tilde{R}}{d\theta} \approx -\frac{8}{g}WRrsin^2(\theta)\Omega\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}. \quad (14)$$

This last equation appropriately describes the evolution of the solar radius with the colatitude θ. Integration of Eq. 14 requires an initial step of R, which can be taken as an ellipsoid with an initial value of $\Delta R_i = R_{eq} - R_{pol}$, starting with the sphericity. Then, as both absolute values of W and ΔR_i are upper bounded, the integration can be limited to their most plausible values.

As we will see in the next section, values of W has been taken ranging from -0.6 to +0.6. We started with $\Delta R_i =$ 1 mas, i.e. the quasi sphericity, and we stopped with ΔR_i = 22 mas, which can be considered as an upper initial value for the initial reference ellipsoid. ΔR_i = 7 mas is what would be an initial ellipsoid if the Sun were rigidly rotating (without differential rotation) and $\Delta R_i = 10$ mas is one of the most plausible values. The two other values are intermediate steps of calculations.

4. Results

4.1. Estimation of the "asphericity-luminosity parameter W"

Today, both the absolute value and the sign of the "asphericity-luminosity parameter W" are still very badly known. Different values are available in the literature, either theoretically calculated or measured from ground-based semi-diameters measurements, but they are not still consistent. According to different authors, theoretical values range from 2.10^{-4} (Spruit, 1991), 5.10^{-3} (Deadborn and Blake, 1980), $7.4.10^{-2}$ (Sofia *et al.*, 1979), and to 0.2 or 0.5 if studies locate mechanisms at the base of the convective zone or in the core respectively (Gough, 2001). Deduced from the observations, the absolute value of W varies from 0.85 (Rozelot, 2001) to 0.2 (Picard web site).

In order to check our model described by Eq. 14, a first computation was made, using values of coefficients of Eq. 9 taken from Snodgrass (1983), for which these values are also close from these of Wilson *et al.* (1996) deduced from helioseismology. Results obtained for the latitudinal variations of the solar radius versus the heliographic latitude are shown in Fig. 3. The shape of the free surface clearly depends on the values of the pair $(W, \Delta R_i)$. Note how the position of the maxima obtained is concentrated between 30° and 50° of heliographic latitude. The first curve [0.05; 1], at the bottom of the diagram is unlikely as the final difference obtained between the polar and equatorial radius is only of about 0.15 mas.

The two couples ($W = 0.5$ and $\Delta R_i = 11\ mas$), ($W =$ 0.45 and $\Delta R_i = 11\ mas$) are the most likely: the profiles of the outer layer are well marked, the latitudinal thickness occurring near the royal zones, at 40° of latitude. The final difference between the polar and equatorial radius ranges from about 2 to 3 mas, the outer global shape remaining oblate.

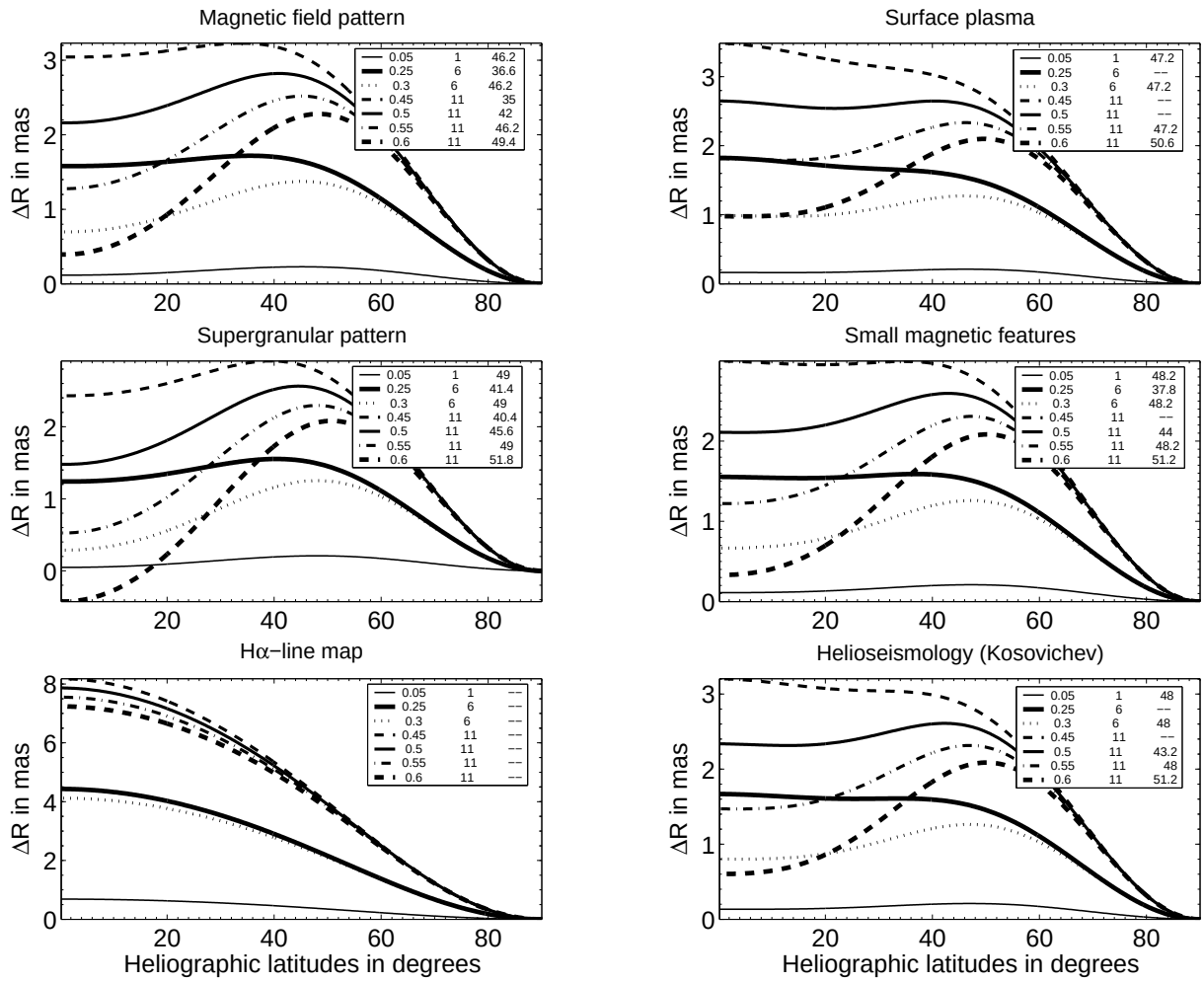


Fig. 4. Theoretical solar radius variations (by reference to the polar radius, in mas) versus heliographic latitude in degrees, for different values of the rotation rate Ω (see Table 1). The successive columns in the legend indicate, for the first, the value of W, for the second, the value of the initial ΔR_i (in mas) and for the third one, the latitude at which the maximum of each curve occurs (a – indicates that no maximum is obtained). The successive triplets $(W, \Delta R_i, \phi_{max})$ have been chosen identical to these of Fig. 3. Note the similar behaviour of the curves except for the graph labelled "Hα-line map", due to the heighest altitude at which this line is formed.

4.2. Theoretical solar radius variations

The model has then been tested to appreciate the sensitivity to the rotation law. Different values of the $(\Omega_{eq}, \Omega_2, \Omega_4)$ triplet quoted in Table 1 has been used, deduced from Allen (2000) and some other authors. Results are given in the different graphs of Fig. 4. Except for the so-called "Hα-line map", all plots shown a similar behaviour with a maximum occuring at the mid-latitudes. In the case of the "Hα-line map", the height at which the line is formed is about 1000 km above the photosphere (see Fig. 1, Floyd, 2003), that is to say far from the surface itself. In this case, it is not surprising to obtain a quasi ellipsoidal surface, for which the final ΔR is of about 7 mas (and for a W value of about 0.5). All the other graphs merely reflect the depth at which the differential rotation takes place. It has also been checked that results are not too much affected by using polar tracing elements that permits to deduce coefficients of Eq. 9 for high latitudes (for instance, $\theta_{max} = 41.4°$) for $W = 0.5$ and $\Delta R_i = 11$ mas; see hereafter). In the following, we will continue to use the values of Ω_i taken from Snodgrass (1983).

Fig. 5 shows, plotted versus the heliographic latitudes, the boundary of the free surface obtained as a function of the initial ΔR_i. This Figure indicates that, for values of ΔR_i going from the sphericity to an oblateness of 10 mas, large positive values of W yield a final prolate Sun; such a scenario can be certainly rejected. By contrast, the two last figures (labelled 16 and 22 mas) show that negative values of W increase the initial ΔR_i to values that are certainly never observed. Our conclusion is that ΔR_i must lie between 7 and 12 mas and W is limited to a range of values between -0.075 and +0.6. To explain the

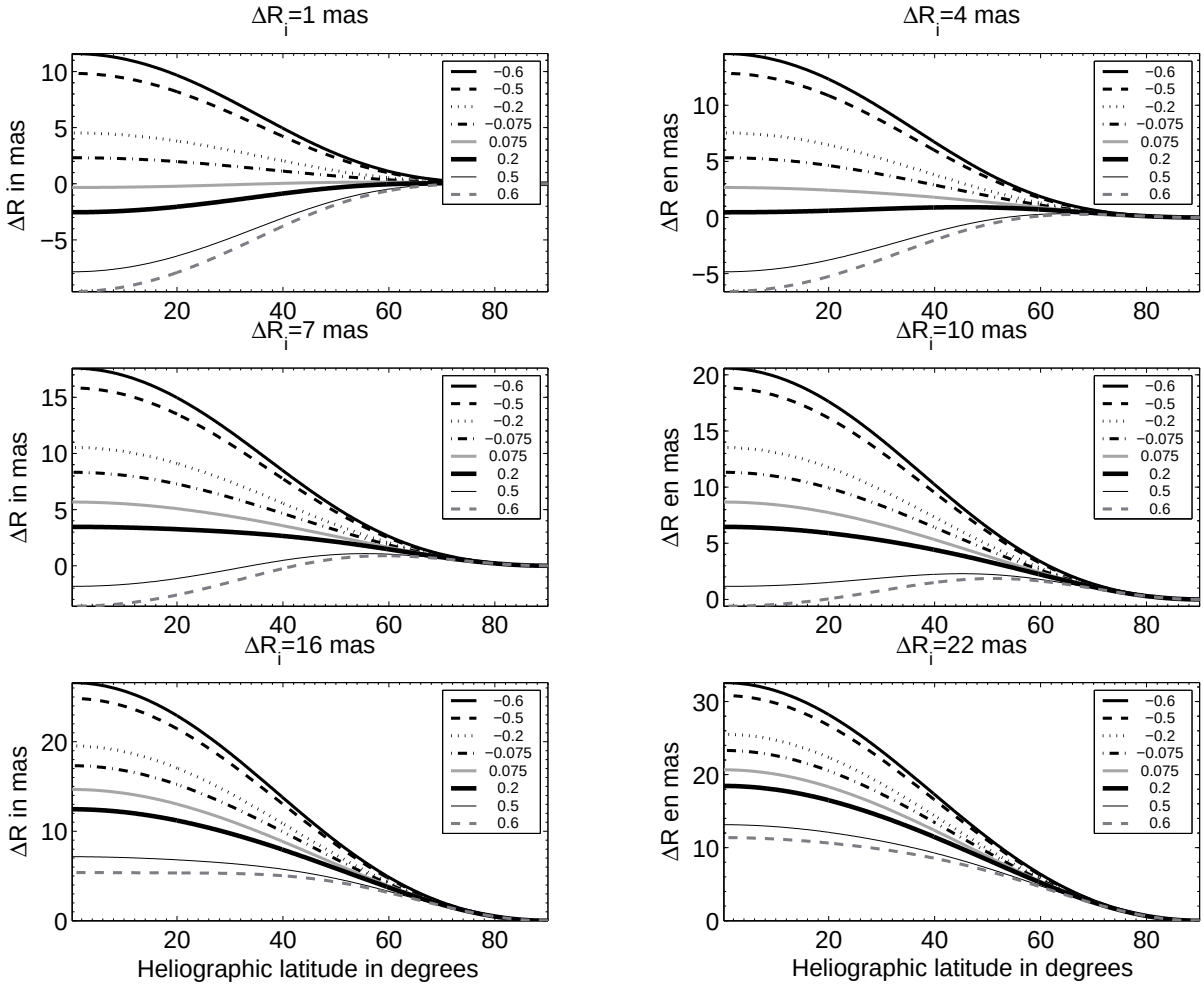


Fig. 5. Computations made with different values quoted in the literature, of the "asphericity-luminosity" coefficient W, ranging from -0.6 to +0.6 and for different initial values of ΔR_i. The legend in the box indicates these different values of W.

observed heliographic variations showing a maximum at around 40° of heliographic latitude, the best couples are (ΔR_i = 10 (Fig. 5) or 11 mas (Fig. 3), and W = +0.6 or +0.5 respectively). The final level has an amplitude of about 3 to 5 mas; beyond such values, the shape becomes more and more ellipsoidal. However, it must be noticed that for ΔR_i = 10 mas, the range of W ranging from -0.075 up to +0.6 allows a departure to a perfect ellipsoid, with latitudinal distortions more and more marked. Fig. 3 can be directly compared with the fourth graph of Fig. 5 (ΔR_i=10 mas), the values of W ranging here from -0.6 to 0.6 instead of 0.05 to 0.6 in the previous figure. It can be thus noticed that, in this more realistic case, high negative values of W render the surface more oblate (a difference of 20 mas between the equatorial and polar radius is obtained for W=-0.6). It has been checked by plotting the maximum of heliographic curves (θ_{max}) versus ΔR_i and parametrized by W (such curves can be deduced for instance from the caption boxes of each plot of Fig. 5) that small values of ΔR_i are associated with small values of W. Larger values of ΔR_i yield a maximum of θ_{max} from values of W ranging between 0.3 and 0.6. This emphasizes the need to properly measure the "asphericity-luminosity parameter W" in order to discriminate between a more oblate shape (occuring at large positive values W), knowing that prolate envelopes (large negative values of W) have to be rejected. If such asphericities happen in the real Sun, it seems likely that some signature of them would be detectable.

To sum up, a pole-equator temperature difference yields a thermal-wind effect that may explain the latitudinal variation of the solar radius. To our knowledge, if a temperature gradient has been already well measured (Kuhn, 1985 and 1988), such a result has never been studied yet for further consequences on the outer shape.

5. Conclusions and perspectives

In order to check whether latitudinal radius variations exist, a first order theory was developed, based upon the thermal wind, flowing from the pole to the equator.

The main results obtained from this new theory can be summarized as follows:

- 1/ The pole to equator temperature variations may explain observations made from the ground by different techniques and showing faint solar asphericities;

- 2/ The shape of the free surface depends on the initial values of the oblateness of the reference ellipsoid, and on the asphericity-luminosity parameter W. Their values are not independent from each other, as some values of this pair may lead to a prolate Sun. However, their values are upper and lower bounded, by 7 and 22 mas for ΔR_i, and by - 0.075 and + 0.6 for W;

- 3/ The bulge over the royal zone is the most marked for the pair [ΔR_i (in mas); W] = [11 ; + 0.5];

- 4/ For a given value of ΔR_i, this bulge is less and less marked as W decreases from + 0.6 down to - 0.075.

- 5/ The shape of the free surface is slightly sensitive to the values of the rotation rate, remaining globally the same, in a very thin surfacic layer. This merely reflects the fact that markers used are the signature of physical effects more or less anchored in depth.

Obviously several other effects have not been taken into account that could cancel out some of these results in a real Sun. In particular, for further calculations, it will be interesting:

- to consider the problem in two dimensions, that is to say to depict the photosphere with a certain thickness, bearing in mind that the differential rotation laws are both r and θ dependent. Presently, the velocity rotation rates deduced from helioseismology are not yet of enough accuracy just below the surface (Di Mauro, 2003) to conduct precise computations;
- to take into account the magnetic field and its pole to equator migrations (this could be also applied in the theory of figures as described by Rozelot and Lefebvre, 2003). Such advances are currently under way.

To go further, in-orbit measurements with sufficient resolution are essential. The measurements of the asphericities and the determination of the true helioid is one of the main goals of the future microsatellite PICARD mission (see web site, 2003), scheduled to be launched by 2008. To be more specific, PICARD will give the first simultaneous measurements of the solar diameter (in four different wavelengths), the differential rotation, the irradiance, the UV-flux and the low-degree helioseismologic modes. PICARD will thus contribute to a better knowledge of the solar machine, from the core to the surface. One of the products of these observations will be the first space measurement of the W ratio and its temporal evolution. Its precise value is important for better constraining the solar models, as previously seen, and whatever the depth considered. Finally, this parameter is one of the keys for a better understanding of the solar forcing on the Earth's climate. That is also one of the reasons for which, waiting the launch of PICARD, we encourage the scientific community to support experiments in that direction, such as the SDS flights.

Acknowledgements. We thanks the CNRS, the Provence-Alpes-Côte d'Azur Region and the ACRI company which support this work, and R. Feldman for her assistance in English language. We also warmfully thank the referee for pertinent comments and constructive suggestions.

References

Allen, C.W. 2000, In Astrophysical quantities, fourth edition, Springer press
Andrei, A. 2002, personnal communication
Basu, S., Antia, H.M., & Tripathy, S.C. 1999, Ap. J., 512, 458
Beardsley, B.J., & Hill, H.A. 1987, Bull. Am. Astro. Soc., 19, 1120
Corbard, T., & Thompson, M.J. 2002, Sol. Phys., 205, 211
Dearborn, D.S.P., & Blake, J.B. 1980, Ap. J., 237, 616
Deng, Y., Wang, J. & Harvey, J. 1999, Sol. Phys., 186, 13
Dikpati, M. & Gilman, P.A. 2001, Ap. J., 551, 536
Dikpati, M., & Gilman, P.A. 2002, Ap. J., 576, 1031
Di Mauro, M.P. 2003, In The Sun's surface and subsurface, Springer press, 599, 31
Duvall, Jr. T.L. 1980, Sol. Phys., 66, 213
Emilio, M., Kuhn, J.R., Bush, R.I. and Scherrer, P. 2000, Ap. J., 543, 1007
Floyd, L. 2003, In The Sun's surface and subsurface, Springer press, 599, 109
Godier, S. & Rozelot, J.P. 2001, Sol. Phys., 199, 217
Gölbaşi, O., Chollet, F., Kiliç, H., Sinceac, V., Aslan, Z., & Sozen E. 2001, A&A, 368, 1077
Gough, D.O. 2001, Nature, 410, 313
Gough, D.O., & McIntyre, M.E. 1998, Nature, 394, 755
Irbah, A., Bouzid, A.E., Lakhal, L., Seghouani, N., Borgnino, J., Delmas, C., & Laclare, F. 2003, In The Sun's surface and subsurface, Springer press, 599, 159
Jilinski, E.G., Puliaev, S., Penna, J.L., Andrei, A., & Laclare, F. 1999, A&A Supp. S., 135, 227
Komm, R.W., Howard, R.F., & Harvey, J.W. 1993, Sol. Phys., 145, 1
Kosovichev, A.G. 1996, In Sounding solar and stellar interior, IAU, 97
Kuhn, J., Libbrecht, K.G., Dicke, R.H. 1985, ApJ 290, 758
Kuhn, J.R. 1988, Ap. J. 331, L131.
Kuiper, J. 1972, In The Sun, Chicago University press
Laclare, F., Delmas, C., Coin, J.P., & Irbah, A. 1996, Sol. Phys., 166, 211
Lefebvre, S., & Rozelot, J.P. 2003, contributed paper at COSPAR General Assembly Houston, 10-13 October 2002
Lydon, T.J., & Sofia, S. 1996, Phys. Rev. Lett., 76, 177
Makarov, V.I., Tlatov, A.G., & Callebaut, D.K. 1997, Sol. Phys., 170, 373
Noël, F. 1999, A&A, 343, 1001
Noël, F. 2002, A&A, 393, 667
Noël, F. 2003-a, In The Sun's surface and subsurface, Springer press, 599, 181
Noël, F. 2003-b, A&A, in press
Pap, J.M., Rozelot, J.P., Godier S., & Varadi, F. 2001, A&A, 372, 1005

PICARD website 2003, http://smsc.cnes.fr/PICARD/Fr/
Reis Neto, E., Andrei, A.H., Penna, J.L., Jilinski, E.G., & Puliaev, S.P. 2003, Sol. Phys., 212, 7
Ribes, E., Bearsley, B., Brown, T.M., Delache, P., Kuhn, R.J. & Leister, N. 1991, in The Sun in Time, Sonnett, C.P., Giampapa, M.S. and Matthews, M.S. eds, Tucson, AZ press, 59
Rösch, J., Rozelot, J.P., Deslandes, H., & Desnoux, V. 1996, Sol. Phys., 165, 1
Rozelot, J.P. 2001, JASTP, 63, 375
Rozelot, J.P., & Bois, E. 1998, ASP Conf. Series., 140, 75
Rozelot, J.P., & Lefebvre, S. 2003, In The Sun's surface and subsurface, Springer press, 599, 4
Rozelot, J.P., Lefebvre, S., & Desnoux, V. 2003a, Sol. Phys., 317, 39
Rozelot, J.P., Lefebvre, S., & Desnoux, V. 2003b, ASP Conf. Series, ed A.A. Pevtsov & H. Uitenbroek, 286, 85
Schou, J. *et al.* 1998, Ap. J., 505, 390
Snodgrass, H.B. 1983, Ap. J., 270, 288
Snodgrass, H.B., Howard, R., & Webster, L. 1984, Sol. Phys. , 90, 199
Snodgrass, H.B., & Ulrich, R. 1990, Ap. J., 351, 309
Sofia, S., O' Keefe, J., Lesh, J., & Endal, A. 1979, Science, 204, 1306
Sofia, S., & Endal, A. 1980, in The ancient Sun, ed. R. Pepin, J. Eddy & R.B. Merrill, Pergamon press, 139
Sofia, S., & Li, L.H. 2001, Jour. Geophys. Res., 106, 12969
Spruit, H.C. 1991, in The Sun in Time, eds C.P. Sonnett, M.S. Giampapa & M.S. Matthews, AZ press, 118
Tassoul J.L. 2000, in Stellar Rotation, Cambridge Astrophysics Series, 36
Wilson, P.R., Burtonclay, D., & Li, Y. 1996, Ap. J., 470, 621
Wittmann, A.D., & Bianda,M. 2001, in The Solar Cycle and Terrestrial Climate, Andrew Wilson (ed.), ESA SP-463, 113

The figure of the Sun. Astrophysical consequences. A tutorial

Lecture Notes in Physics, ed. J.P. Rozelot, Springer press, 2003,
LNP-599, pp. 3-27

The Figure of the Sun, Astrophysical consequences. A tutorial

Jean-Pierre Rozelot* and Sandrine Lefebvre*

* OCA/CERGA
Av. Copernic, 06130 GRASSE, France
e-mail: rozelot@obs-azur.fr and sandrine.lefebvre@obs-azur.fr

Abstact This chapter presents why it is interesting to study the Figure of the Sun and how we can compute it. We first recall what is meant by the word "Figure" giving the definitions and the underlying physics. The basic principles are first stated as sometimes words are badly used leading to some confusion. Then, we present the theory of Figure developed up to the second order. Results are compared to observations, that are still difficult to be done as a high level of accuracy is needed. It is shown that the problem is due to the non constant velocity rate of the fluid, both on surface and with depth. This change of regime increases the flattening of the Sun, and consequently its gravitational moment, by comparison with a body rotating at a constant angular velocity. Values of J_2 are discussed. A dedicated space program, such as the program elaborated within the PICARD space mission will certainly help to solve the problem.

1 Introduction

What is the true shape of the Sun and why is it important in astrophysics to know it with a great accuracy? The first question is easy to state but the answer is not so easy. It is indeed one of the most complex problems that solar astrophysicists have to solve, mainly because the Sun is a rotating fluid body, for which the rotation rate is far from being uniform, both at the surface and in depth. When the theory is hard to set up, accurate observations may permit in principle, to adjust parameters. But, in this case, observations are also very difficult to be done due to the high level of accuracy which is needed, and we are still expecting accurate observations which would give grounds to the theory. The second question is easier to answer and we will give further some reasons (section 4). If the Sun has been studied up to now as a pure spherical body, it is mainly because the symmetry permits to simplify the computations. But, we know that the Sun is not symmetric at all: for instance the North-South sunspots asymmetry has been recognized since a long time. We now know that the outer shape of the Sun deviates from the sphere by a non negligible quantity, and we begin to foresee that such a departure may have a significant impact on our knowledge of the Sun's interior. If this issue has not yet been taken into account it is also because the sphericity was sufficient to explain our present Sun. Thus it seems that the time has come to study the departures, even insignificant, from an "ideal" Sun from which the starting point is the so-called standard model, calculated with the most plausible assumption, the *spherical symmetry*. This

work will deal only with the shape departures and with its consequences. In section 2, we will recall the basic principles, formulating again the definitions, as sometimes words are badly used leading to some confusion. Then (section 3), we will explain what it is meant by "Figure", while in section 4 we will explain why it is important to study the shape of the Sun and we will give the physical grounds. In section 5, we will rationalize why is it difficult to model and to observe the Figure of the Sun. The theory is first treated using the uniform rotation and written as an academic-case; then the general case is developed (section 6). In section 7, the results are confronted with the observations.

2 Basic definitions

2.1 Elements of Ellipsoidal Geometry

An ellipsoid is characterized by three parameters a, b and c (Fig. 1) for which the general equation is

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \tag{1}$$

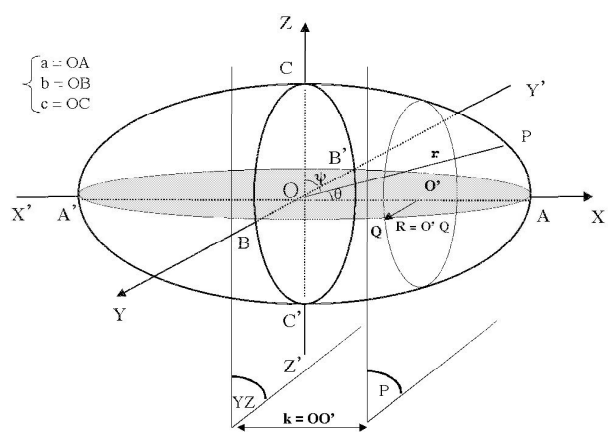


Fig. 1. An ellipsoid is characterized by three parameters a, b and c. If $c = b$ (or $c = a$), the ellipsoid is said of revolution. For the Sun, it is of common use that $b = c$ and the outer shape of the Sun is described by the radius vector $\vec{OP}$. θ is the heliographic latitude and ψ is the colatitude.

The plane (P) parallel to the plane (Y, Z) at $x = k \quad (k \leq b)$ cuts the ellipsoid along a curve of equation

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{k^2}{a^2}$$

which is the equation of an ellipse. If c = b, the section is

$$y^2 + z^2 = \left(1 - \frac{k^2}{a^2}\right) b^2$$

Therefore, this section is a circle of radius $R^2 = \left(1 - k^2/a^2\right) b^2$ and the ellipsoid is called an *"ellipsoid of revolution"*, here with respect to the x axis. In our purpose, we will use c = b, assuming such a symmetry for the Sun. In this case, the semimajor axis a is the equatorial radius and the semiminor axis b is the polar radius

$$a = R_{eq} \qquad \text{and} \qquad b = (c) = R_{pol}$$

The *flattening* is defined by

$$f = \frac{(a-b)}{a} \quad \text{equivalent to} \quad f = \frac{(R_{eq} - R_{pol})}{R_{eq}} \tag{2}$$

while the *mean ellipticity* is

$$F = \frac{(R_{eq} - R_{pol})}{R_{sp}} \tag{3}$$

where R_{sp} is the radius of the best sphere passing through R_{eq} and R_{pol}

$$R_{sp} = ({R_{eq}}^2 R_{pol})^{3/2}$$

For the Sun, even if R_{eq} does not differ too much from R_{pol}, it must be emphasized that

$$R_{eq} \neq R_{pol} \neq R_{sp} \neq R_{sol} \neq R_{\odot}$$

$R_{\odot}$ is the standard value adopted for the radius of the Sun and R_{sol} denotes the observed value of the radius, carry back to 1 A.U. Sometimes, the *oblateness* is defined as

$$\varepsilon = \frac{(R_{eq} - R_{pol})}{R_{\odot}} \tag{4}$$

but this is not correct, as we will see later on (section 6.2). Furthermore, authors who use Eqn. (4) do not always clearly define $R_{\odot}$, so that it is not exactly known what is taken into account in the papers. Sometimes $R_{\odot}$ is taken as R_{eq}, so that ε is equivalent to f, sometimes $R_{\odot}$ is the radius of the Sun as measured from space at the distance of the observation. We propose to clearly use R_{sol} when speaking of an observed value – which is in a rigorous way latitudinal dependent – and $R_{\odot}$ when using a value which refers to a standard model.

We will denote the heliographic latitude $(\vec{OA}, \vec{OP})$ by θ, whereas ψ will be its complement

$$\theta = 90^\circ - \psi \tag{5}$$

If r denotes the radius vector $\overrightarrow{OP}$, then $x = rsin(\theta)$ and $z = rcos(\theta)$, so that the equation of the ellipse (A'CAC' in Fig. 1) is

$$\frac{sin^2(\theta)}{a^2} + \frac{cos^2(\theta)}{b^2} = \frac{1}{r^2}$$

By Eqn. (2) we have $b = a(1-f)$, whence

$$\frac{a^2}{r^2} = sin^2(\theta) + \frac{cos^2(\theta)}{(1-f)^2}$$

or

$$r = a(1-f)\left[1 - (2f - f^2)sin^2(\theta)\right]^{-1/2}$$

This can be expanded as

$$r = a(1-f)\left[1 - (f - \frac{1}{2}f^2)sin^2(\theta) + \frac{3}{2}f^2 sin^4(\theta) + ...\right] \tag{6}$$

which is also:

$$r = a\left[1 - fcos^2(\theta) - \frac{3}{8}f^2 sin^2(2\theta)\right] \tag{7}$$

accurate up to f^2. Either Eqn. (6) or Eqn. (7) indicate the dependence of r with θ, for a given flattening f, and will be used in section 6.3 and 6.4.

Order of magnitudes

The reference book "Astrophysical quantities" (Allen, ed. 2000, p. 340) gives:

$$R_{sol} = (6.955\ 080\ \pm\ 0.000\ 26)\ 10^{+8} \quad \text{m}$$

but this value, which refers to an observed value of the radius of the Sun (Brown and Christensen-Dalsgaard, 1998) depends on the way it is measured and differs from other values obtained by other techniques.

With 1 A.U. = 1.495 978 706 6 10^{11} m and $R_\odot = 959.630$ arcsecond (two standard values generally adopted, same reference as above), it turns out that the semi-diameter of the Sun is

$$R_\odot = 6.\ 959\ 917\ 56\ \ 10^{+8} \quad \text{m}$$

which is thus slightly different from the above quoted value (which gives $R_{sol} =$ 958.96 arcsecond). If we take the standard value as R_{eq} (which is certainly not truly exact) and

$$R_{pol} = 6.\ 959\ 843\ 86\ \ 10^{+8} \quad \text{m}$$

we get successively

$$R_{eq} - R_{pol} = 7\ 370 \quad \text{m}$$

$$R_{sp} = 6.\ 959\ 892\ 99\ \ 10^{+8} \quad \text{m} \quad (\text{or}\ \ 959.627'')$$

$$f = 1.06\ \ 10^{-5} \tag{8}$$

The difference between R_{eq} and R_{sp} is 3 milliarcseconds (mas) and the one between R_{eq} and R_{pol} is 10.2 mas, certainly an upper value, as we will see further.

2.2 Legendre Polynomials

Legendre Polynomials are closely associated with physical phenomena for which spherical geometry is important. In particular, these polynomials first arose in the problem of expressing the newtonian potential in a conservative force field in an infinite series involving the distance variables of two points and their included central angle. Let us denote by d the distance AP and by ζ the angle $(\vec{AO},\vec{AP})$ (Fig. 1); from the triangle OAP in the (XZ) plane, we get

$$r^2 = a^2 + d^2 - 2adcos(\zeta) \qquad d < a \tag{9}$$

In 1875, A.M. Legendre published his book "*Sur l'attraction des sphéroïdes*" in which he developed the gravitational potential in terms of a power series

$$V(r) = -\frac{GM}{r} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^n}\right) \tag{10}$$

where M is the total mass and G the Gravitation constant

$$G = 6.67259(85) \times 10^{-11}\ \ \text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2} \tag{11}$$

$\mathcal{O}\,(1/r^n)$ indicates that for $r \to \infty$, this term tends to zero as $1/r^n$. Introducing $t = d/a$ and $x = cos(\zeta)$, it turns out from Eqn. (9) and Eqn. (10) that

$$V(r) = -\frac{GM}{a}(1 - 2xt + t^2)^{-1/2} \qquad 0 < t < 1 \tag{12}$$

The function $(1 - 2xt + t^2)^{-1/2}$ is the generating function of the Legendre polynomials. The binomial series can be developed under the form

$$(1 - 2xt + t^2)^{-1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)t^n \quad \mid x \mid \leq 1 \quad \mid t \mid < 1$$

where the $P_n(x)$ are called the *Legendre Polynomials*, in honor of their discoverer. Their explicit form is a polynomial in x, of degree n. The first six Legendre Polynomials are given in Table 1. Recurrence formula and other representations are given in specialized books (see for instance L. C. Andrews, 1998). Let us mention, for instance (and often used hereafter)

$$P_2^2 = \frac{1}{5} + \frac{2}{7}P_2 + \frac{18}{35}P_4 \tag{13}$$

Returning now to Eqn. (12), we find that the potential function can be written as the series expansion

$$V(r) = -\frac{GM}{a}\sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)t^n$$

Up to now A and P are any points, but if they belong to an *equipotential ellipsoid*, where $\overrightarrow{OP}= r$, as it is the case here, we can write

$$V(r) = -\frac{GM}{r}\sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)\left(\frac{a}{r}\right)^n J_n$$

where J_n is a geometrical factor, so that this last equation can be rewritten as (noting that $P_0 = 1$)

$$V(r) = -\frac{GM}{r}\left[1 - \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n J_n P_n(x)\right] \tag{14}$$

Table 1. The six first Legendre Polynomials.

$P_0(x) = 1$	$P_0(cos\theta) = 1$
$P_1(x) = x$	$P_1(cos\theta) = cos\theta$
$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$	$P_2(cos\theta) = \frac{1}{2}(3cos^2\theta - 1) = \frac{1}{4}(3cos2\theta + 1)$
$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$	$P_3(cos\theta) = \frac{1}{8}(5cos3\theta + 3cos\theta)$
$P_4(x) = \frac{1}{64}(35x^4 - 30x^2 + 3)$	$P_4(cos\theta) = \frac{1}{64}(35cos4\theta + 20cos2\theta + 9)$
$P_5(x) = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$	$P_5(cos\theta) = \frac{1}{128}(63cos5\theta + 35cos3\theta + 30cos\theta)$
$P_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)$	...

2.3 Elements of Gravitation

The gravitational potential can be expressed as:

$$V(P) = V(x, y, z) = G\int\int\int\left(\frac{dm}{l}\right) = G\int\int\int\left(\frac{\rho}{l}dv\right) \tag{15}$$

where $P(x, y, z)$ denotes the point at which V is calculated, dm is the mass element for which $\rho = dm/dv$. The formula given by Eqn. (15) is equivalent to Eqn. (10) taking into account $l = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$.

If P' denotes the projection of P onto the plane (X,Y) and λ the angle ($\overrightarrow{OY}$,$\overrightarrow{OP'}$), then Laplace's equation $\nabla V = 0$, written in spherical coordinates can be solved by a product of three functions, each of which depending on only *one* coordinate:

$$V = -f(r)g(\psi)h(\lambda)$$

and the solutions found are:

$$f(r) = r^n \text{ or } r^{-(n+1)}$$
$$g(\psi) = P_{nm}(cos\psi)$$
$$h(\lambda) = cos(m\lambda) \text{ or } h(\lambda) = sin(m\lambda)$$

where
$n = 0, 1, 2, 3, \ldots$, is called the *degree*
and
$m = 0, 1, \ldots$ n , is called *the order* of the function under consideration.
P_{nm} is the Legendre polynomial of degree n, for a given m.

The potential $V(r, \psi, \lambda)$ can be thus developed under the series

$$V(r,\psi,\lambda) = -\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left[\frac{1}{r^{n+1}}(A_{nm}P_{nm}(cos\psi)cos(m\lambda)) + B_{nm}P_{nm}(cos\psi)sin(m\lambda)\right]$$

which is also

$$V(r,\psi,\lambda) = -\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{r^{n+1}}\sum_{m=0}^{\infty}[A_{nm}P_{nm}(cos\psi)cos(m\lambda) + B_{nm}P_{nm}(cos\psi)sin(m\lambda)]$$

Since the first term $n = 0$ is nothing else but GM/r (see Eqn. (10)), it turns out that

$$V(r,\psi,\lambda) = -\frac{GM}{r}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n P_{nm}(cos\psi)\,[C_{nm}cos(m\lambda) + S_{nm}sin(m\lambda)]\right] \tag{16}$$

where the C_{nm} and S_{nm} are easily related to the A_{nm} and B_{nm}.

In the solar case, the rotational symmetry implies that $S_{nm} = 0$ and $C_{nm} = 0$ if $m \neq 0$. C_{n0} is called the *zonal harmonic coefficient of degree* n of the potential. Putting $C_{n0} = -J_n$, the expansion of Eqn. (16) reduces to

$$V(r,\psi,\lambda) = -\frac{GM}{r}\left[1 - \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n (J_n)P_n(cos\psi)\right] \tag{17}$$

which is identical to Eqn. (14). The main interest in such a formalism is that the J_n have a physical meaning. Selecting in ascending order, these numbers are successive measures of the distortions that affect the shape of the body under rotation: they tell us how much the Sun's material contents deviate from a purely spherical distribution.

Moments of inertia

Around the z axis, the *polar moment of inertia* C is given by

$$C = \int\int\int \left(x^2 + y^2\right) \rho dv$$

which is in spherical coordinates

$$C = \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\psi=0}^{\pi} \int_{r=0}^{R} (r^2 sin^2(\psi))(r^2 sin(\psi))\rho(r) dr d\psi d\lambda \tag{18}$$

Neglecting the flattening (note the upper bound $r = R$), the integration gives,

$$C = \frac{8\pi}{3} \int_{r=0}^{R} \rho(r) r^4 dr \tag{19}$$

which is useful if $\rho(r)$ is known.

The *"dynamical form factor"*, called also (see above the coefficient C_{n0}) "*zonal harmonic coefficient of degree 2*" is related to the moments of inertia of the body by:

$$J_2 = \frac{C - A}{Ma^2} \tag{20}$$

where A is the mean equatorial moment of inertia. Now, the *dynamical ellipticity* is defined by

$$H = \frac{C - A}{C} \tag{21}$$

so that J, H and C are related, to the first order, by

$$\frac{J_2}{H} = \frac{C}{Ma^2} \tag{22}$$

Since C can be determined by Eqn. (19) and J_2 from f as we will see in section 6, the determination of H is thus possible and consequently, all the moments of inertia of the Sun (A and C, noting that B (the third one) = A, as the ellipsoid is of revolution).

One of the main problems today is to know whether J_2 is time dependent or not.

3 What could be the definitions of the Figure of the Sun?

3.1 The physical surface

The outer shape of the Sun is in general described as a sphere. This envelope defines what is inside the Sun and what is outside. On this sphere all forces which tend to compress the body (mainly gravitational forces) exactly compensate all the expansion forces (mainly the gas pressure), so that the envelope is in hydrodynamic equilibrium. In the same way, the energy balance is assumed at

the surface: the luminosity of the Sun (which is seen outside) is simply the sum of the flux emitted (inside) by radiation and by convection.

Obviously things are more complicated. First, a lot of particles escape from the surface violating the first above assertion and secondly, the surface itself is affected by very small amplitude variations in intensity, that contradict the second statement. For the sake of clarity we will define the *photosphere* as the layer of a little more than one hundred kilometers thickness where the solar plasma changes from almost completely transparent to completely opaque. All the light we receive from the Sun comes from the photosphere. By projection onto the sky, it is what we call the *solar disk* (in white light).

The transition region where the plasma turns from visible to opaque strongly depends on the wavelength (Fig. 2). By definition, the solar **limb** is the outer ridge of the Sun where the optical depth τ is equal to unity [1].

It results that the first definition of the *Figure of the Sun* is its *physical surface*, which is the surface that we can see at a defined wavelength. This surface can be irregular, even if it is necessary to smooth it with respect to time (intensity temporal variations, of the order of a few meters, as deduced from helioseismic observations).

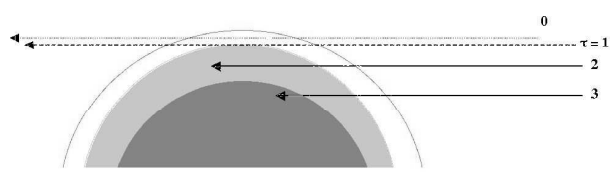


Fig. 2. The solar limb. The line of sight (0) passes trough the plasma which is completely transparent. The line (1) defines the limb, for which the optical density is equal to 1. The two other lines of sight (2) and (3) cross the completely opaque plasma. The photosphere is the layer (nearly) bounded by the line 0 (when tangent) and the line 1.

3.2 The free surface

The free surface of the Sun can be defined as a level where a given physical parameter, such as the temperature, or the density, or the pressure or whatever else is constant. The *Figure of the Sun* is thus defined as the *level surface* where the gravitational potential W is constant. By analogy with what is adopted by geophysicists for the Earth (the geoid), we will follow Rösch [2] to define this surface of constant gravity as the **helioid**. The helioid is a mathematical equation

[1] If κ_ν designs the absorption coefficient of the plasma of density ρ inside a shell of radius dr, then the optical depth is defined as $d\tau_\nu = -\kappa_\nu \rho dr$.

[2] French solar astronomer, see the preface of this book.

$W = W_0$, which is not truly observable, but permits to treat the problem by studying a function $W = W(\theta)$ where we would search the contours for which $W(\theta) = 0$. With such a definition, the "Figure of the Sun" is almost synonymous with *"equilibrium figure"*.

Physically, due to the density distribution of the matter inside the studied body – which is never homogeneous – and due to the internal velocities of such rotating masses – that may be not constant – the free surface (in equilibrium), does not exactly coincide with an ellipsoid (the true figure is a "spheroid"). The parameter which measures the deviation from a sphere is the **oblateness** ε. The theoretical determination of ε is not very simple and requires assumptions that may not be valid in the case of the Sun (such as the hydrostatic equilibrium). There are two ways to tackle the question. The first one has been studied by Chandrasekhar (1933) for stellar polytropes and the theory derives from the classical Emden's equation. The second approach is described by Goldreich and Schubert (1968) who analyzed the structure equations in terms of perturbation quantities; the method was taken up again by Ulrich and Hawkins in 1981. The first theory quoted above is useful to deal with slowly rotating stars, but is not suitable for treating non polytropic models. The second theory fails when the centripetal acceleration and gravitational acceleration are comparable. Fortunately, for the case of the Sun, a slowly rotating star, the two approaches are not contradictory and produce nearly equivalent results.

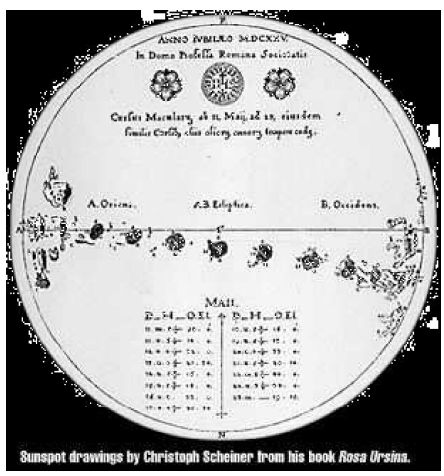


Fig. 3. The original drawings by C. Scheiner showing the rotation of spots across the Sun.

4 Why is it important to study the Figure of the Sun?

The accurate determination of the successive zonal harmonics of the Sun is now needed in astronomy. The underlying reasons can be briefly summarized as follows:

1. The gravitational theory enables calculations of the deviations to a pure spherical Sun, due to its rotation. This is nothing else than the transcription of Clairaut's equation (stated in 1743) in the case of an ideal fluid. Extensive solutions of this equation have been widely studied by Modolenvsky (1988), who reached the conclusion that the physics of equilibrium figures (density ρ, gravity g, pressure p) are completely determined by the geometrical stratification of the rotating body (Modolenvsky calls "stratification" the geometry of the successive equilibrium surfaces of a rotating body when "looking" progressively from the surface to the interior). In other words, if the mass and density distributions (which are initially spherical) are known, then we can determine the whole configuration of the body (i.e. the set of equisurfaces) from a known internal rotation law, that is to say *the determination of the solar geometry from the physics.* This explains the revival of the attempts to measure the exact helioid (the Sun's shape), decomposed into a linear combination of successive moments, as small departures from sphericity can be used as sensitive probes of the physical processes which govern the solar interior: *determination of the physics of the Sun from its geometry.*

2. The successful development of helioseismology has led solar theoreticians to improve the physical inputs in their models. These inputs are mainly mass, diameter, luminosity, age and mass fraction of heavy elements. For the time being, other parameters, such as the gravitational harmonics, are rarely introduced, the main reason being that they are considered as poorly known. Solar models are calibrated by adjusting physical parameters (such as opacities) in such a way that, after evolution in time, at present day, the models converge towards the typical adopted values of the above-mentioned parameters. Thus, it is of prime necessity to dispose of the best fundamental astrophysical quantities, as these parameters are subject to change according to different authors. To date, and quoted here as an example (but of little importance in the results), the value of the absolute diameter of the Sun is still subject to some controversy, as helioseismic data yield a smaller value than the conventionally adopted one ($695\,718 \pm 47$ km, Tripathy and Antia, 1999, or even 695 508 km given by Brown and Christensen-Dalsgaard, 1998 instead of $695\,990 \pm 7$ km, Allen, 1976). The quantities used in the models also vary in time on short time scales, such as the luminosity (maybe also the radius) and at present, this last consideration has **never** been taken into account. Nevertheless, the accurate measurements of solar modes enable the search for accurate fundamental parameters and solar gravitational figures are some of these.

3. The accurate determination of the planetary orbits needs a knowledge of the gravitational moments of the Sun. In the equations used for the rates of

change of orbital elements, the terms which contain the contributions due to the multipole expansion of the gravitational field implicitly assume the coincidence between the Sun's equatorial plane and the orbital plane of the planet in question. This is not the case in reality, and therefore this should be taken into account when determining precise orbits. One of the major effects of a dynamical flattening of the Sun due to its oblique rotation with respect to the ecliptic plane (about 7°, is a secular variation in the orbital elements of the planet which is not negligible (Burša, 1986) and is in fact always approximated in the computation of the ephemeris of the celestial bodies. A new approach is under consideration (Bois and Girard, 1999). Moreover, without a reliable determination of the quadrupole moment J_2, the relativistic contribution of the lines of apsides of the orbit of planets is quite uncertain. It is therefore important to know J_2 with the highest possible accuracy. Astrometric measurements deduced from the observation of minor planets (such as Icarus), may help to put an upper limit to the value of J_2. However, there is still a lack of astrometric data sets of the motion of planets with small perihelion distances which would contribute to reduce the formal errors on J_2; this is one of the objectives of the next GAIA space mission.

4. The residual relativistic precession of the planets is sensitive to the post-newtonian parameters that measure the nonlinearity in the superposition law for gravity. In this parametrized post-newtonian formalism, the predicted advance per orbital period is related to the semi-major axis and the eccentricity of the orbit and to a parameter λ_p, which is itself directly linked to the quadrupole moment of the Sun's gravitational field. Accurate observational determinations of both the perihelion advance of a planet and the quadrupole moment would lead to an exact determination of the parameter λ_p. Today, there are no more accurate measurements of the perihelion advance of planets, so that it is hard to say if eventual modifications in the theory of gravity are necessary (Pireaux and Rozelot, 2001).

In spite of recent progress in these above-mentioned directions, an exact value of J_2 deduced from observations still remains elusive and subject to some controversy. Furthermore, we do not have a reliable estimate of the uncertainty, whether through direct or indirect observations. Direct observations of the shape of the Sun are very difficult as previously mentioned: detection of a few parts in one thousand to one third part requires sophisticated and reliable instruments. All astronomers know how difficult it is to ascertain differences as small as this. Even in the case of space flights (balloons or satellites: up to now in-orbit measurements have been made only by means of the MIDI instrument on board SOHO-), existing data may be consistent but may lead to spurious results (due to noise). Space missions that are presently designed, such as the PICARD microsatellite due for flight by mid 2006 will have to take into account these effects. As far as indirect observations are concerned, the more precise determination of the successive gravitational moments will be provided unambiguously by the study of the orbit of a spacecraft flying close to the Sun or around Mercury. This is still scheduled, but not yet achieved (Rozelot and Godier, 2002).

5 Why is it difficult to model and to observe the Figure of the Sun?

The main difficulty in our problem comes from the *differential rotation* of the Sun, that is to say the variation of the rotation rate with latitude: the equatorial zones of the Sun rotate a little faster than the polar ones. This phenomenom has been detected immediately after the discovery of the sunspots when astronomers saw that their apparent move took a little longer time to cross the solar disc at higher solar latitude than near the equator. The first major work (Fig. 3) on this subject was written in 1630 by Scheiner *(Rosa Ursina sive sol)* and since then, this physical phenomenon has never ceased to attract researchers mainly for two reasons: (i) its origin remains unsolved and (ii) it never stopped: in other words there is no regulating process which would tend to standardize rotation over long periods of time.

The differential rotation is continuous in the sense that the rotation rate is slowly varying from the equator to the pole. We know today that this phenomenon goes further inside, at least up to 0.4 $R_\odot$, as can be seen from Fig.4. We are still ignoring if the core ($0 < R_\odot < 0.7$) rotates faster or slower than the mean velocity rate, but we have strong presumption that this core rotates at a uniform rate. The layer in which the rotation begins to change with latitude, is a very thin layer called the *tachocline*.

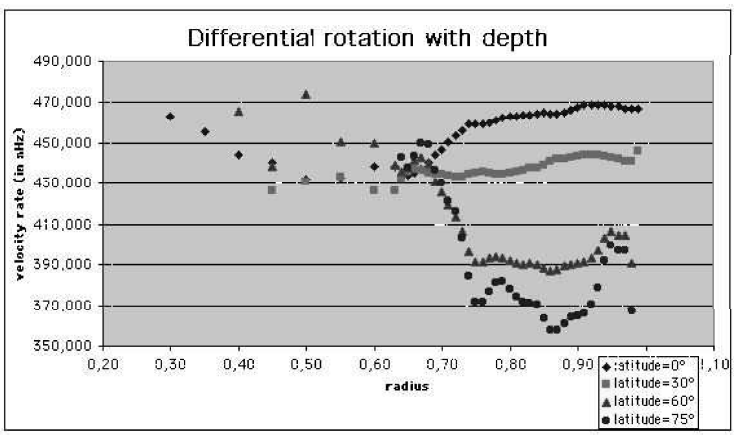


Fig. 4. The differential rotation seen at the surface of the Sun through spots is extended in the interior of the Sun and is detected by helioseismology. See also Fig. 14 from the paper by Maria di Mauro in this volume.

Solar rotation has been investigated by a variety of techniques. Observed data can be fitted through a law which is in general taken as

$$\omega = \omega_0 + \omega_1 sin^2(\theta) + \omega_2 sin^4(\theta) \tag{23}$$

where ω_0 is the angular velocity rate at the equator and θ is the heliographic latitude.

Table 2. Solar rotation velocity rate coefficients as deduced from several authors, according to Eqn. (23). The different values obtained are due to the different techniques used that probe distinct depths at which the observed phenomenon is anchored (see also Javaraiah and Komm, 2002). Units are in $\mu rd/s$. Note that the literature gives in general ω in degrees per day. To convert deg/day to $\mu rad/s$, multiply by 0.20201 and to convert deg/day to $nano - Hertz$ (used in helioseismology -denoted here as H-), multiply by 32.150.

Author	w_o	w_1	w_2
Baltasar *et al.* (1986)	2.900	-0.580	0.000
Howard *et al.* (1984)	2.934	-0.574	0.000
Javaraiah and G. (1995)	2.936	-0.560	0.000
Komm *et al.* (H-1993)	2.913	-0.405	-0.422
Kosovichev (H-1996)	2.843	-0.382	-0.461
Kuiper (1972)	2.913	-0.283	-0.269
Lustig (1983)	2.905	-0.519	0.000
Makarov (1997)	2.824	-0.190	-0.067
Newton and Nunn (1951)	2.905	-0.560	0.000
Ribes *et al.* (1993)	2.923	-0.404	0.000
Snodgrass (H-1990)	2.851	-0.343	-0.474
Wilson and Li (H-1996)	2.903	-0.484	-0.264

Table 2 gives the values of the equatorial rotation rate w_0 and the latitude gradient of the rotation rate ω_1 and ω_2 according to several authors. Now, if the Sun rotates at a complete uniform velocity, one would expect an oblate outer shape, and the oblateness would be easy to compute; this is done in section 6.1. But, the question is: how to introduce in the computations the differential rotation, which is non constant, even on small successive zonal spherical rings?

6 Taking into account the rotation

6.1 The uniform rotation case

In his comprehensive paper entitled *"The equilibrium of distorted polytropes"*, Chandrasekhar in 1933 developed the theory for the (uniform) rotational problem. The reader is invited to refer to this paper, well documented and where all the mathematical formalism can be followed step by step. Chandrasekhar found that for a uniform rotation, the oblateness ε_Σ of the free surface of a star is dependent on rotation and can be represented as:

$$\varepsilon_\Sigma = \left(0.5 + \frac{\rho(m)}{\rho(c)} \times 0.856\right)\alpha \tag{24}$$

where $\alpha = (\omega^2 R_{eq})/g_s$; $\rho(c)/\rho(m)$ is the ratio of central to mean density, ω the angular velocity of rotation, and g_s the surface gravity ($g_s = 2.74 \times 10^4$ cm.s^{-2} in the solar case). It follows that the knowledge of the density ratios inside successive shells of ascending radii, from the core to the surface (ratios that can be determined theoretically), combined with the knowledge of the rotation rate of each shell, that can be found through helioseismology, completely solves the problem. Such an approach has already been made (Godier and Rozelot, 1999), extending this treatment to differential rotation of the sub-surface layers.

Results are given in Table 3. Computations have been made for three different angular rotation velocities, deduced from the best observations of this type currently available. The ratio of central to mean density has been taken equal to 0.00923361, a value given by Richard *et al.* (1996). Although these results are of interest to give an idea of the order of magnitudes which are involved, they are obviously not the real case. Moreover, it must be pointed out that a uniformly rotating star in hydrostatic equilibrium cannot also be in strict radiative equilibrium. The stellar matter must circulate in order to make up the local heat flux deficit or surplus (Ulrich, 1986).

Table 3. The oblateness ε_Σ of the free surface of the Sun computed for three angular velocity rates, i.e. if the Sun were rotating at a constant velocity which would be (1) the velocity rate at the equator, (2) at 45 degrees and (3) at the pole. These three rates are computed from Table 1. For a velocity rate identical to that of the equator, the mean value is 1.08 10^{-5}, that can be compared with Eqn. (8).

Author	Rate = 0°	Rate = 45°	Rate = 90°
Newton and Nunn (1951)	1.09E-05	8.76E-06	6.87E-06
Kuiper (1972)	1.09E-05	9.44E-06	7.19E-06
Lustig (1983)	1.09E-05	9.03E-06	7.34E-06
Howard *et al.* (1994)	1.11E-05	9.04E-06	7.18E-06
Balthasar *et al.* (1986)	1.09E-05	8.79E-06	6.95E-06
Snodgrass and Ulrich (1990)	1.05E-05	8.46E-06	5.34E-06
Ribes *et al.* (1983)	1.10E-05	9.55E-06	8.19E-06
Komm *et al.* (1993)	1.09E-05	8.75E-06	5.61E-06
Javaraiah and G. (1995)	1.11E-05	9.10E-06	7.28E-06
Kosovichev (1996)	1.04E-05	8.30E-06	5.16E-06
Wilson and Li (1996)	1.09E-05	8.69E-06	5.99E-06
Makarov (1997)	1.03E-05	9.49E-06	8.50E-06

6.2 The non-uniform rotation case

In the case of a non-uniform rotation, the oblateness differs from Eqn. (4), and can be written as the sum:

$\varepsilon = \varepsilon_q + \varepsilon_s$, where

- ε_q is a measure of complex distortions inside the Sun due to different (known or unknown) phenomena. Magnetic fields are certainly one of these, and even

more certainly if the Sun contains a strong magnetic field in its core (Sturrock, 1986). This effect can be reinforced if the axis of rotation of the core does not coincide with that of the whole Sun. Even if this is not universally accepted, we know that stresses occur at different depths inside the Sun. In this case, ϵ_q would be due to the potential created by the magnetic field. But, as the Sun is a self gravitating body, it is reasonable to think that ϵ_q is to a first approximation due to the gravitational potential produced by the internal distribution of the mass. This possibility was first theoretically explored by Dicke (1970). In spite of the great flurry of theoretical and interpretative work made in this direction, it must be emphasized now how the attempt to infer from visual measurements of the oblateness ε, a gravitational oblateness ε_q was at that time a true challenge.

- ε_s is the measure of the centrifugal potential, which is not very difficult to compute in the case of a rigidly rotating body, but which is complicated by the latitudinal differential rotation in the case of the Sun.

It must be understood that ε is the measured signal, which is sometimes called the *visual oblateness*. In fact, in a non relativistic model, ε_q is the dynamical newtonian flattening and the true difficulty is to try to relate dynamical parameters (ε_q and ε_s) to geometrical observations, that is to say to the flattening f.

6.3 The general case

6.3.1. The first order theory

The development given hereafter is treated as an academic case, not devoid of interest, as the method permits to focus on the centrifugal potential, which is the most delicate point. If the Sun's surface were in pressure equilibrium, its shape would be identical with the shape of a surface of constant gravitational potential. This form has been studied by Von Zeipel (1924) and the equations result from the balance equation:

$$\rho(r)\ \mathrm{grad}(\Phi) - \mathrm{grad}(p) = 0 \tag{25}$$

where $\rho(r)$ is the density as a function of the radius r, p the pressure, and Φ the sum of the gravitational Φ_1 and centrifugal Φ_2 potentials. Eqn. (25) is the so-called modified Clairaut's equation in which the acceleration of a fluid particle has been set to 0 (the second member of Eqn. (25)), i.e. in the case of hydrostatic equilibrium. The curl of Eqn. (25) is

$$\nabla\rho \times \nabla\Phi = 0 \tag{26}$$

so that the normals to surfaces of constant ρ and Φ point in the same direction and as a consequence, the surfaces of constant ρ and Φ coincide. An important consequence of Von Zeipel's theorem is that the observed surface of the Sun is uniquely determined as a surface of constant gravitational potential.

Gravity potential. The gravitational potential Φ_1 is expressed by the rotationally symmetric expansion Eqn. (17), retaining only J_2, and expressing $V(r)$

in the reference frame given in Fig. 1 (the equatorial symmetry imposes to retain only even terms :

$$\Phi_1 = -\frac{GM}{r}\left[1 - \frac{a^2}{r^2}J_2P_2(cos(\psi))\right] \tag{27}$$

The radius r is computed as follows. To first order (i.e. neglecting terms higher than f), the equation of the ellipsoid reduces to (see also Eqn. (7))

$$r = R_{eq}\left(1 - fcos^2\psi\right) + \mathcal{O}(f^2)$$

Abbreviating $P_2(cos\psi) = P_2$, we may easily transform this last equation into

$$r = R_{eq}\left(1 - \frac{1}{3}f - \frac{2}{3}fP_2\right)$$

The radius of the sphere R_{sp} is determined for $P_2 = 0$, that gives from the above equation

$$R_{sp} = R_{eq}(1 - \frac{1}{3}f)$$

so that

$$1/r = (1/R_{sp})\left(1 - \frac{1}{3}f\right)\left(1 + \frac{1}{3}f + \frac{2}{3}fP_2\right) + \mathcal{O}(f^2)$$

or

$$1/r = (1/R_{sp})\left(1 + \frac{2}{3}fP_2\right) + \mathcal{O}(f^2)$$

The gravity potential Φ_1 can be expressed as a function of R_{sp}

$$\Phi_1 = -\frac{GM}{R_{sp}}\left[1 + \frac{2}{3}f - J_2P_2\right]$$

accurate up to $\mathcal{O}(f^2)$.

Centrifugal potential. It is obvious that

$$\Phi_2 = -\int_0^{rsin(\psi)} \omega^2 rsin(\psi)d(rsin\psi) \tag{28}$$

If ω is constant and integrating over the sphere $r = R_{sp}$, the centrifugal potential is

$$\Phi_2 = -\left(\frac{1}{3}\right)\omega^2 R_{sp}^2(1 - P_2)$$

The *total potential* is the sum $\Phi_1 + \Phi_2$

$$\Phi = -\frac{GM}{R_{sp}}\left[(1 + \frac{1}{3}m) + (\frac{2}{3}f - J_2 - \frac{1}{3}m)P_2\right] \tag{29}$$

setting

$$m = \frac{\omega^2 R_{sp}^3}{GM} = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM} \tag{30}$$

If the solar ellipsoid is a level surface, Φ must be constant on it; thus the coefficient of P_2 in Eqn. (29) must vanish. This gives:

$$\Phi = -\frac{GM}{R_{sp}}\left(1 + \frac{1}{3}m\right) = \Phi_0 = \text{constant}$$

and

$$\frac{2}{3}f - J_2 - \frac{1}{3}m = 0$$

or

$$J_2 = \frac{2}{3}f - \frac{1}{3}m \quad \text{and} \quad f = \frac{3}{2}J_2 + \frac{1}{2}m \tag{31}$$

Indeed Eqn. (31) is a nice formula, giving J_2 if f is measured, but not very useful in the solar case. However, it is interesting to give the order of magnitude and to compare the result with those obtain through the Chandrasekhar formula.

Order of magnitudes

Setting $\omega = 2.936\ \mu rd/s$, the equatorial rotation rate given by Javaraiah and Gokhale (1995) and (as previously seen)

$$a = R_{eq} = 6.\ 959\ 917\ 56\ \ 10^{+8} \quad \text{m}$$

$$b = R_{pol} = 6.\ 959\ 843\ 86\ \ 10^{+8} \quad \text{m}$$

we get

$$m = 2.189\ 10^{-5}$$

and

$$J_2 = -2.39\ 10^{-7}$$

6.3.2. The second order theory and the non uniform case

From Eqn. (17) the gravitational potential, truncated after J_4, is now

$$\Phi_1 = -\frac{GM}{r}\left[1 - \frac{a^2}{r^2}J_2 P_2(cos(\psi)) - \frac{a^4}{r^4}J_4 P_4(cos(\psi))\right] \tag{32}$$

Following the same way as described before, the equation of the ellipsoid, accurate up to f^2 (see Eqn. (7)) is developed on the basis of the Legendre polynomials. One obtains:

$$r = a\left[1 - \frac{f}{3} - \frac{f^2}{5} - \left(\frac{2f}{3} + \frac{f^2}{7}\right)P_2 + \frac{12}{35}f^2 P_4\right] \tag{33}$$

The radius of the sphere is obtained for $P_2 = 0$ and $P_4 = 0$, that is

$$R_{sp} = R_{eq}\left(1 - \frac{f}{3} - \frac{f^2}{5}\right)$$

and after some algebra

$$r = R_{sp}\left[1 - \frac{2}{3}(f + \frac{23}{42}f^2)P_2 + \frac{12}{35}f^2 P_4\right] \tag{34}$$

The radius r is of the form (this expression is frequently used but never demonstrated: note the distinction between Eqn. (33) and Eqn. (34).

$$r = R_{sp}\left[1 + \sum_{n=2(even)}^{\infty} c_n P_n(cos(\psi))\right] = R_{sp}\left[1 + c_2 P_2 + c_4 P_4 + ...\ \right] \tag{35}$$

The identification gives

$$c_2 = -\frac{2}{3}\left(f + \frac{23}{42}f^2\right) \qquad \text{and} \qquad \mathrm{c}_4 = +\frac{12}{35}\mathrm{f}^2 \tag{36}$$

that are two nice formulae if the shape of the Sun is observed. Either f is accurately measured, and then, from Eqn. (36), r can be deduced for any heliographic latitude. Or, better, if r is precisely measured for each ψ, then f can be infered. Such an approach will be made in the case of the in- flight observations done by the PICARD mission.

Developing the radius vector as successive powers of r^{-1}, r^{-2}, and r^{-4}, substituting the result into Eqn. (32), we get after some algebra (and using Eqn. (13))

$$\Phi_1 = -\left(\frac{GM}{R_{sp}}\right)[V_0 + V_2 P_2 + V_4 P_4]$$

with

$$V_0 = 1 - \frac{2}{5}f + \left(\frac{4}{45} - \frac{67}{105}J_2 - \frac{4}{21}J_4\right)f^2$$
$$V_2 = -J_2 + \left(\frac{2}{3} - \frac{20}{21}J_4 - \frac{26}{21}J_2\right)f + \left(\frac{31}{63} - \frac{239}{105}J_2 - \frac{1790}{693}J_4\right)f^2$$
$$V_4 = -J_4 + \left(\frac{508}{231}J_4 - \frac{36}{35}J_2\right)f + \left(-\frac{666}{385}J_2 - \frac{4}{35} - \frac{28254}{5005}J_4\right)f^2$$

The centrifugal potential Φ_2 must be now rewritten by taking into account the differential rotation law of the Sun. At this step, it must be emphasized that the equation commonly used –see Eqn. (23) and Table 2 –, do not derive from a potential, as it is not possible to find a function U which may satisfy

$$\vec{F}_{centrifugal} = - \vec{\nabla} U$$

At a depth r_p, one can use an equation of the form

$$\omega = \omega_{pol} \left[1 + \sum_{i=1}^{\infty} a_{2i} r_p^{2i} \sin^{2i}(\psi) \right]^{1/2} \tag{37}$$

which derives from a potential. Using the solar Greenwich data base, Javaraiah and Rozelot (2002) have computed a_i for i = 2 and i = 4, which are

$$a_2 = +0.442,\ a_4 = +0.056 \ \text{ at the surface } (r = 1) \text{ and } \omega_{pol} = 2.399\ \mu rad/s.$$

The reader will be able to verify the perfect adjustment of the two curves Eqn. (23) and Eqn. (37), using the numerical values given here.

Using Eqn. (37) and setting as usual $m = \omega_0^2 (R_{sp}^3)/(GM)$, Φ_2 can be expressed in terms of Legendre's polynomials

$$\Phi_2 = -\omega_0^2 R_{sp}^2 \left[A_0 + A_2 P_2 + A_4 P_4 \right] = -m \frac{GM}{R_{sp}} \left[A_0 + A_2 P_2 + A_4 P_4 \right]$$

with

$$A_2 = \left[(-\frac{46832}{135135} a_4 - \frac{3064}{10395} a_2 - \frac{82}{315}) f^2 + (-\frac{160}{693} a_4 - \frac{16}{63} a_2 - \frac{20}{63}) f \right.$$
$$\left. + \ (-\frac{8}{63} a_4 - \frac{4}{21} a_2 - \frac{1}{3}) \right]$$

and

$$A_4 = \left[(\frac{9552}{25025} a_4 + \frac{77456}{225225} a_2 + \frac{76}{231}) f^2 + (\frac{96}{455} a_4 + \frac{256}{1155} a_2 + \frac{8}{35}) f \right.$$
$$\left. + \ (\frac{24}{385} a_4 + \frac{2}{35} a_2) \right]$$

Adding the two potentials Φ_1 and Φ_2 and writing that the surfaces are of constant potential if Φ does not depend on the heliographic latitude, it comes after some laborious computations and accurate up to $\mathcal{O}(f^3)$ [3]

$$J_2 = \frac{2}{3} f - \frac{1}{3} f^2 + m A_2 - \frac{26}{21} m A_2 f \tag{38}$$

and

$$J_4 = -\frac{4}{5} f^2 + m A_4 - \frac{36}{35} m A_2 f - \frac{502}{231} m A_4 f \tag{39}$$

[3] Computations have been made with "Maple" and are available on request.

where A_2 and A_4 are determined by the a_i.

Order of magnitudes

With the numerical values already given in this text we get,

$$A_2 = -0.43(0176) \quad \text{and} \quad A_4 = -0.030(4024)$$

and the values for J_2 and J_4 are respectively (note that in this case, m is computed taking into account the polar velocity rate –due to Eqn. (37)– and let us recall that ψ is the colatitude)

$$J_2 = 9.02\ 10^{-7} \quad \text{and} \quad J_4 = 4.36\ 10^{-7}$$

It turns out from this formalism that the differential rotation *increases* the *absolute value* of the quadrupole moment (a result that may be applied in stellar rotation theories). The results are very sensitive to the values of A_2 and A_4. Computations made for all authors listed in Table 2 yield the following mean values [4]:

$$J_2 = 1.05\ 10^{-6} \quad \text{and} \quad J_4 = 4.66\ 10^{-7}$$

7 Confrontation with observations and other available values

It is rather hard to deduce f and J_2 from observations, either from ground or from space experiments. Several attempts have been made since the "historical" measurement done by Dicke and Goldenberg (1967). Although the fractional difference of equatorial and polar radii obtained $(5.0\ \pm 0.7)\ 10^{-5}$ at that time was certainly too great, leading to astrophysical consequences not easily acceptable, the flood of major papers that followed have shown the interest of such measurements. The debate is not closed.

All the values of the Sun oblatness so far obtained are not yet in agreement, but it seems that competitive limits can be set up. Firstly, the value of f is certainly less than the upper Roche's limit for the Sun which is $(5/4)m$ (Burša, 1986), that is to say $2.7\ 10^{-5}$. If the Sun would rotate rigidly, the maximum value deduced from the maximum measured equatorial velocity rate is $f = 1.13\ 10^{-5}$ and from the polar one around $6\ 10^{-6}$ (the value is less accurate as uncertainties on polar velocity rates are higher at the poles than at the equator, even in helioseismology). It results that the solar flattening must lie between these values, that lead to a difference between the equatorial and polar radii of the Sun of

[4] which are slightly different from Rozelot *et al* 2001, due to the different method of computation for Φ_2. Moreover, in Table 1 of the quoted paper, a mistake has been done as the second term (mA_4) was inopportunely multiplied by "f" in formula 51.2 p. 234.

8.53 (± 1.89) mas, bounded by 6.39 (± 1.31) mas as a minimum and 10.54 (± 0.25) mas as a maximum. Lower (as well as greater) values would imply to take into account physical mechanisms, such as shear turbulence beneath the surface, of such an order of magnitude that these mechanisms can play a significant role.

From the Solar Disk Experiment, Lydon and Sofia (1996), have determined J_2 and J_4. They found 1.84 10^{-7} and 9.83 10^{-7} respectively. Such a large value for the hexadecapole term was claimed as unusual, but seems not to be unreasonable, as we can see from the present theory. Paternò *et al.* (1996) deduced for J_2 a value of 2.22 10^{-7}, while Pijpers (1998) using helioseismic data found J_2 to be 0.223 10^{-6}. At last, Armstrong and Kuhn (1999) have determined the quadrupole and hexadecapole terms from the SOHO-MDI observations to find $J_2 = -0.222\ 10^{-6}$ and $J_4 = 3.84\ 10^{-9}$ (the sign sets apart, but is that only a convention or must the result of the theoretical process give the sign?). They have extended computations through a vector harmonic solution to deduce the shape coefficients c_n which are compared with the coefficients measured from SOHO-MIDI data. The values obtained are listed in Table 4, that can be compared with these obtained through Eqn. (36). At last Rozelot *et al.* (2002,) from a recent campaign at the Pic du Midi Observatory, where excellent meteorological conditions were met, deduced the quadrupole term ($l = 2$) in the polynomial expansion of the radius contour as $c_2 = -(1.1 \pm 0.5)\ 10^{-5}$, and a "conventional" flattening of $(9.41 \pm 1.88)\ 10^{-6}$. The hexadecapole term ($l = 4$) is more difficult to determine. A value of $c_4 = 3.4\ 10^{-6}$ was deduced, but any value below this threshold would adjust the data. A strict fitting of the observed values yields $c_2 = -(1.32)\ 10^{-5}$ and $c_4 = +(4.43)\ 10^{-6}$.

Table 4. Comparison of the shape coefficients as observed from SOHO-MIDI, Pic du Midi experiments and computed theoretically. First line of the column "Theory": as computed through the present theory of Figure Eqn. (36); second line: as computed by Armstrong and Kuhn (1999).

Shape coef.	SOHO-MIDI	Pic du Midi	Theory
c_2	$-(5.27 \pm 0.38)\ 10^{-6}$	$-(1.1 \pm 0.5)\ 10^{-5}$	$-7.06\ 10^{-6}$
			$-5.87\ 10^{-6}$
c_4	$(1.3 \pm 0.51)\ 10^{-6}$	$3.4\ 10^{-6}$ (or less)	$3.48\ 10^{-11}$
			$0.616\ 10^{-6}$

8 Conclusion

Although it is well known that a fluid body in rotation is not purely oblate, this process has received little attention in the past for the Sun. This situation is starting to change as we are beginning to understand why small departures from the sphere, for example small bulges or depletions around the "royal zones" have a physical origin, arising in the sub-surface (a thin surface that we called *"leptocline"*, Godier and Rozelot, 1999).

In order to avoid ambiguities, we would recommend adopting the mathematical definitions of the flattening f, the mean ellipticity F and the oblateness ε when speaking about the shape of the Sun.

The main interest of the theory of Figures as described here is to take into account the differential rotation as an effective rotational potential. It can be easily seen that results are very sensitive to the values of the angular rotation rate, that we know to be non constant even on the surface and in depth. The above described theory may suffer from two difficulties. The first one comes from the fact that the inner matter of the Sun is not taken into account and the second one arises from a truncature in the series expansion. But all theories must lead to convergent results. It clearly appears here that if a general agreement can be found for the quadrupole $l = 2$ term, the hexadecapole $l = 4$ is still inconsistent with other approaches. The second conclusion that can be surely stated is that helioseismic data lead to smaller values than these deduced from other techniques. To our mind, this point remains unexplained, but this is the case for the radius determination (as already seen above in section 1, the difference account for 0.67"), for the angular velocity rates on the surface, and here for the gravitational moments. Does that come from the inversion techniques?

At last it must be emphasized that we are still ignoring if the solar quadrupole and hexadecapole shape terms vary with the solar cycle and if higher angular shape terms may be of significant amplitude. And a main question arises: how does the time evolution of the gravitational potential affect our understanding of the convection zone?

Progress on this problem depends on improved measurements of the limb shape. The space mission PICARD dedicated to such observations may help to bring a solution in a next future.

References

1. Allen, C.W.: 1976, Astrophysical Quantities, The Athlone Press, 3rd Edition, London (GB), p. 161.
2. Allen: 2000. Astrophysical quantities. Fourth edition, Springer ed.
3. Andrews, L.C.: 1998. "Special functions of mathematics for engineers", Oxford Science Pub.
4. Armstrong, J. and Kuhn, J.R: 1999. Interpreting the solar limb shape distortions. Ap. J., 525,533-538.
5. Balthasar, H., Vásquez, M. and Wöhl, H.: 1986, A and A, 155, 87.
6. Basu, D.: 1998. Radius of the Sun in relation to solar activity. Sol. Phys., 183, 291-294.
7. Bois, E. and Girard, J.F.: 1999, Celestial Mechanics, 73, 329.
8. Brown, T.M., and Christensen-Dalsgaard, J.: 1998, Ap. J., 500 L., 195-198.
9. Burša , M.: 1986. The Sun's flattening and its influence on planetary orbits. Bull. Astron. Inst. Czechosl., 37, 312-313.
10. Chandrasekhar, S.: 1933, M.N.R.A.S., 93, 390.
11. Clairault, A.C.: 1743, "Principes de l'Hydrostatique", Durand ed., Paris.
12. Dicke and Goldenberg, 1967, Phys. Rev. Letters, 18 (9), 313.
13. Dicke, R.H.: 1970, Ap. J., 159, 1.

14. Goldreich, P. and Schubert, G.: 1968, Ap. J., 154, 1005.
15. Godier, S. and Rozelot, J.P.: 1999, ESA SP-448, European Meeting on Solar Physics, Florence (I), 12-18 September 1999.
16. Howard, R., Gilman, P. A. and Gilman, P. I.: 1984, Ap. J., 283, 373.
17. Javaraiah, J. and Gokhale, M.H.: 1995, Solar Phys., 158, 173.
18. Javaraiah, J. and Komm, R.W.: 2002, "Sun's Rotation", Nova Science Publishers, Inc., Javaraiah, J. and Gokhale, M.H. eds.
19. Javaraiah, J. and Rozelot: 2002, paper under preparation.
20. Komm, R.W. and Howard, R.: 1993, Solar Phys., 153, 19.
21. Kosovichev, A.G.: 1996, in "Sounding Solar and Stellar Interior", IAU, p.97.
22. Kuiper, J.: 1972, in "The Sun", Chicago University Press.
23. Lustig, G.: 1983, A and A, 125, 355.
24. Lydon, T.J. and Sofia, S.: 1996, Phys. Rev. Letters, 76, 177.
25. Makarov, V.I., Tlatov, A.G. and Callebaut, D.K.: 1997, Solar Physics, 170, 373.
26. Modolenvsky, M.S.: 1988, Geodezika i Kartografiya, 5, 11.
27. Newton, H.W. and Nunn, M.L.: 1951, Monthly Not. Roy. Astr. Soc.,Vol. III, 414.
28. Paternò, L., Sofia, S. and Di Mauro, M.P.: 1996, A and A, 314, 940.
29. Pireaux, S. and Rozelot, J.P., 2003, Astrophysics and Space Science, accepted.
30. Pijpers, F.P.: 1998, Monthly Not. Roy. Astr. Soc., 297, 76.
31. Richard, O., Vauclair, S., Charbonnel, C. and Dziembowski, W.A.: 1996, A and A, 312, 1000.
32. Ribes-Nesmes, E., Ferreira, E.N. and Mein, P.: 1993, A and A, 274, 563.
33. Rozelot, J.P., Godier, S. and Lefebvre, S.: 2001, Sol. Phys., 223- 240.
34. Rozelot, J.P. and Godier, S.: 2002, Advances in Space Research, vol 29-12 pp 2089-2092.
35. Rozelot, J.P., Lefebvre, S. and Desnoux, V., 21rst International NSO-SP workshop, Sunspot, New Mexico (USA), March 11-15, 2002. Published in: Astro. Soc. Pacific "Current Theoretical Models and High Resolution Solar Observations: Preparing for ATST", 2003, ASP Conference Series Vol. 286, eds. Alexei A. Pevtsov and H. Uitenbroek.
36. Snodgrass, H.B. and Ulrich, R.K.: 1990, Ap. J., 351, 309.
37. Sturrock, P.: 1986, in "Physics of the Sun", ed. Sturrock, P., Holzer, T.E., Mihalas, D.M. and Ulrich, R.K., Vol. I, D. Reidel, Pub. Co, Dordrecht, Holland, p. 100.
38. Tripathy, S.C. and Antia, H.M.: 1999, Sol. Phys., 186, 1.
39. Ulrich, R.K.: 1986, in "Physics of the Sun", ed. Sturrock, P., Holzer, T.E., Mihalas, D.M. and Ulrich, R.K., Vol. I, D. Reidel Pub. Co., Dordrecht, Holland, p. 161-175.
40. Von Zeipel, H.: 1924, Monthly Not. Roy. Astr. Soc., Vol. 84, Supp., 665.
41. Wilson, P.R., Burtonclay, D. and Li, Y.: 1996, Ap. J., 470, 621.

Chapitre 4

Le lien manquant entre les variations du diamètre solaire et le climat de la Terre

Ce chapitre donne quelques faits marquants à propos des variations du diamètre solaire et de l'évolution du climat de la Terre. C'est plutôt un chapitre d'ouverture et de perspectives où les problèmes sont présentés et où une série de questions ouvertes est posée.

4.1 Comparaison des variations du diamètre solaire avec la température globale de la Terre

Cette section a fait l'objet d'une contribution orale invitée lors d'un colloque à Hanoï en 2001.

4.1.1 Les données disponibles

Les données climatiques instrumentales ne sont disponibles que depuis un siècle environ. Avant cette date, nous devons utiliser d'autres procédés. En raison de l'intérêt croissant pour l'histoire de l'humanité et aussi à la pression sociale et politique pour comprendre le climat de la Terre, la reconstruction des climats anciens est maintenant devenue une science particulière même si des incertitudes et des problèmes limitent encore les reconstructions paléoclimatiques. Les chercheurs dans ce domaine disposent d'une large variété de techniques : certaines d'entre elles sont très indicatives (telles que les dates des vendanges qui peuvent être trouvées dans les enregistrements paroissiaux durant le Moyen-Age dans le sud de l'Europe) et d'autres sont plus précises (telles que l'analyse de carottes glaciaires de l'Antarctique). Une revue de ces techniques peut être trouvée par exemple dans Rozelot (1989). Pour cette étude, nous avons utilisé une compilation récente des données de la température globale de la Terre (Hémisphère Nord, NH + Hémisphère Sud, SH) publiée par Jones *et al.* (1999). En ce qui concerne les données du rayon solaire, une compilation de toutes les mesures existantes a déjà été présentée dans le chapitre 1 (Toulmonde, 1997, et mise à jour par nos soins).

4.1.2 Comparaison des deux jeux de données climatique et solaire

Une comparaison des deux jeux de données indique clairement une anticorrélation entre la tendance globale du climat et les changements du rayon solaire (figure 4.1). Leur fonction d'intercorrélation ne montre aucun décalage temporel significatif (le maximum se produit vers 10 mois, ce qui n'est pas significatif à la vue de la période de temps étudiée).

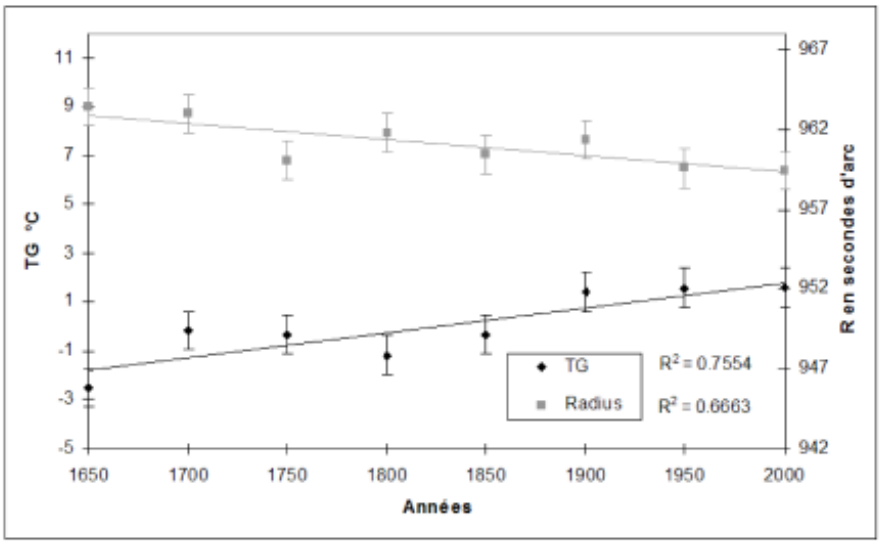


Fig. 4.1 – Anomalies de températures (données de Jones *et al.*, 1999) et évolution du rayon solaire en fonction du temps, de 1650 à 1990.
Sur les 300 ans, la tendance climatique globale semble corrélée avec les variations du rayon solaire. Une valeur assez grande est trouvée pour le coefficient de régression : 0.7. Les données sont déduites de la figure 5 de Rozelot (2001).

Une analyse statistique plus poussée est décrite dans Rozelot (2001) : elle montre qu'en dépit d'un manque de données, la variabilité solaire semble avoir un impact sur la température globale de la Terre. Cette analyse suggère donc que, si la connection Soleil-climat est réelle, la réponse peut varier considérablement des périodes chaudes avec un diamètre apparent solaire plus petit à des périodes plus froides avec un Soleil plus gros. Mais la connexion n'est sans doute pas directe et le lien entre les deux doit certainement se faire par l'intermédiaire de l'irradiance. Dans la section 4.3, nous allons examiner l'effet de changements de rayon sur l'irradiance en regardant non seulement des variations temporelles mais aussi latitudinales.

4.2 Comparaison des variations de l'irradiance solaire avec la température de la Terre

Cette section a fait l'objet d'une contribution orale invitée lors de l'assemblée générale commune EGS-EUG-AGU à Nice en avril 2003 suivie par la soumission d'un article à JGR.

4.2.1 Résultats

Dans cette section, nous allons utilisé les données de la variabilité de l'irradiance (modèle de Lean *et al.* (1995)) basée sur les groupes de taches compilés par Hoyt et Schatten (1998) depuis 1874 et antérieurement à cette date par Eddy (1976). Le modèle est mis à jour par des données modernes disponibles.

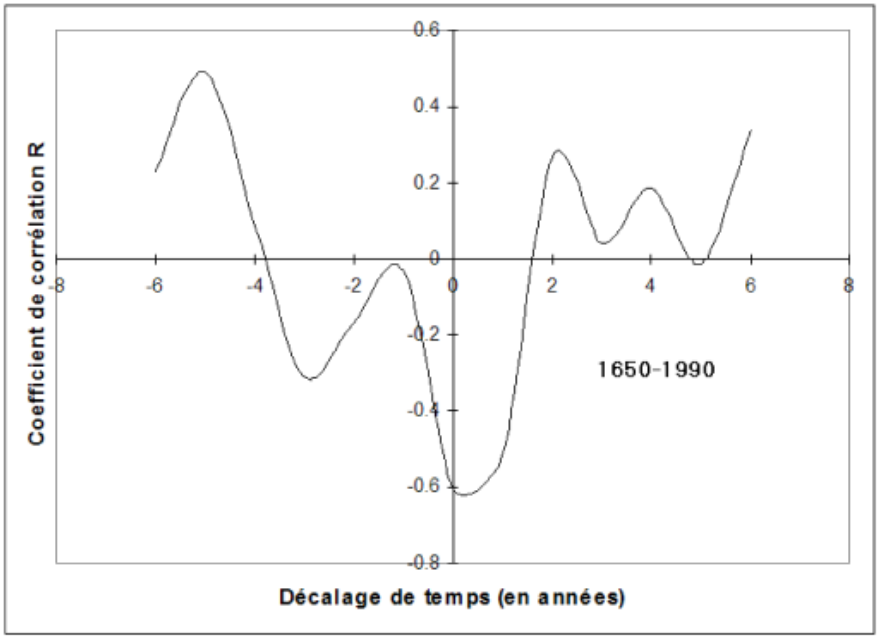


Fig. 4.2 – Intercorrélation entre les anomalies de température globale de la Terre et le rayon solaire. Aucun décalage temporel significatif n'est montré.

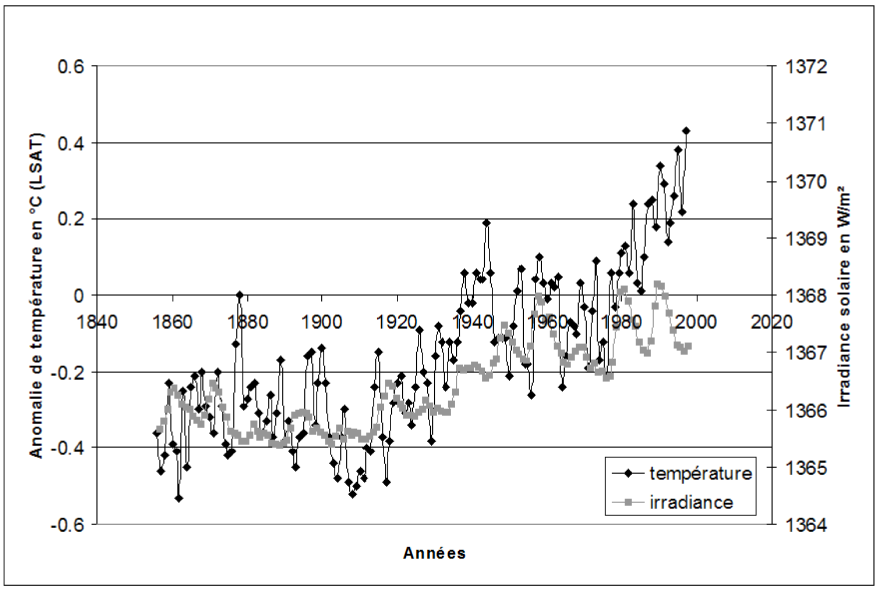


Fig. 4.3 – Température de l'air en surface (LSAT) et variations d'irradiance en fonction du temps de 1856 à nos jours.
Axe des ordonnées de gauche : anomalies de température en °C (cercles), ajustées pour avoir l'anomalie nulle quand on moyenne sur la période 1961-1990. Ordonnée de droite : irradiance reconstruite en W/m^2 (carrés) durant la même période de temps.

La figure 4.3 montre la variabilité de l'irradiance reconstruite avec les changements de température de l'air en surface de la Terre (LSAT). A première vue, la corrélation, s'il y en a une, n'est pas évidente. L'idée était d'utiliser un indicateur, le paramètre de sensibilité climatique, définit par Cess et Potter (1998) comme étant

$$\lambda = \frac{\Delta T_s}{\Delta F} \tag{4.1}$$

et exprimant le forçage solaire (représenté par le flux F) sur le climat de la Terre (dont l'une des données est la température T_s). Nous avons alors coupé notre période de temps en quatre parties distinctes, utilisant les résultats mentionnés dans le rapport de l'IPCC (Houghton *et al.*, 2001). Ils sont directement extraits du chapitre "Observed Climate Variability and Change" (table 2.1) donnant les tendances linéaires, en °C par décennie, pour quatre intervalles de temps successifs, couvrant le total des années étudiées ici.

La figure 4.4 représente les tendances de la température de l'air en surface par rapport à celles de l'irradiance, en donnant directement le forçage déduit d'après l'équation (4.1). De 1860 à 1976, la linéarité est convaincante (on trouve un coefficient de corrélation de 0.95). Le forçage radiatif est $\lambda = 0.46°C/Wm^2$. La valeur généralement adoptée, par d'autres moyens, est typiquement $\lambda = 0.5°C/Wm^2$ (Ramanathan *et al.*, 1989). Les auteurs eux-mêmes indiquent dans leur article qu'une telle valeur pour λ « pourrait être une possible universalité de la relation entre le forçage et la réponse ». En revanche, il apparaît que, pour la période de temps de 1976 à nos jours, le point obtenu est loin de la tendance linéaire déduite pour les autres périodes de temps. Ce résultat indique que le forçage solaire est loin d'être le facteur dominant. La figure 4.4 montre que, si une valeur de $0.46°C/Wm^2$ peut être utilisée comme un forçage solaire moyen sur les 80 ans depuis 1860, alors, sur les 24 dernières années (les périodes les plus chaudes enregistrées), le rapport du forçage solaire représente seulement 12% tandis que les autres forçages (autres que le solaire seul) peuvent être estimés autour de 88%.

4.2.2 Conclusion

Nous venons de montrer par cette étude qu'un signal solaire significatif peut se retrouver dans les données climatiques observées sur Terre, de 1876 à 1975. Si on utilise un modèle d'irradiance basé uniquement sur les structures en surface, le forçage solaire est estimé à $\lambda = 0.46°C/Wm^2$. *De 1976 à nos jours, ce sont d'autres forçages qui prédominent, à hauteur de 88%. Bien sûr, ceci n'est pas l'intérêt principal de cette étude, mais nous avons voulu montrer ici que le forçage par l'irradiance solaire est bien un facteur contrôlant le climat terrestre.* Une telle conclusion a déjà été mentionnée par Ulrich et Bertello.

4.3 Influence de la variabilité du rayon solaire sur la modélisation de l'irradiance

Reconstruire les variations de l'irradiance solaire est un des challenges majeurs de la physique solaire présente. Plusieurs modèles ont été ainsi proposés, le plus populaire étant celui basé sur une fonction pondérée de la distribution des taches et des facules (Foukal, 1992 ; Fligge *et al.*, 2000, Krikova *et al.*, 2003). Seulement, ces modèles sont basés uniquement sur le magnétisme solaire en surface, et certains faits ne peuvent être interprétés si on ne fait pas

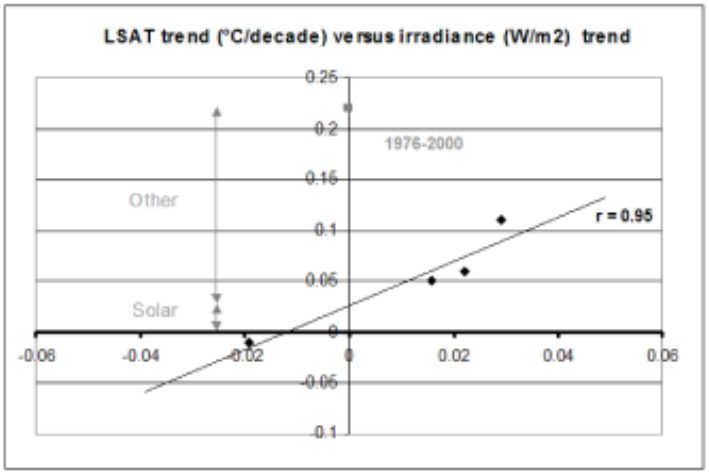


Fig. 4.4 – Tendance de la température de l'air en surface (LSAT) par rapport à celles de l'irradiance de 1860 à 1976.
Les périodes LSAT sont prises dans le rapport IPCC. La tendance climatique globale est bien corrélée avec les changements de l'irradiance solaire (r=0.95). Le paramètre de sensibilité climatique déduit par le coefficient de la droite de la régression est $0.46°C/Wm^2$. Le point carré représente la tendance obtenue pour la période 1976-2000. Si la précédente ligne représente bien la signature de l'irradiance dans les données climatiques anciennes, alors, pendant les 24 dernières années, les décennies les plus chaudes, la valeur obtenue doit être coupée en deux : le forçage solaire lui-même, représenté par l'orgine de l'ordonnée contribue à seulement 12%, et les autres forçages (aussi bien d'origine naturelle que humaine) contribuent à environ 88%.

appel à d'autres mécanismes (De Toma *et al.*, 2001). De plus, il n'y a aucune raison physique pour que le champ magnétique en surface soit l'unique moteur : Sofia et Li (2001) ont montré qu'un champ magnétique profond associé à des variations de rayon peut jouer un rôle significatif. Si, actuellement, 90 à 95 % des variations de l'irradiance solaire peuvent être reproduites, des mécanismes doivent être trouvés pour expliquer les quelques pour cent restants. Je propose dans cette section qu'une partie de ce qui reste pourrait être expliquée par une variation de l'enveloppe solaire avec le temps et plus faiblement une variation avec la latitude.

L'étude est divisée en deux parties : la première discute de l'influence d'une variation temporelle de rayon solaire sur la luminosité L du Soleil, tandis que la seconde concerne les distorsions de la forme solaire. Les données de l'irradiance solaire I ont été obtenues par Pap (2003).

Cette section a fait l'objet d'une contribution orale lors du colloque ISCS 2003 en juin 2003 en Slovaquie, suivie par la parution d'un proceeding dans les compte rendus de l'ESA.

4.3.1 Variations temporelles du rayon

Le principe est le suivant : on considère la loi de Stefan $L = \sigma T^4 S$ que l'on différencie ; on obtient alors

$$\frac{dL}{L} = \frac{dS}{S} = \frac{dI}{I}. \tag{4.2}$$

Le Soleil étant aplati, dS est relié à dR et à R_{eq} et R_{pol}. Dans cette différenciation logarithmique, nous avons supposé que la température effective photosphérique était constante sur la période de temps considérée, c'est-à-dire 1978-2000, suivant les conclusions de Livingston et Wallace (2003) : selon ces auteurs, "the basal quiet atmosphere is immutable within a 0.028 K variance" (variance convertie en température). Les valeurs numériques ont été prises dans Allen (2000) : rayon solaire moyen $R_o = 696997km$, ce qui donne un $S_o = 6.0873\ 10^{12}km^2$; les valeurs des rayons équatorial et polaire sont respectivement $R_{eq} = 695991.756km$ et $R_{pol} = 695984.386km$. A un dR donné, correspond un dS (donné par une formule relativement complexe dépendant de R_{eq} et R_{pol}) et donc un dI par la formule $dI = dS\ I_o/S_o$, où I_o est la moyenne de l'ensemble des données de l'irradiance. L'étape finale consiste à ajuster la meilleure sinusoïde d'amplitude dI aux données, avec une équation du type

$$I_{calc} = I_o + dI sin(2\pi t/T + \phi) \tag{4.3}$$

où t est la variable temps, ϕ et T respectivement le meilleur ajustement pour la phase et la période.

Quatre études ont été menées selon les cycles solaires. La première porte sur l'ensemble des données de l'irradiance (figure 4.5) et les trois autres sur chaque cycle séparément : la figure 4.6 pour le cycle 21, la figure 4.7 pour le cycle 22 et la figure 4.8 pour le cycle 23. Toutes ces figures montrent qu'une variation dR de 200 mas explique bien la tendance de l'irradiance solaire (première composante reconstruite RC1 dans la décomposition de l'irradiance par l'Analyse Spectrale Singulière (voir le chapitre 2)) : évidemment, un tel scénario n'est pas possible ; cependant une variation radiale de 10 mas peut expliquer une partie de la tendance.

En d'autres termes, une variation de dR de 200 mas peut expliquer 90 à 95% de la tendance, c'est-à-dire presque la même chose que si l'on considère le magnétisme de surface seul ! Mais on sait qu'une telle variation temporelle en amplitude du rayon est physiquement impossible, en tout cas avec nos connaissances actuelles. Néanmoins, une variation de dR de 20 mas, qui est de l'ordre de grandeur de ce qui est trouvé grâce aux observations depuis les instruments sol, est suffisant pour expliquer une partie de la tendance. La figure 4.9 montre la dépendance de la tendance de l'irradiance vis à vis des variations temporelles du rayon calculées en amplitude pic à pic. Ce graphe donne la médiane des séries obtenues en divisant la tendance RC1 par la meilleure sinusoïde ajustée pour chaque dR. On peut y voir qu'un dR de 20 mas pourrait expliquer 10% de la tendance environ.

4.3.2 Variations latitudinales de forme

Dans ce paragraphe, je discute de l'influence des variations de forme du Soleil sur les variations d'irradiance. Le principe est presque le même que celui décrit ci-dessus et consiste à calculer le dI associé à un dS. Pour calculer ce dernier, j'ai exprimé les variations latitudinales du rayon sur la base des polynômes de Legendre selon la forme suivante (Rozelot *et al.*, 2001) :

$$R(\theta) = R_{sp}\left[1 + c_2 P_2(cos(\theta)) + c_4 P_4(cos(\theta))\right] \tag{4.4}$$

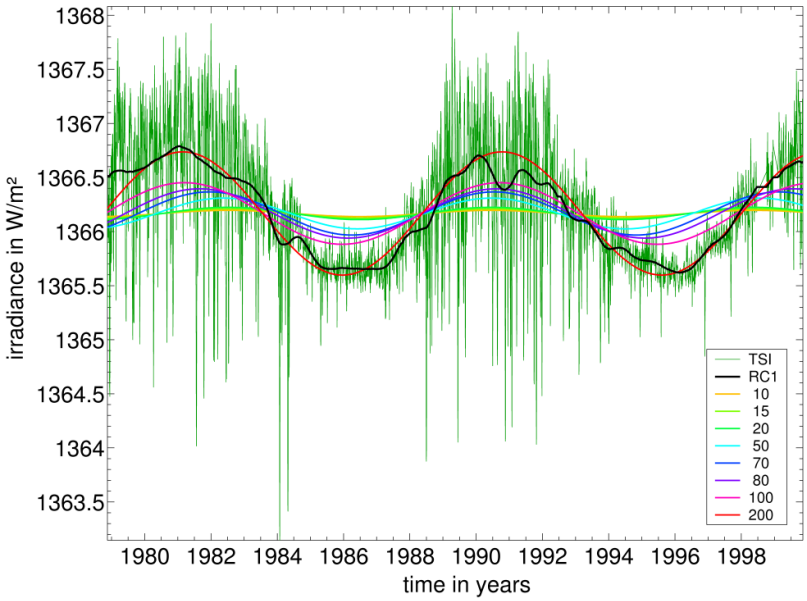


Fig. 4.5 – Variation de la luminosité solaire associée à un changement temporel sinusoïdal du rayon solaire de 1978 à 2000.
La courbe verte représente l'irradiance totale solaire (en anglais : Total Solar Irradiance ou TSI) et en noir sa composante RC1 (tendance). Les courbes successives sinusoïdales montrent les variations d'irradiance calculées pour des valeurs successives de dR : la tendance est bien expliquée par un dR de 200 mas mais un tel scénario est évidemment impossible ; cependant une variation avec le temps d'une amplitude de 10 mas peut être à l'origine d'une partie des variations de l'irradiance.

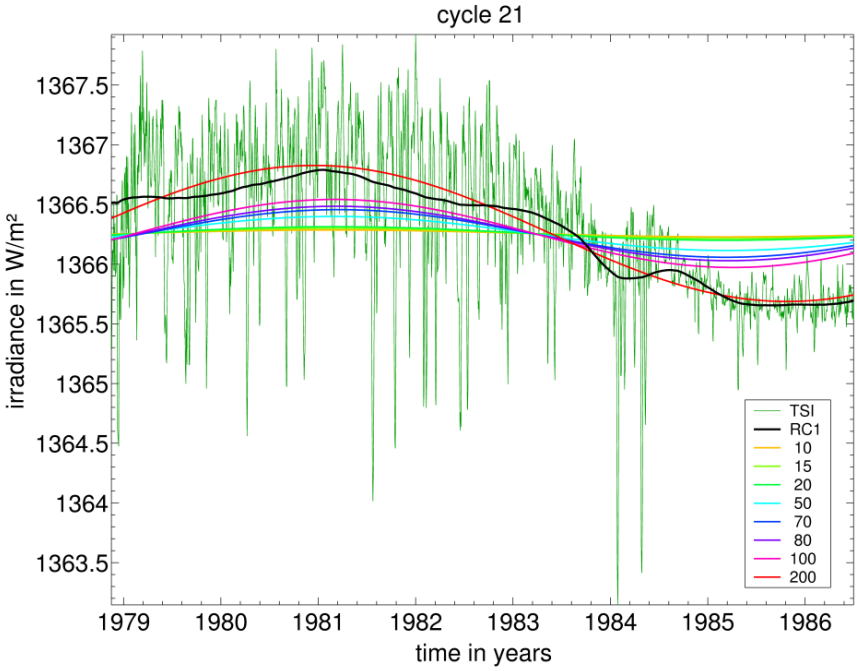


Fig. 4.6 – Même graphe que la figure 4.5 mais avec les données de l'irradiance uniquement pour le cycle 21 (cycle partiel).

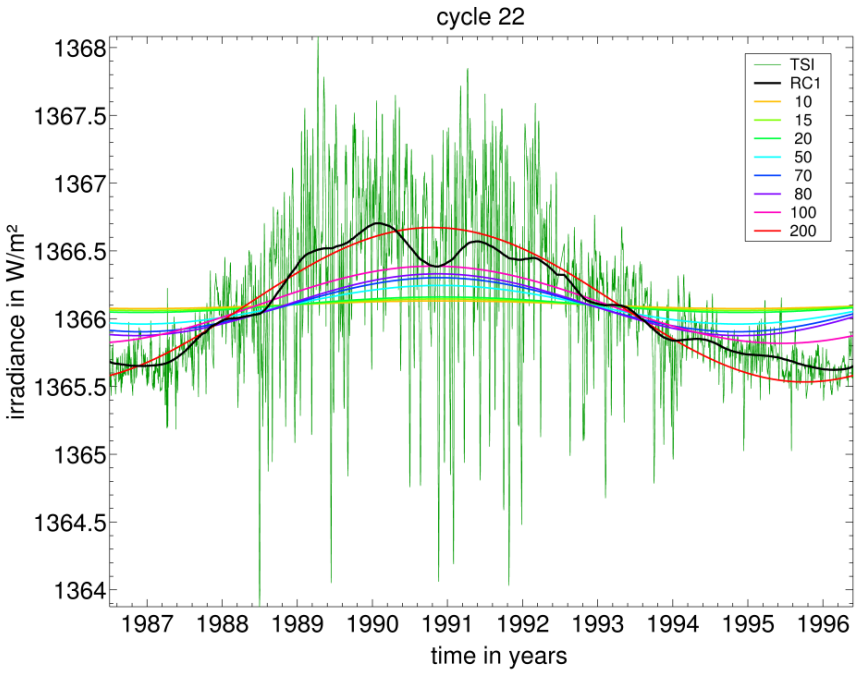


Fig. 4.7 – Même graphe que la figure 4.5 mais avec les données de l'irradiance uniquement pour le cycle 22 (cycle entier).

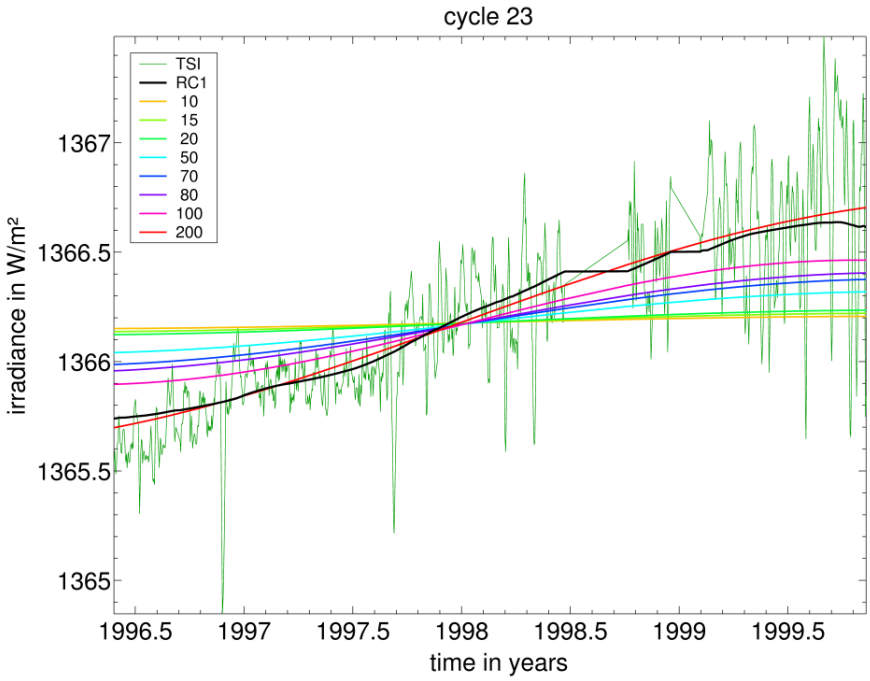


Fig. 4.8 – Même graphe que la figure 4.5 mais avec les données de l'irradiance uniquement pour le cycle 23 (cycle partiel).

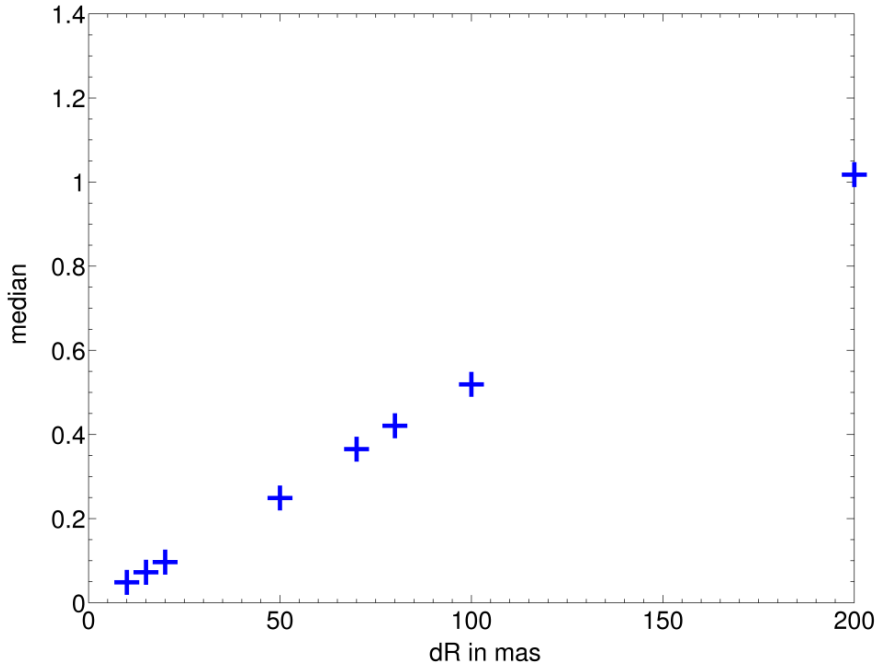


Fig. 4.9 – Médiane des séries obtenues en divisant la tendance (RC1) par la meilleure sinusoïde calculée pour chaque dR.

où θ est la colatitude et R_{sp} le rayon de la meilleure sphère ayant le même volume que l'ellipsoide de référence solaire. Premièrement, on suppose que le paramètre de forme c_2 varie avec le temps selon une fonction sinusoïdale (d'une période de 11 ans), comme on peut le voir sur la figure 4.10 (en haut). Ensuite, différentes valeurs pour c_4 ont été prises en compte (voir la légende de la figure 4.10). Dans ce cas, les variations latitudinales de température n'ont pas été prises en compte : selon Kuhn (1985), cette variabilité peut atteindre 1 K pic à pic et peut aussi varier avec le cycle solaire. La différence d'irradiance dI, par comparaison avec un ellipsoïde de référence d'aplatissement 1.06 10^{-5} (Rozelot *et al.*, 2001), a été calculée. Les résultats sont donnés sur la figure 4.10 (en bas).

Comme on peut le voir sur la figure 4.10, une variation de forme de la surface externe du Soleil, produit une très faible variation d'irradiance, de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-7} W/m^2. Comparées aux valeurs obtenues avec des variations temporelles du rayon solaire, ces distorsions avec la latitude, même si elles existent, sont négligeables pour la modélisation de l'irradiance.

4.3.3 Conclusions

Ces résultats sont des calculs simples et préliminaires, leur but étant de donner un ordre de grandeur et de poser les questions. Pour aller plus loin, d'autres aspects doivent être pris en compte ; le principal serait celui des variations effectives de température à la surface du Soleil, qui pourraient influencer les variations de l'irradiance. *La principale conclusion que l'on peut tirer de cette étude est la nécessité de tenir compte des variations temporelles du rayon solaire dans la modélisation de l'irradiance, même si celles-ci sont de faible amplitude.*

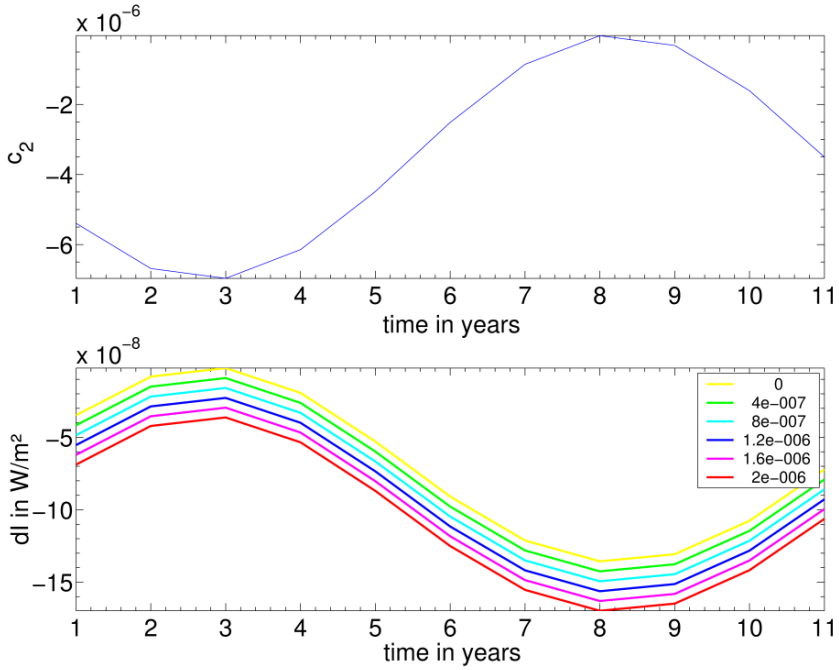


Fig. 4.10 – Variation de l'irradiance solaire associée à un changement temporel sinusoïdal de la forme latitudinale du Soleil.
Le graphe du haut représente la variation temporelle que l'on s'est donnée pour c_2 ; la légende indique les différentes valeurs prises pour le paramètre c_4. On peut voir que les variations d'irradiance calculées sont très faibles.

4.4 Questions ouvertes

Comme je l'ai précisé au début de ce chapitre, le but ici était de présenter une série de résultats dans l'objectif de soulever des questions pour lesquelles on peut apporter quelques éléments de réponse.

1. Quel est le rôle exact du Soleil dans le climat terrestre ? Les deux premières sections de ce chapitre ont montré qu'il y avait apparemment un lien entre les variations du rayon solaire, d'une part, et les variations de la température globale de la Terre d'autre part. Si relation il y a, elle n'est sans doute pas directe, quel en est alors le lien ?
2. Est-ce que des variations du rayon solaire, latitudinales ou temporelles, peuvent entraîner des variations d'irradiance ? Un calcul préliminaire décrit dans la section 4.3.1, montre qu'une variation temporelle du rayon solaire, même faible, peut participer aux variations de l'irradiance à hauteur de quelques pour cent, mais que les variations dues à des variations latitudinales de la forme du Soleil semblent négligeables.

4.5 Publications

Pour présenter l'ensemble de ces études, une série de présentations orales ainsi que des articles ont été faits :

– une contribution orale invitée à la 28ème assemblée générale de l'EGS à Nice en avril 2003 : *Solar irradiance variability and climate changes*

- une contribution orale invitée : *Solar diameter variations and Earth's climate : the missing link* dont le proceeding est paru dans "Solar variability and geomagnetism", ed. Schröder, 2002, pp. 88-102.
- une contribution orale suivie d'un proceeding lors du colloque ISCS 2003 à Tatranska Lomniska en Slovaquie en juin 2003 : *Influence of the Sun radius variability on irradiance modelling* paru dans "Solar variability as an input to the Earth's environment", Tatranská Lomnica, Slovak Republic, 23-28 juin 2003, ESA SP-535, pp. 53-56 ;

Un article, résultat de la présentation orale de l'EGS en 2003, a été aussi soumis à JGR .

Résumé : *Solar irradiance variability and climate change*, JGR

Le but de cet article est d'examiner s'il est possible de trouver une signature solaire dans les changements climatiques sur le dernier siècle. Pour comprendre les mécanismes qui redistribuent la variabilité de l'irradiance sur les basses couches, sièges du climat, aussi bien que pour faire de meilleures prédictions, modéliser l'irradiance est une des clés majeures. Nous montrons que de petites variations du rayon solaire, expliquées théoriquement, peuvent contribuer à une part non négligeable des changements d'irradiance. Une nouvelle corrélation remarquable, entre l'irradiance et la température globale de la Terre est présentée. Nous montrons que si une signature solaire peut être trouvée dans la température globale récente de la Terre, le facteur de forçage est estimé à $0.46°C/W.m^{-2}$. De 1976 à nos jours, d'autres forçages doivent être considérés. En supposant que l'irradiance solaire a eu le même type d'effet, l'apport d'autres facteurs externes, qui impliquent une augmentation de température, peut être estimé à 88%, tandis que le forçage solaire lui-même contribue à seulement 12%. Nous présentons comment de futures mesures spatiales (satellite PICARD) donneront de nouveaux éclairages sur le problème de la variabilité climatique, principalement en mesurant le paramètre W.

Résumé : *Solar diameter variations and Earth's climate : the missing link*, Solar variability and geomagnetism

Le propos de cet article est d'examiner si les effets des variations du rayon solaire peuvent influencer les changements climatiques de la Terre sur des périodes de temps relativement longues. En effet, des études récentes indiquent que de petites mais persistantes variations du flux d'énergie solaire peuvent jouer un rôle important dans les changements climatiques ; une des plus importantes applications concerne les changements dans l'irradiance pour laquelle une part de sa variabilité peut être due à des variations du diamètre. Premièrement, nous décrivons les données disponibles concernant la variabilité temporelle du diamètre du Soleil. Les séries temporelles peuvent être divisées en deux catégories : (i) les mesures faites au moyen d'instruments au sol, telles que celles des observatoires de Calern, du Brésil et du Chili ; les données disponibles couvrent la période de 1977 à nos jours ; (ii) la reconstruction de séries plus longues, débutant au 17ème siècle mais concernant seulement le diamètre apparent et (iii) les mesures récentes de diamètre solaire qui permettent de déterminer la forme la plus exacte possible du Soleil (l'hélioïde). Des mesures spatiales (à savoir le satellite PICARD) seront disponibles dans un proche futur. Toutes ces données sont brièvement discutées pour tester leur consistance et pour comprendre comment elles peuvent contraindre les modèles solaires de luminosité. Parce que les variations du diamètre et de l'irradiance sont petites, leur impact climatique est difficile à quantifier. Cependant, l'évolution observée de la température globale de la Terre semble être fortement corrélée avec les variations du diamètre solaire sur

des périodes de temps de l'ordre de la décennie - et même plus longues. Bien que l'approche utilisée est corrélative et souffre du manque de mécanisme physique précis, qui pourrait rendre compte de la relation trouvée entre les deux phénomènes étudiés, il est montré que, au moins sur les quatre derniers siècles, des périodes chaudes sur Terre sont bien corrélées avec un diamètre apparent du Soleil plus petit et les froides avec un Soleil plus gros. Les analyses de régression sont menées sur les données et démontrent une signification statistique élevée, meilleure que celle à laquelle on pouvait s'attendre. Ces résultats élargissent la loi dite de Secchi-Rosa trouvée pour le Minimum de Maunder. Finalement, nous indiquons quelles sont les difficultés résiduelles afin de donner une explication sur des bases physiques ; une analyse de cette nature reste sujette à plusieurs incertitudes. Quelques mécanismes sont proposés pour comprendre le lien manquant entre les variations du diamètre solaire, de l'irradiance et les effets de température sur des périodes de temps décennales.

Solar irradiance variability and climate change

JGR, 2003, version soumise au referee

SOLAR IRRADIANCE VARIABILITY AND CLIMATE CHANGE

S. Lefebvre and J.P. Rozelot
Observatoire de la Côte d'Azur -CERGA
06 130 GRASSE (F)
e-mail: sandrine.lefebvre@obs-azur.fr and rozelot@obs-azur.fr

Received: Wednesday, June 18, 2003

ABSTRACT

The purpose of this paper is to investigate whether it is possible to find a solar signature on the Earth's climatic changes over the last century. To understand the mechanisms that redistribute the irradiance variability on the lower layers, seat of the climate, as well as making better predictions, irradiance modeling is one of the major keys. We show that small variations (but temporally unrelenting) of the solar radius, well explained theoretically, may contribute for a non negligible part of the irradiance changes. A remarkable new correlation, between irradiance and the global Earth temperature is presented. We show that if a solar signature can be found in recent global Earth's temperature, the forcing factor is estimated to ??= 0.46 ℃/ Wm^{-2}. From 1976 to nowadays, other forcings must be considered. Assuming that the solar irradiance has had the same type of effects, the contribution of all other external factors that contribute to the increase of temperature can be estimated to 88 %, whilst solar forcing itself contributes for only 12 %. We present how future space measurements (PICARD satellite) will contribute to set up new insights into the problem of climate variability, mainly by accurately measuring the so-called *W* parameter.

Key words: Climatology, Earth temperature, Sun, Solar activity, Solar diameter, Solar irradiance, Space weather.

1. INTRODUCTION

Sun and Earth form a complex dynamic system which are linked through radiation, particles and magnetic fields. In principle, a refined study of each component would lead to a better understanding of the complete structure of the atmosphere. In fact, it is rather difficult to separate the role of each component, and the analysis of the global system is very hard to set up. Thus, before building huge models of climatic changes, it is necessary to try to understand how each part of the puzzle can act. There is growing evidence that solar variability affects the Earth system in various ways and on multiple time scales resulting in various proxies that can be used to investigate the variability of the Sun. On the other hand, as it is certain that the Earth's climate is unstable and is changing also on different time scales, it is of interest to get insights on the nature of these changes and how they can be related to solar effects.

The Sun is the main driver for terrestrial climate changes. The Earth's envelope absorbs all radiations, from far UV to IR and the energy is redistributed by the atmospheric and oceanic circulations, then radiated back to space. To first order, and taking the Earth as a whole, the annual mean incoming solar radiation energy is balanced by the outgoing terrestrial one. Any

factor that alters the radiation received from the Sun or lost back to space, alters the redistribution of energy within the atmosphere, land and ocean, and thus can affect the climate. The factors that may have a great influence are divided into two groups: natural and anthropogenic ones. The difficulty is to separate their contributions and any mean to estimate the size of their effects is of decisive importance for a credible assessment of the man-made contribution.

This paper deals only with the solar forcing, and the main question which is addressed is the following: is it possible to find the solar signature in the recent climatic data? If we admit that variations of the global Earth temperature are closely associated with solar activity variations prior the industrial era (see for example Friss-Christensen and Lassen, 1991, Svensmark and Friis-Christensen, 1997) –and this is perfectly plausible- there is no reason that this effect should disappear afterwards: the outcome is simply masked by other factors and we propose in this paper, for the first time, a mean to try to recover at least a part of the solar signal.

In the present analysis we will be interested only by a period of time known as the « instrumental period », for which more reliable climate data are available. We will deal also only with the total solar irradiance for which spectral distributions have been continuously recorded over the two last decades revealing cyclic and episodic changes. In the first part of the paper we will recall the Earth's global temperature as observed from 1860. Then we will explain how it is possible to reconstruct solar irradiance back to this date. In the last section, before the discussion and the conclusion, we will link the two sets of data, by means of the climatic sensitivity parameter λ.

2. THE OBSERVED PAST CLIMATIC VARIABILITY

(Climatic changes in temperature from 1860)

We used one of the best estimate of global surface temperature changes published by the Climatic Research Unit in UK (Jones *et al*., 2002). The results are shown in Fig. 1, and can be briefly summarized as followed.

Average global surface temperature has increased by approximately 0.8° C over the last 150 years (+ 0.05°C per decade). Most of the increase has occurred in two periods, from about 1910 to 1945, and since 1976. The warming rate of 0.47 °C of amplitude from 1910 up to 1945 (+ 0.11 °C per decade), is followed by a cooler period from 1946 to 1975, of amplitude of 0.05 °C only (- 0.01 °C per decade). Then a new warming occurred from 1976 to nowadays (natural and anthropogenic effects), of about 0.53 °C (+ 0.22 °C per decade). Confidence in the magnitude of these changes in the global warming-cooling since the last century has increased due to new analyses that can be found for instance in Jones et al. (2001).

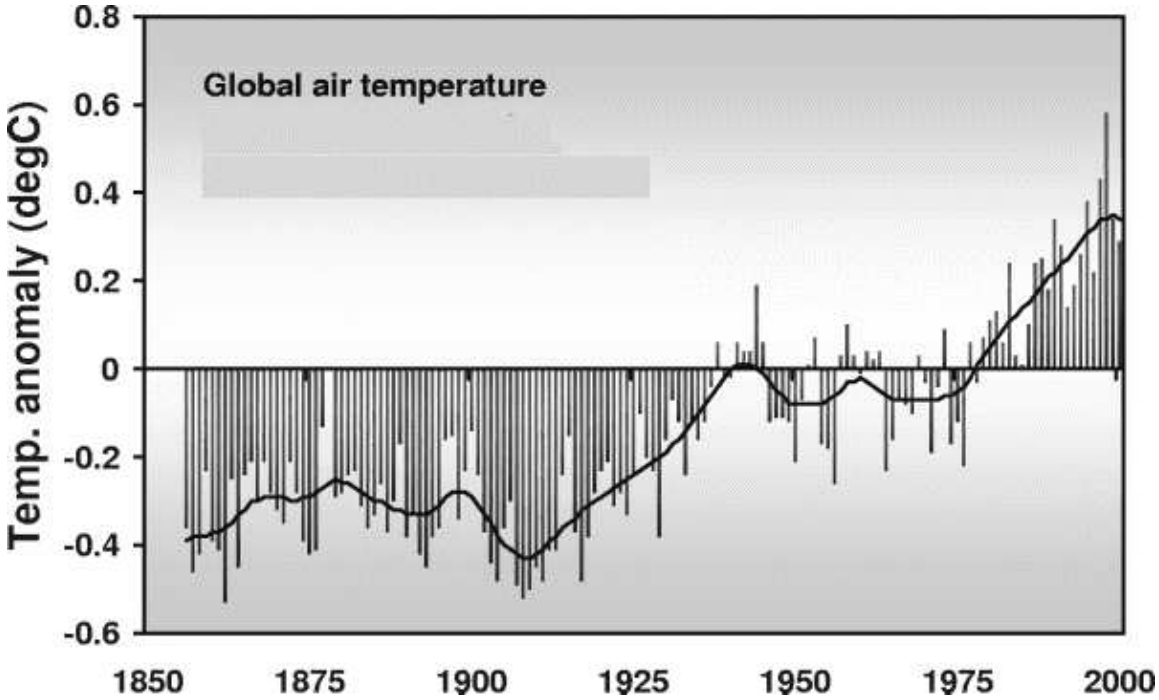


Figure 1. Annual anomalies of global average land-surface air temperature (°C) of the Earth from 1860 to 2000. Values are from Jones *et al*., 2002, Climatic Research Unit. The smooth curve was created using a 21-point binomial filter giving near decadal averages. A general trend is visible, of about 0.8° C per 150 years (+ 0.05°C per decade). The period of warming, of 0.47 °C of amplitude from 1901 up to 1945 (+ 0.11 °C per decade), is followed by a cooler period from 1946 to 1975, of amplitude of 0.05 °C only (- 0.01 °C per decade). Then a new warming occurred since 1976 to nowadays (natural and anthropogenic effects), of about 0.53 °C (+ 0.22 °C per decade).

3. SOLAR FORCING

The term radiative forcing denotes an externally imposed perturbation in the radiative budget of the Earth's climate system. Such a perturbation can be brought by any changes, solar irradiance incident radiations upon the planet, surface reflection properties (changes in the albedo), changes in active species (aerosols, CO_2), and so on.
Such a forcing induces changes in the climate parameters and thus results a new equilibrium state of the climatic system. Indeed the initial forcing may lead to feedbacks, but we assume that the interval of time chosen permits to reach the equilibrium. The forcing is thus restricted to changes in the radiative balance in the climatic structure, with no interactive processes on all parameters that described the dynamical system. This definition is the one adopted by the IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change, 2001), for which the "global mean forcing" refers to a "globally and annually averaged estimate of the forcing".

The climatic sensitivity parameter is classically defined as (Cess and Potter, 1988):

$$\Delta T_s / \Delta F = \lambda \qquad (1)$$

In one-dimensional models, λ is a nearly invariant parameter and is used as a powerful tool for obtaining first order estimates of the relative climate impacts of different perturbations. In the theory of three-dimensional models, the effect of this parameter has been recently explored and the results obtained so far show that radiative forcing concept continues to serve as a good estimator (Le Treut et al. 1998). Finally it has been shown that response to individual forcings can be linearly added to obtain the total response to the sum of the forcings (Cox et al., 1995, Roeckner et al., 1994, Taylor and Penner (1994). Therefore, it seemed to us that this parameter could be conveniently used for this study.

4. IRRADIANCE CHANGES

Measurements of solar irradiance with sufficient accuracy started in 1978 from space dedicated missions. Since then and from different kind of satellites, regular measurements are made. Critical reviews are made repeatedly (see for instance Pap, 2003, Floyd, 2003 and numerous references herein), in order to inspect the variability put in evidence on different time scales, ranging from minutes to days and years. The major fact is the intrinsic variability of the total solar irradiance, in phase with the solar cycle, at a level of around 3 per thousand (from higher to lower points of the envelope) and around 0.1% from the maximum to the minimum of an averaged mean curve. A composite of all available data was constructed by Fröhlich (2000), covering a full solar cycle (N°22) and one half ea ch of solar cycles 21 and 23.

Many attempts have been made to construct models that permit to reconstruct the observed solar irradiance. The majority of these models are based on the changes of the surface magnetic structures, mainly spots and faculae. Such proxies being available since a long time, the models are able to reproduce irradiance back in time. Recently, other models have been proposed, which lie upon the various components that constitutes the solar atmosphere (Fontenla et al. 1999, Krivova et al., 2003). Such models may well reproduce the observed irradiance covering the present solar cycle 23, as we dispose of the appropriate indicators, but cannot be used for reconstructing irradiance in the past for which such indicators are unfortunately missing. Finally, other mechanisms have been proposed to explain the irradiance variability, based upon a non magnetic origin or at least whose connections are indirect (Sofia and Li, 2001). Global parameters can be used to calibrate a solar model in which the 11-yr solar irradiance modulation is due to structural adjustments that modify the energy flow from the interior to the surface and affect the entire luminosity of the Sun. This proposal can be used to reconstruct longer lived irradiance changes, for example over several centuries.

In our computations, we used the Lean et al. (1995) model (see also Foukal and Lean, 1988, Fox and Sofia, 1994, Lean, 1997, Sofia, 1998) based on the Sunspot Groups compiled by Hoyt since 1874 and earlier by Eddy. Background brightness component is Average Hoyt Group Count per cycle; we up-graded the model up to 2000 by modern available data.

5. COMPARISON OF THE TWO SETS OF DATA, CLIMATIC AND SOLAR ONES.

Fig. 2 displays the irradiance variability (squares) reconstructed as previously seen, together with the temperature changes (circles). At a first glance, the correlation, if any, is not obvious. The idea was to use the indicator described by Eq. (1), considering the warming and cooling periods separately. The temperature anomalies data were split into four sets, using the results mentioned in the ICCP report. They are directly extracted from the chapter “Observed Climate Variability and Change” (Table 2.1) giving linear trends, in ℃ per decade, for four successive intervals of time, covering the total range of years studied.

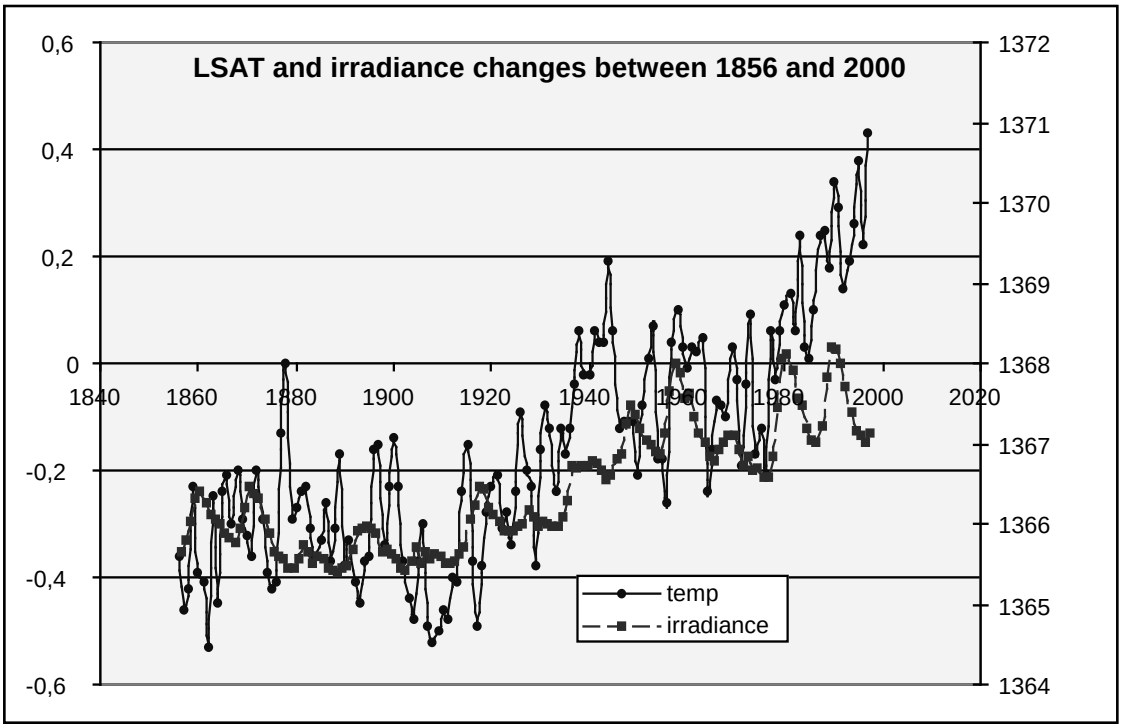


Figure 2. Land Surface Air Temperature (LSAT) – circles - and irradiance changes -squares- from years 1856 to 2000. Left scale: anomalies of temperature in °C, adjusted to have zero anomaly when average over the period 1961 to 1990. Right scale: reconstructed irradiance in W/m-2 during the same period of time, from 1856 up to 2000.

For exactly the same periods of time, the irradiance trends were computed, causing no particular problems. On Fig. 3, we plotted the Land Surface Air Temperature trends versus the irradiance one, giving directly the forcing, as deduced from Eq. 1.

From 1860 to 1976, the linearity is convincing (a correlation coefficient of 0.95 is found). The radiative forcing is λ = 0.46 °C/ Wm^{-2}. The value generally adopted, by other means, is typically λ =0.5 C/ Wm^{-2} (Ramanathan et al., 1989). The authors themselves indicated in their paper that such a value for λ "could be a possible universality of the relationship between forcing and response". By contrast, it appears that from the period of time starting from 1976 up to nowadays, the point obtained is far from the linear fit deduced from the other period time ranges. This result indicates that solar forcing is far from being the dominant factor. Figure 3 shows that if a value of 0.46 °C/ Wm^{-2} can be used as a mean solar forcing over the 80 years starting from 1860, then, over the last 24 years, the warmest periods recorded, the ratio of the solar forcing is only 12% whilst other forcings (than the solar one) can be estimated around 88%.

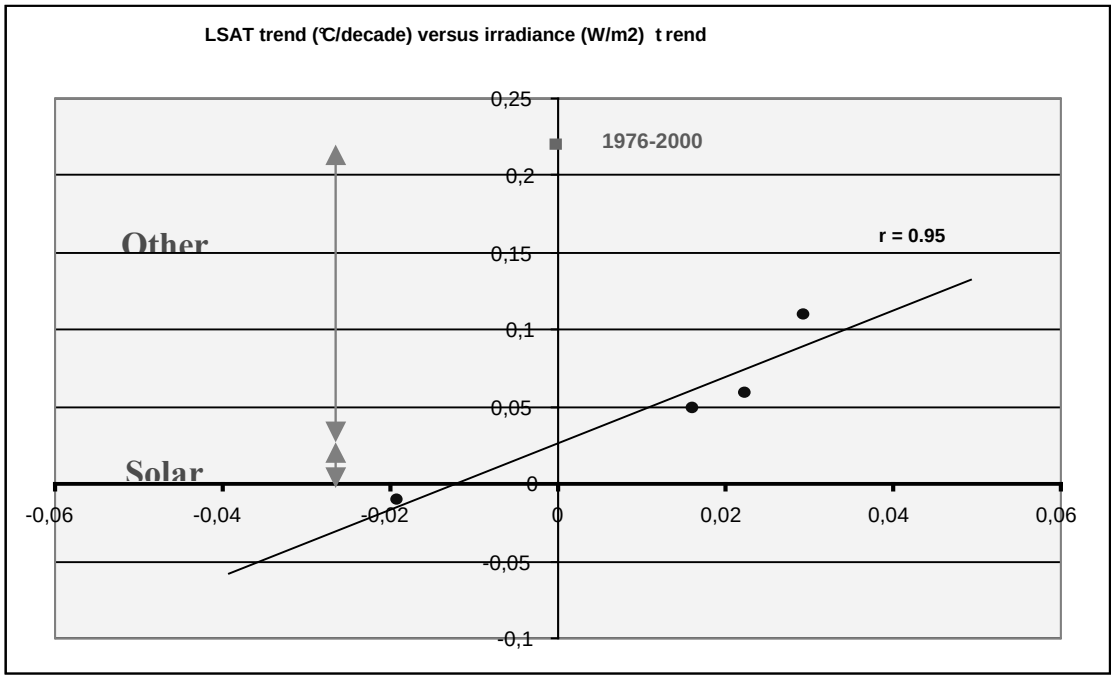


Figure 3. Land Surface Air Temperature (LSAT) trends versus the solar irradiance trends, plotted in circles from years 1860 to 1976. LSAT trends are taken from the ICCP report. The global climatic trend is well correlated with the Sun's irradiance changes, at a high level of correlation (0.95). The sensitivity climatic parameter deduced from the straight line is 0.46 °C/ Wm^{-2}. The square point represent the trends obtained for the 1976-2000 period of time. If the previous line well represents the signature of the irradiance in the past climatic data, so, during the last 24 years, the warmest decades from 1976 to 2000, the value obtained must be separated in two. The solar forcing itself, represented by the ordinate at the origin (only 12%), and other forcings (as well as natural or from human origin) contribute for the remaining, about 88%.

6. DISCUSSION.

The above analysis suggests that, if the solar-climate connection is real, the irradiance signature can be found in the old record climatic data. An estimate of this signature can be found in modern climatic data, assuming however that no other mechanisms have profoundly marked their signatures in the past records.

In this study, the interpretation of the climatic changes lies on the solar irradiance modeling for which, as previously seen, at least three basic phenomena can be at the origin of its modulation. The third one, which has our preference, because it is based on physical parameters leading to an irradiance output could be also slightly improved in the following way.

Today, from several observations, and even from the theory itself, it appears that the shape of the Sun is not a pure spheroid (Rozelot et al. 2002, Dikpati and Gilman, 2001). The departures

to the spheroid are very faint, without doubt not exceeding ± 10 mas. It is not sure that this shape varies with time, and if so, certainly on tiny amplitudes, and for the time being, out of the grasp of our measurements due to the accuracy needed. However, interpreting changes in this (slowly) pulsating envelope leads to solar irradiance residual variations, and thus to a modulation in the solar forcing on the Earth. The picture presented here must remain speculative, but the possibility that small solar irradiance variations may be influenced by the geometry of the Sun is currently under investigation, and will be one of the main goals of future space missions such as PICARD (Damé et. 2000).

To this respect, let us try to interprete the changes of the solar envelope in terms of energy output. The ratio w = (∂R/R)/(∂L/L) between changes in solar radius ∂R/R and solar irradiance ∂L/L is theoretically close to 1.3 x 10^{-2} as ∂R/R is around 2x10^{-5} (i.e. 0.02”/960”) and δL/L around 1.5x10^{-3}. Sofia *et al.* (1979) asserted that one should expect w = 0.075. The value itself is still controversial (the sign also), either from an observational or a theoretical point of view (see below).

When a star rotates in a differential way, the shear of angular velocity is correlated directly with the temperature field T, and more precisely with the aspherical temperature anomaly. The balance is expressed by the zonal component of the steady axisymmetric inviscid vorticity equation (Gough and McIntyre, 1998) yielding to the thermal wind equation. Using such an equation, Lefebvre and Rozelot (2003) have computed for different values of *w*, the geometrical form of the free bound of the Sun, assuming different values of Δr, the difference between the equatorial and the polar radius which characterizes a solar ellipsoid, and for which bounds can be set.

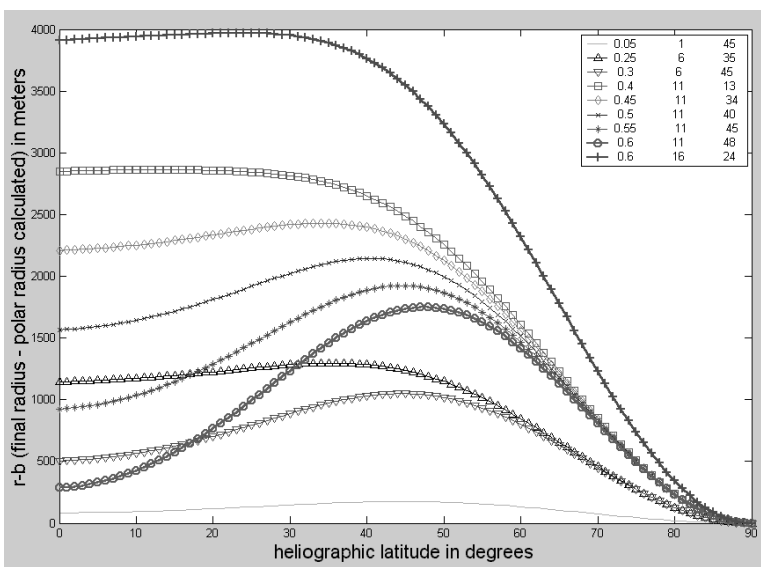


Figure 4. Theoretical solar radius variations (by reference to the polar radius, in meters) versus heliographic latitude (in degrees). The legend, upright, indicates in the first column the values of W , in the second, the values of the initial parameter $\Delta R = R_{eq} - R_{pol}$ (in mas) and in the third, the values of the position of the maximum of the curves (in degrees).

Results are given in Figure 4. For a solar ellipsoid of given oblateness, the parameter *W* has been chosen to vary between –0.6 and + 0.6 (the absolute value of 0.6 is considered as an upper bound). The solar radius variations (by reference to the polar radius) are plotted versus the heliographic latitude. The mid-latitude bulge is visible and obtained for particular values of the pair (*W*, ΔR). For clarity, only curves showing a more or less pronounced maximum have been plotted. The heliographic latitude of this maximum is mainly situated in the range of 30° to 50°, as can be seen in the upper legend of Figure 4 . For a given ΔR, with the decrease of *W*, the position of the maximum gets higher. Such results give for the first time a possible theoretical explanation of the distorted shape of the Sun. The fluctuations of the irradiance that are not modeled by other means could be explained in such a way. However, more work is needed in that way.

The knowledge of this parameter is known to be of high importance for the study of the Earth's upper atmosphere (see for instance Gough, 2001). Today, we do not have confident observed values and various solar models estimate *W* to be 2×10^{-4} (Spruit, 1991), 8×10^{-4} (Gilliland, 1981), 5×10^{-3} (Deadborn and Blake, 1980) and 7.5×10^{-2} (Sofia *et al.*, 1979). Other computations give *W* = 0.002 if the convective heat transfer influences only the very outer layers, whereas studies that locate mechanisms at the base of the convective zone or in the core, give *W* = 0.2 or 0.5 respectively (Gough, 2001). The sign itself is not yet determined, that can be positive or negative, according to the nature of the magnetic perturbations (Lydon and Sofia, 1995).

To go further and to be able to conclude either on the reality of the temporal variability of the solar radius or on the complexity of the visual outer shape, it is necessary to undergo space missions, or experiments on board balloon flights. PICARD, scheduled to be launched by mid 2007, is one of the first astrometric mission specifically designed to measure the diameters with time and over all heliographic latitudes. To determine the real shape of the Sun, we emphasize the need to get an accuracy of some mas. With the PICARD mission, we expect to obtain the first space measurement of the ratio *W*, at a high level of accuracy, and furthermore, we will have access to its temporal evolution. This would lead to considerable improvements in our knowledge of both the solar machine and its impact on our climate.

Finally, we would point out the necessity to take into account the solar shape in irrradiance models. A three dimensional model, based on a complex pulsating shape (on time scales ranging from days to years) would certainly help to understand some faint changes in the irradiance observations that are not yet modeled by other means.

7. CONCLUSION.

It is shown from this study that a significant solar signal can be found in the observed climatic data of the Earth, from 1876 to 1975. Using a solar irradiance model based on solar surface structures only, the forcing factor is estimated to

$\lambda = 0.46$ °C/ Wm^{-2}

From 1976 to nowadays, other forcings must be considered. Assuming that the solar irradiance has had the same type of effects, the contribution of all other external factors (increased CO_2, greenhouse-gases, aerosols, explosive volcanisms…) that contribute to the increase of temperature can be estimated to 88 %, whilst solar forcing itself contributes for only 12%. The identification of these other fingerprints of climate forcing is not relevant in this study. This paper only allows to test the irradiance forcing as a factor controlling our climate.

As a general conclusion, we may say that corresponding variations exist in the temperature records and in the solar irradiance observations. However, the question of the physical relations between the solar radius and the irradiance changes are still pending, but the identifications of the mechanisms could be a useful tool for the future. To our sense, a future strategy which aims to identify the physical nature of the mechanisms that causes solar variability must be articulated around the following axis: (i) to determine relationships between the variations of the global parameters (such as w), (ii) to measure all of the global properties nearly simultaneously, and essentially in the future, to monitor in real time (from space) the instantaneous ratio $w = (\partial R/R)/(\partial L/L)$, and (iii) to refine the theoretical models so that the above measurements can be interpreted with confidence.

This paper has been presented as an oral contribution at the EGS-AGU meeting (Nice, 2003, session on "Climate variability as interdisciplinary problem of solar terrestrial physics: studies of connection in the Sun-Earth system, modeling the underlying processes and predictions").

REFERENCES.

Cess, R.D. and Potter, G.L.: 1988. A methodology for understanding and intercomparing atmospheric climate feedback processes in GCM. J. Geophys. Res., 93, 8305-8314.

Cox, S.J., Wang, W.C. and Schwartz, S.E.:1995, Climate response to forcing by sulfate aereosols and greenhouse gasez. Geophys. Res. Lett., 187, 2509.

Damé, L., Joukoff, A., Rozelot, J.P. , Schmutz, W.and other co-authors: 2000. The Picard mission, solar diameter, irradiance and climate. Euroconference on the solar cycle and Terrestrial climate, Tenerife (Canarias), 25-29 September 2000.

Dearborn D.S. and Blake, J.B.: 1980, Is the Sun constant?, Ap. J., 237, 616-619.

Dikpati,M. and Gilman, P.A.: 2001. Analysis of Hydrodynamic Stability of Solar Tachocline Latitudinal Differential Rotation using a shallow-water Model. Ap. J. , 551, 536.

Floyd, L.: 2003. Solar Ultraviolet Irradiance: Origins, Measurements and Models. In ``The Sun's Surface and Subsurface". Lecture Notes in Physics, Vol. 599, Springer ed, p. 109.

Fontenla, J.M., Avrett, E.H. and Loeser, R.: 1999, Ap.J. 406, 319.

Foukal, P. and Lean, J.: 1988. Magnetic modulation of Solar Luminosity by Photospheric activity. Ap.J. 328, 347-357.

Fox, P. and and Sofia, S.: 1994. Convection and irradiance variations. In Pap, J., Frölich, C. Hudson, H.S., Solanski, S.K. (Eds), The Sun as a Variable Star: solar and irradiance variations, Cambridge Univ. Press, pp. 28-36.

Friss-Christensen, E. and Lassen, K.: 1991, Length of the solar cycle: an indicator of solar activity closely associated with climate. Science, 254, 698.

Fröhlich, K: 2000. Observations of Irradiance Variability. Space Science Reviews, in press.

Gilligand, R.L.: 1981. Solar radius variations over the past 365 Years. Ap. J., 248, 1144-1155.

Gough, D.O.: 2001. Sizing up the Sun. Nature, 410, 313-314.

Gough, D.O. and McIntyre, M.E.: 1998, Nature, 394, 755.

IPCC: 2001. Climatic Change, 2001, The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Houghton, J.T., Ding, Y., Griggs, D.J. and 5 other co-authors. Cambridge University Press, Cambridge, UK and New York, USA, 881 p.

Jones , P.D., Osborn, T.J., Briffa, C.K. and 5 other co-authors: 2001. J. Geophys. Res., 106, 3371-3380.

Jones, P.D.: 2002. http://cdiac.esd.ornl.gov/trends/temp/jonescru/jones.htlm.

Krivova, N.A., Solanki, S.K., Fligge, M. and Unruh, Y.C.: 2003. Reconstruction of solar Irradiance Variations in Cycle 23. Is Solar Surface Magnetism the Cause? Astron. And astrophys., 399, L1-L4.

Le Treut, H., Forichon, M., Boucher, O. and Li, Z-X. 1998. Indirect Effect and CO_2 Greenhouse Forcing. Equilibrium Response. J. Climate, 11, 1673.

Lean, J., Beer, J. and Bradley, R. 1995. Reconstruction of Solar Irradiance since 1610: Implications for climate change, Geophys. Res. Lett., 22, 3195-3198, 1995.

Lean, J.: 1997, The Sun's variable Radiation and its Relevance for Earth, Annual Rev. Astron. Astrophys, 35, 33-67.

Lydon, T.J. and Sofia, S.: 1995, A method for incorporating the effects of large-scale magnetic fields in the study of stellar structure and variability, Ap. J., Supp. S., 101, 357-373.

Pap, J. : 2003. Total Solar and spectral Irradiance: Variations from Near UV to IR. In ``The Sun's Surface and Subsurface". Lecture Notes in Physics, Vol. 599, Springer ed, p. 129.

Ramanathan, V., Cess, R.D. and 5 co-authors: 1989. Cloud Radiative Forcing and Climate. Results from the Earth Radiation Budget Experiment. Science, 243, 57-63.

Roeckner, E., Siebert, T. and Feichter, J.: 1994. Climatic response to anthropogenic sulfate forcing simulated with a GCM. In: Aerosol Forcing of Climate, John Wiley and Sons, eds, p. 349.

Rozelot, J.P. and Lefebvre, S.: 2003. The Figure of the Sun, Astrophysical consequences. A Tutorial. In ``The Sun's Surface and Subsurface". Lecture Notes in Physics, Vol. 599, Springer ed, p. 4.

Rozelot, J.P., Lefebvre, S. and Desnoux, V.: 2002, "High Angular Resolution Observations of the Solar limb shape at the Pic du Midi Observatory", 21st NSO/SP workshop, Sunspot, New Mexico (USA), March 11-15, 2002. Published in : Astronomical Society of the Pacific "Current Theoretical Models and High Resolution Solar Observations: Preparing for ATST", 2003, ASP Conference Series Vol. 286, eds. Alexei A. Pevtsov and Han Uitenbroek.

Taylor, K.E. and Penner, J.E.: 1994. Response of the climate system to atmospheric aerosols and greenhouse gases. Nature, 369, 734.

Sofia, S., O'Keefe, J., Lesh, J.R. and Endal, A.S.: 1979, Science, 204, 1306.

Sofia, S.: 1998, Solar variability and Climate change, Sol. Phys., 177, 413-418.

Sofia, S. and Li, L.: 2001. Solar Variability and Climate. Jour. Geophys. Res., Vol. 106, p. 12969.

Spruit, H.D.: 1991, Theory of luminosity and radius variations. In "The Sun in Time", edited by C.P. Sonnett, M.S. Giampapa and M.S. Matthews, pp. 118-158, AZ Press, Tucson.

Svensmark, H. and Friss-Christensen, E., 1997. Variation of cosmic ray flux and global cloud coverage. J. Atmos. Sol. Ter. Physics, 59, 11, 1225.

Solar diameter variations and Earth's climate : the missing link

in : Solar variability and geomagnetism, ed. Schröder, 2002, pp. 88-102

IAGA-IASPEI. Hanoi, August 26, 2001
Invited Lecture – Schröder (eds)
Conference Series in Astronomy & Astrophysics

SOLAR DIAMETER VARIATIONS AND EARTH'S CLIMATE: THE MISSING LINK

J.-P. Rozelot[1] and S. Lefebvre[2]

Abstract

The purpose of this paper is to investigate whether the effects of the Sun's radius variations may influence Earth climatic changes over relatively long period of time. Indeed, recent studies indicate that small but persistent variations in solar energy flux may play an important role in climate changes, and one of the most important implication concerns the changes in the irradiance for which a part of its variability may be due to changes in the radius. We first describe the available data sets concerning the temporal variability of the diameter of the Sun. The time series may be divided into three categories: (i) the measurements made by means of ground-based instruments, such as those coming from Calern, Brazil or Chile observatories; available data cover the time period ranging from 1977 up to now; (ii) the reconstruction of longer series, starting from the XVIIth century but only concerning the apparent diameter and (iii) the recent measurements of any solar diameters which permits to determine the true shape of the Sun (the helioid). Space measurements (namely the PICARD satellite) will be available in a near future. All these data are here briefly discussed to test their consistency and how they may constraint solar luminosity models. Because both the irradiance and the diameter variations are small, their climatic impact are difficult to quantify. However, the observed evolution of the Earth's global surface temperature seems strongly correlated with the solar diameter variations over decadal – even longer – periods of time. Although the approach used is a correlative one and suffers from lack of a precise physical mechanism, that could account for the relationship found between the two studied proxies, it is shown that at least over the four last centuries, warm periods on the Earth correlate well with smaller apparent diameter of the Sun and colder ones with a bigger Sun. Regression analyses are performed

[1] OCA-CERGA Av. Copernic F 06130 Grasse. e-mail: rozelot@obs-azur.fr
[2] sandrine.lefebvre@obs-azur.fr

on the data demonstrating a high statistical signification, better than one would expect. These results extend the so-called Secchi-Rosa law found for the Maunder Minimum. Finally, we indicate which difficulties remain to give an explanation on physical grounds, as an analysis of this nature is obviously subject to several uncertainties. Some mechanisms are proposed to understand the missing link between solar diameter, irradiance variations and temperature effects on decadal time periods.

1 Introduction

The question to know whether the Sun may influence the Earth's climate has been widely debated up to now. Despite a great number of papers devoted to this topic, the answer is not yet completely clear. The underlying question is the lack of reliable physical mechanisms which may link without any doubt the Sun considered as a variable star with our climate.

In fact, one must take into account several points that sometimes overlap. The first one is addressed by the long term records, over several millennia, for which one have now at disposal a non controversial theory, those of the astronomical climate theory proposed by Milankovitch in 1924. This theory which was refined afterwards and up to the 1970's (see for instance Imbrie and Imbrie, 1980) permits to explain the ice age rhythms by linking the sunshine with the Earth's orbital parameters. The Milankovitch's theory has been definitively reinforced in 1976, when the spectral analysis of isotopic contents measured in marine sediments cut off in the Indian ocean, have shown that for the last 500 000 years the dominant periodicities of 100 000, 43 000, 24 000 and 19 000 years was found to be very close to those that characterize from a celestial mechanic point of view the parameters of the terrestrial orbit. Let us remark that in the Milankovitch's approach, it is claimed that even if the total energy received by the Earth changes in a few parts, these changes do no affect results as it is only the global total energy redistribution with the latitude which play a key role for climatic phenomena. This argument (of a "nearly constant" solar "constant")[1] has long been used to refute the influence of the irradiance variability upon our climate. To our knowledge, no pertinent and accurate computations have been already made to investigate the effects of a variable irradiance over all the Earth's latitudes.

The second point is addressed by the warm interglacial period that has preceded the last glacial period (between 110 000 and 20 000 years before our era). This time period has been marked between -130 000 and -115 000, that is to say during 15 000 years, by an extremely unstable climate which was slightly warmer than our current one (up to + 4°C, – that gives again some margin to the greenhouse effect –), but it has been interrupted by sharp courses. Transitions are very rapid (some ten years) and cold conditions can persist during several years (of 70 to 5000 years). The return to a warm climate is all as rapid with changes being able to

[1] i.e. the temperature modulation at different latitudes are due to the variations of the orbital parameters and not to the variations of the irradiance, that can be thus considered as constant.

reach 10°C. This period can be considered as a possible analogue to the climate of our planet in a warming up context. The stability of the climate that prevails since approximately 10 000 years appears thus as exceptional and rest for the moment difficult to explained (Jouzel, 1993). As we do not dispose of any confident solar indicators over this time scale, it cannot be said whether these sudden jumps are linked to brusque solar variations or no.

Coming now to time scale ranging from the last millennia to the present, the situation has already been described in several papers (see for instance Baliunas and Soon, 1998, Rozelot, 2001, etc). The situation that prevailed until these last years was that of a succession of warm and cold periods, relatively well marked, beginning by the Small Climatical Optimum (1050-1200 A.D.), followed by the Short Lived Chilly Medieval Spell (1200-1250 to 1280-1300), and then by the so-called Little Ice Age (1550-1750)[2]. To their turn, warm and cold periods alternate since years 1860. Today techniques of analysis allowing to date increasingly precise samples (ice, sedimentary...), the past climate reconstruction becomes more and more reliable. It remains that the error bars are still enough large, that still leads to some divergent descriptions between different authors (see the proceedings of the CLIVAR Conference, 1999). However the conclusion is that thermal amplitude tend to be less pronounced than what one thought to be in the past. Fig. 1 displays one of this type of reconstruction due to Mann *et al.* (1998) and Mann (1999) which shows alternate warm and cold periods. The relationship with the solar activity deserves to be deepened in that case and beyond the simple statistics, the question is surely to know which kind of physical mechanisms can be involved.

We will not discuss here, neither the long trends, to thousand scale years or more, nor the too short variations, to scale time of some days or less. The first subject addresses more to the paleo-climate history, incidentally a science of full development, while the second one is more devoted to the nascent space meteorology. In this last case, these are the solar eruptions that move along the magnetic field through the interplanetary space that sign changes in our high atmosphere, and therefore fall more under the meteorology aspects as it is the case for the so-called "Bastille eruption" (14 July 2000).

The aim of this paper is therefore mainly to review how and why the Sun may have varied in shape during the last centuries, starting back only in the 1700's. The Sun proxy will be its diameter, as it has been suspected for some time that it may have a temporal variability whilst the climatic proxy will be the global Earth's temperature (Northern and Southern hemispheric data). We will show that the two signals are correlated, and questioning ourselves on the possible physical links, we will put in evidence the role of the solar irradiance. To conclude we will emphasize the need to get new accurate and simultaneous measurements of the Sun's radius and the irradiance that may help, as claimed by Gough (2001) *to pinpoint the source of the energy responsible.* The plan of the study naturally derives from this analysis. In section 2 we describe the radius measurements and

[2]Note that for climatologists the Little Ice Age is longer that those currently admitted by solar physicists who take into account only the period 1650-1715 of the so-called Maunder Minimum.

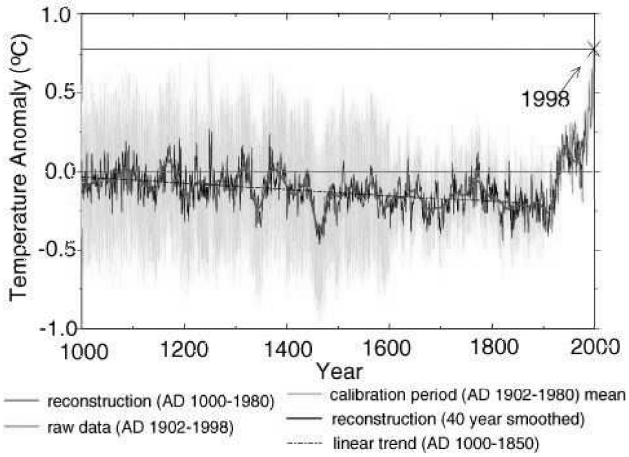
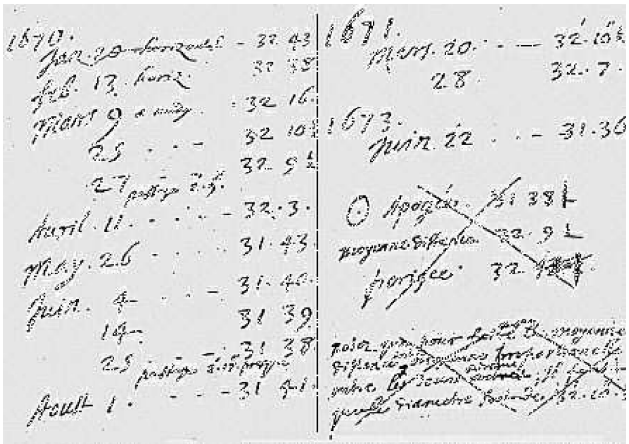


Fig. 1. An example of the reconstructed Northern Hemisphere surface temperature anomalies of the Earth for the last 1000 years, highlighting the unprecedented past century in respect to the last millennium. Before 1900 data was derived from different proxy data sources such as ice cores, tree rings, corals, etc. Instrumental data with sufficient accuracy is only available for the last 100 years. The time series indicates a slight cooling trend for the first 900 years followed by a significant, still ongoing warming. With a very high probability a large part of this warming can be attributed to the human impact on climate, but solar forcing is not excluded. The grey tint bars provide an estimate of the uncertainty in the temperature reconstruction. The trends are indicated by reference to the global mean temperature (AD 1902-1980). After Mann, 1999.

we show how they can be used as a reliable data bank. Section 3 outlines the temperature records and their uncertainties. In section 4, we show the different relationships obtained dividing the study into two parts: a centennial approach, covering the years 1700 to our present time, and a decadal one, covering the years 1860 up to now. We conclude by a discussion of the physical mechanisms for which the irradiance seems to be unavoidable.

2 The Sun diameter measurements

The first known measurements of the apparent diameter of the Sun ascend to the third century before our era: Aristarchus of Samos (circa 310-230 BC) found 1800 arcsecond (the 720th part of the circle) and Archimedes (287-212 BC) places the value between 1620 and 1975 arcsecond (the 200th and the 164th part of the right angle). Even if these values flank the to-day adopted value (1919.26 arcsecond, Allen, 2000), the two philosophers do not evoke at all the annual variations that are put into evidence only by Johannes Kepler (1571-1630). And it is necessary to



- La dernière page de la partie consacrée aux diamètres du Soleil dans le premier manuscrit Picard (page 23). Manuscrit D-1. 14, Bibliothèque de l'Observatoire de Paris).

Fig. 2. An example of the notebooks of the solar observations made by Picard and kept at the Paris Observatory. The main interest of such documents is that new computations can be done using modern techniques (such as variance analysis) or ephemerids.

wait for Gabriel Mouton (1618-1694) in order to get in 1661 in Lyon the first precise measurements of the Sun's diameter. At the same time (namely 1666) Jean Picard (1620-1682), a conscientious and meticulous royal astronomer in Paris, undertook a series of quasi daily measurements of the diameter (Fig. 2). After his death, the observations were continued by Philippe de La Hire (1640-1718) and since then, by many other scientists. Picard can be thus considered as the creator of the modern solar astrometry, and data extending prior him would be suspicious.

2.1 Historical measurements: 1700-1970

The critical analysis of the data obtained by Picard and his successors have already been made. Let us only mentioned Wittmann (1977, 1981, 2000), Ribes *et al.* (1991), Toulmonde (1995, 1997), Basu, 1998 or Pap *et al.* (2001-a, where a great number of other references can be found). The left part of Fig. 3 shows the raw data deduced from the observations made at that time. Corrections that could be applied are of three kinds: diffraction of the instrument, atmospheric refraction, and personal equation of the observer. The first one can be computed and is by far the largest one, in the present case of the order of 3 arcsecond. Refraction effects were unknown at that time: they are of the order of 0.6 arcsecond for vertical diameters (a mean value computed at 45° of zenital distance).

It has been sometimes claimed that the older data cannot be directly comparable with modern measurements of the solar radius due to effects on the observer's

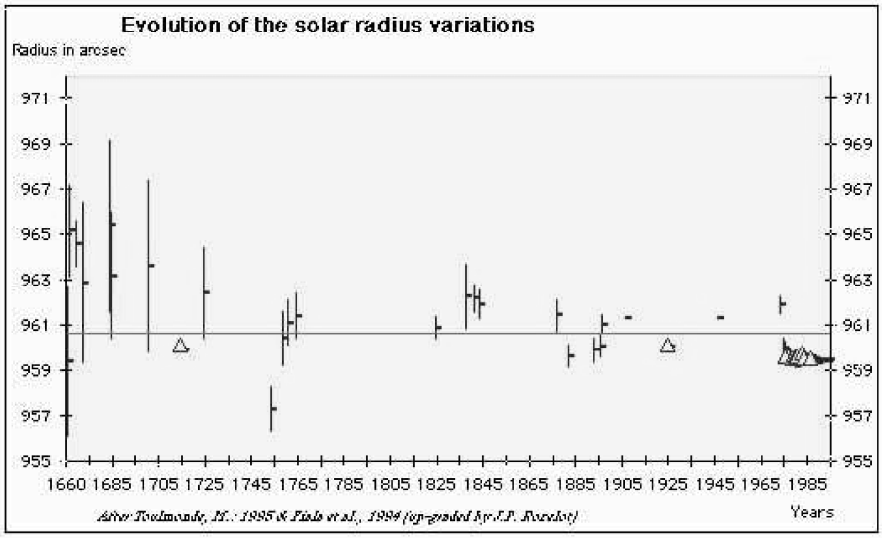


Fig. 3. Historical measurements of the Sun's radius plotted together with the modern ones. The triangles denotes the measurements deduced from eclipses (Fiala *et al* , 1994). This plot shows clearly that the Sun has been larger in the 1770's. Indeed, even if some observer's biases may have contribute to enlarge the measurements (but why not also to decrease them, see text for a discussion), the large error bars of the measurements computed afterwards for these past observations show that the values are always above the mean. Solar diameter deduced from the oldest eclipses data are just along this mean.

eyes that would have contribute to enlarge the measurements (Schröder, 2001). This could be true for individual measures (but I would assume readily that if the measurements have been found lesser, the same biases would have been evoked to refute the point: for a given observer, its personal equation leads either to a greater or to a lesser evaluation of the measured quantity). One of the main interest of the archives is that the error bars can be computed afterwards, a computation obviously ignored at the time of Picard. We found a mean value of 3 arcsecond. This can be judged relatively high, but reasonable for such old observations. The inspection of the plot of Fig. 3 shows that even if the individual measurements are relatively high, the error bars are largely above the mean, which is 960.66 arcsecond, and therefore well above the adopted modern standard value of 959.63 arcsecond. The argumentation is not based on the list of the solar individual diameter measurements, but on the lowest part of the error bars. From this discussion, we would not conclude as Ribes *et al.* (1987), that the Sun was greater as that time of some 4 arcsecond, certainly a too large value, but was only larger than it is nowadays of no more than something like 1 arcsecond (the older measurements contribute to increase the mean from 959.63 to 960.66), and maybe less.

2.2 Modern available data sets: 1970-2000 and beyond

Modern measurements can be divided into two categories. The first one derives from transit time methods (the solar diameter is obtained by timing the drift of the Sun's image) and the second one derives from angular techniques (the solar diameter is obtained by measuring the distance between two opposite diameter points of the solar limb). Benefits and drawbacks of the two methods, as well as comparison between photoelectric and visual observations are listed in the paper of Ribes *et al.* (1991). In spite of some aspects now a bit old (for instance the Santiago results spanning from 1990 up to now are not included; they can be found in Noël, 2001-a), the paper gives a rather complete tour of the question and deserves to be consulted. Photoelectric observations are supposed to be impersonal by comparison with the visual ones. However, from an analysis of the visual and CCD astrolabe observations of the solar radius, Noël (2001-b) recently claims that *visual measurements of the solar radius can be more accurate than those made with photoelectric devices*, a point already asserted by other authors (such as Wittmann, 2000). We will use here the data obtained at Santiago as they are not subject to a perpetual re-examination and can be found on the CDS database in Strasbourg (France).

2.3 A quick critical look on the data

All the astrolabe observations show a temporal variability in the apparent radius of the Sun (i.e. the measured size). From this, can we inferred a temporal variability in the "true" Sun radius (i.e. the solar size constructed as a product of a physical quantity such as the density), and moreover, can we deduce a temporal variation of the whole shape of the Sun? The answer is not simple and would deserve a long discussion out of the scope of this paper. Let us only mention two points:

• Discrepancies can be found when comparing the different series obtained by means of astrolabes. Are these discrepancies due to the methods of observations (including the personal biases), to the analyzing processes (are data corrected on the same manner on each site?), to systematic effects not yet well-known or to the atmosphere?

• As the measured diameter depends on the heliographic latitude when obtained by means of the solar astrolabe, in principle, if a sufficient number of observations is available well distributed in time, the shape of the Sun can be explored. This has been done by Noël (1999) and discussed by Godier and Rozelot (2001).

How reliable are the data? It is obvious that seeing conditions affect the ground-based data. This seeing is about 1 arcsecond, of the order of magnitude of the claimed variability. The singular spectrum analysis which permits to detect the noise level, performed through the data show that if a variability exists, this one is no more than 100 milliarcsecond (Pap *et al.*, 2001-a: a careful analysis of the eigenvalues permits to set up an upper limit of no more than 40 milliarcsecond, as the signal is dominated by noise). Moreover, Rozelot and Bois (1998) have shown that the departures to the sphericity cannot be no more than 20 milliarcsec-

ond (otherwise one could find astrophysical consequences that would imply never observed phenomenon, such as too large lunar librations).

What can be concluded? Deadborn (1991, in "The Sun in time" p. 162) wrote: *long term historical measurements are subject to systematic errors that are difficult to evaluate; recent measurements can only set upper limits on radius changes.* As previously seen, we will certainly continue to agree with such an assertion, at least until simultaneous observations can be made both from the ground and from space. This synergy will permit to clearly separate the effects of the atmosphere (see Lefebvre and Rozelot, 2001).

2.4 In-flight measurements: today and to-morrow

As the ground-based measurements are still not completely conclusive (see Brown and Christensen-Dalsgaard, 1998), in-orbit measurements are needed. The first opportunity was made by Sofia (1994) and collaborators in a series of balloon flights. The SOHO satellite offered an other opportunity and Emilio *et al.* (2000) detected small changes in the solar radius that reinforce the idea of links between the fluctuations of luminosity and radius on short time scales. Let us recall here one of the possible physical interpretation. If the central energy source of the Sun remains constant while the rate of energy emission from the surface varies, there must be an intermediate reservoir where the energy can be stored or released depending on the variable rate of energy transport. The gravitational field of the Sun is one such energy reservoir. If the energy is stored in this energy reservoir, it will result in a change in the solar radius (Pap *et al.*, 1998). Thus, a careful determination of the time dependence of the solar radius can provide a constraint on models of total irradiance variations (e.g. Lydon and Sofia, 1995). One of the main goal of the PICARD mission, a small satellite scheduled for launch around 2006 is precisely to measure at a high level of accuracy (4 milliarcsecond) these changes in the shape of the Sun together with those of the luminosity.

3 The Earth's temperature measurements

If it is established that the Sun's shape may vary in time, the magnitude of these variations remaining particularly small, by contrast it is well known that in the past, great periods of swing in the Earth's temperature has prevailed. We are interested here only on time scales ranging from the beginning of the XVIIIth century up to now, but even on this relatively short time interval, it is well establish from different sources that the climate was a succession of warm and cold periods. This climatic variability has been first attested by the analysis of ancient books (such as parish books relating the dates of early or late vintages) and the various attempts made around the 1960's to reconstruct indexes of temperature have yielded overestimated modulation of temperatures. These pioneer's works have deserved to point out severe climatic conditions, such as during the years going

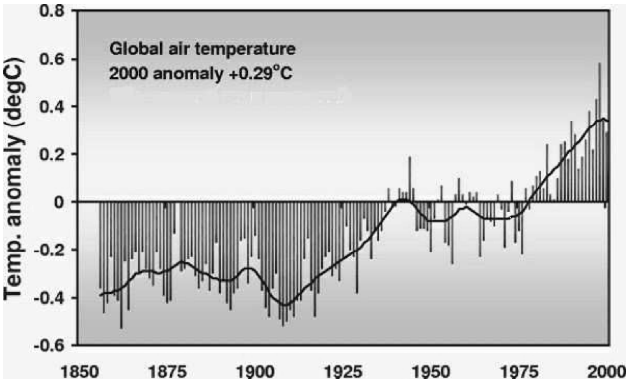


Fig. 4. Anomalies of the Earth's temperature, relative to the 1961-90 reference period means. After Jones, Climatic Research Unit, University of East Anglia, Norwich, UK (2001), available at: http://cdiac.esd.ornl.gov/trends/temp/jonescru/jones.html.

from 1650 to 1715 (see Rozelot, 1989-a and 1989-b)[3]. Today, and as stated in the introduction, we know that the amplitude of the temperature variations may have certainly be fainter than those found in the literature some years ago. However these variations still exits in the data, and can be found for instance, in the ice core samples collected either in Greenland or Antarctica. High resolution analysis of such samples permits delineation of a signal of solar activity (Dreshhoff and Zeller, 1994). Such ice core records are providing very valuable insights: within the last two decades, long cores of glacial ice have been used to establish and improve the record of past changes in climate.

The climatic data can be divided into sets, according to the time scale under consideration. The first one is formed with data coming from reconstructed series (Fig. 1) and the second one is built from data coming from the historical records (Fig. 4). The global and hemispheric temperature anomaly time series, which incorporate land and marine data, are continually updated and expanded by P. Jones of the Climatic Research Unit (CRU). They are available since 1856 and can be considered today as reliable as possible.

[3]The question is not to dispute if throughout the 1690's winters have been very harsh and summers miserable –that is well recognized–, but to note that the documents permit only to state that these very cold years were settled over France, surely over Europe, maybe over Northern America, that is to say over the major part of the Earth's Northern hemisphere (we do not know for China). To go further, it is necessary to analyze samples collected in the South, such as ice cores from the high mountains of Huascaran, Peru (see for instance L. Thompson and M. Bender at http://www.usgcrp.gov.)

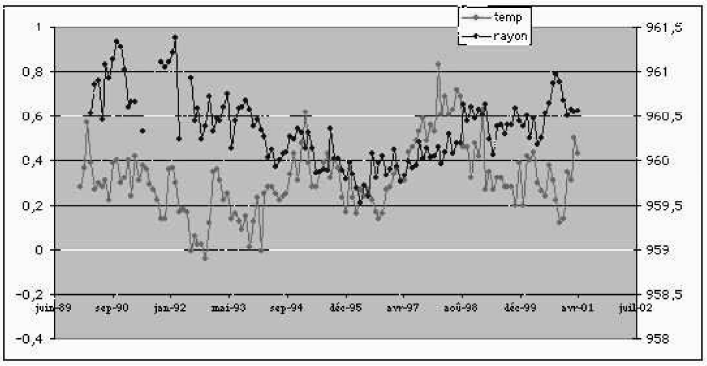


Fig. 5. The Santiago measurements of the diameter of the Sun plotted together with the anomalies of the Earth's temperature as a function of time. The fit is rather striking in spite of some discrepancies, mainly due to the difficulty of measuring the radius of the Sun from the ground (seeing effects). Up-dated radius measurements by kind courtesy of F. Noël.

4 The relationship between the two proxies

By comparing Figure 1, maybe a bit pessimistic in the reconstructed global-scale temperature, with Figure 2, which can be regarded as one the best one available today, it seems of interest to confront data on the same scales of time. To achieve this goal, we separated the analysis into two parts, the first one on a centennial scale, grouping data by 10 years. The second one corresponds to a decadal scale, as the instrumental period is more documented; data were grouped by two years.

Results have been shown and discussed by Rozelot (2001). We will give here only the two main results of the previous study: (i) over the last 300-years, the global climatic trend seems highly correlated with the Sun's radius changes. An unexpected high correlation number of -0.7 was found; (ii) over the time period lasting from 1974 to 1994, the anti-correlation is still visible, albeit lesser (-0.31). In order to check the validity of the results, we have up-dated in this paper the data, by including points coming from the solar astrolabe observations made at Santiago (Chile) by F. Noël (Fig. 5). In spite of some points which seems to be abnormally high (0.83 for the temperature in February 1998), or those out of phase (around January 2000), the anti-correlation is still disclosed (r = 0.32, see Fig. 6). The cross-correlation function shows a time lag of about 21 months (r = 0.46), but without particular signification. Note also that volcanoes effects and anthropogenic ones certainly contribute for a significant part to these discrepancies.

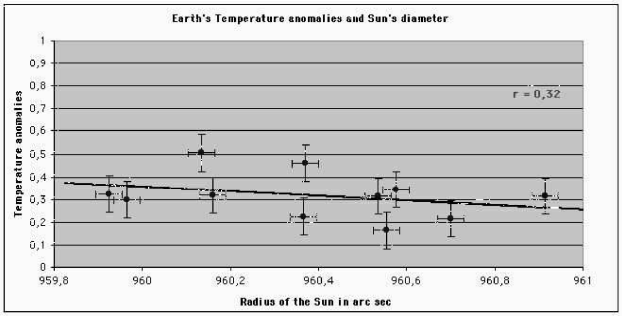


Fig. 6. The anomalies of the Earth's temperature plotted versus the Santiago measurements of the diameter of the Sun. The anti-correlation is still visible and a correlation coefficient of r = 0.32 is found. The cross correlation function indicates a higher correlation coefficient of r = 0.46 when a time lag of 21 months is applied. We do not think that such a time lag is particularly significant.

5 A possible physical explanation through the irradiance

Models of the irradiance, which is known today to be variable, in phase with the solar cycle (see for instance Willson and Hudson, 1988, Kuhn *et al.*, 1988, Pap *et al.*, 2001-b for numerous references), has been proposed since a long time (Foukal and Vernazza, 1979). The basic explanation is indeed very simple: the luminosity of a quiet Sun can be easily computed; superposed to this raw value, one has to add a surplus of luminosity due to the brightness of the faculae and to subtract a deficit of luminosity due to the darkness of spots. Models based on such an approach (which take into account also other well known effects such as the umbra-penumbra ratio, etc), can explain about 95 % of the variability. Identification of the residual variability in the total irradiance, which is not explained by surface manifestations of solar activity (sunspots, faculae, magnetic network) is a difficult problem (Kuhn, 1996, 1998). Radius changes may contribute for a large part to these irradiance variations (Pap *et al.*, 2001); for instance, Sofia (1998) indicates that a radius change of 0.06 arcsecond would be sufficient to explain the long-term 0.1 % variation in total solar irradiance.

Let us now consider the solar envelope. This one is neither spherical at all, nor static. It has been shown (Rozelot, 2001) that the departures of the solar shape from a pure sphere reach about 20 milliarcsecond, which is both heliographic and temporal dependent. This might explain a variability in total solar irradiance that can be measured by the instantaneous ratio $w = \partial ln(R)/\partial ln(L)$. The knowledge of this parameter is known to be of high importance for the study of the Earth's upper atmosphere (see Gough, 2001). Today, we do not yet have confident observed values and various solar models estimate w to be 2×10^{-4} (Spruit, 1991), 8×10^{-4} (Gilligand, 1981), 5×10^{-3} (Deadborn and Blake, 1980) and 7.5×10^{-2} (Sofia *et*

al., 1979). Other computations give $w = 0.002$ if the convective heat transfert influences only the very outer layers, whereas studies that locate mechanisms at the base of the convective zone or in the core have $w = 0.2$ or 0.5 respectively (Gough, 2001). The sign itself is not yet determined, being able to be positive or negative, according to the nature of the magnetic perturbations (Lydon and Sofia, 1995). As previously seen before, this ratio is expected to be measured from space at a high level of accuracy, and furthermore, we will have access to its temporal evolution. This would lead to considerable improvements in our knowledge of the solar machine.

Solar ultraviolet radiation exerts a dominating influence on the stratosphere, since it both creates and destroyed ozone and other species. Solar UV variations varies on time-scales ranging from a few hours to the eleven year solar cycle, but the magnitude of the associated variations in the upper atmosphere are not yet well established, partly because of the long data base needed, and partly because of the difficulty in separating it from the slowly anthropogenic effects. Such a solar forcing has been analyzed by Hegerl *et al.* (1997) from a theoretical point of view and from an observational one, recent analysis of spacecraft data have suggested that at mid and low latitudes, the variation in lower ozone can be of the order of 1.5 % (Newchurch *et al.*, 2000).

6 Conclusion

Understanding the Earth system and, in particular, its climate, remains one of the major intellectual challenges faced by science. The processes influencing our climate and markedly the solar forcing, the mechanisms through which they act, and the responses they generate are, in general, as complex and poorly understood as they are important. Observational records of climate processes span only the most recent years of Earth's history; thanks to the development of ice-records we will know more about the evolution of the Earth's temperature before anthropogenic effects begin to noticeably impregnate the data. Reconstruction of reliable time series are exceedingly important to the development of scientific understanding of local, regional, and global climate systems.

Because both the irradiance and diameter variations are small, their climatic impacts are difficult to quantify. However, we have shown in this study that the observed evolution of the Earth's global surface temperature seems strongly correlated with these of the solar diameter variations over decadal – even longer – period of time. Although the approach used is a correlative one and suffers from lack of a precise physical mechanism, that could account for the relationships found between the two studied proxies, it is shown that at least over the three lasts centuries, warm periods on the Earth correlate well with smaller apparent diameter of the Sun and colder ones with a bigger Sun. Regression analyses performed on the data demonstrates a high statistical signification, better than one would expect. In a sense, this study extends the results known under the name of the Secchi-Rosa law found for the Maunder Minimum, which stipulates that a "bigger" Sun appears in periods of reduced activity. Let us emphasize that the Sun was during

the seventeenth century in a particular state as all observations of spots made at that time show that a slower rotation existed. This is one of the strongest argument in favour of the so-called Maunder Minimum. That does not indicated a completely suppressed activity (see for comments on the refutation of the Maunder minimum, Schröder, 1992, 1994, 2000 or for a critical analysis of the solar activity at that time, Legrand *et al.*, 1991), but only demonstrates a peculiar regime in the convective processes that had profound effects on the solar envelope output. On another hand, nothing indicates here that cold periods appeared only at that time.

At last, when analyzing the total irradiance variations along the two solar cycles 22 and 23, Pap (2001-b) has shown that an extra emission has caused an increase in luminosity for cycle 23, which is a weak one compared to the others. To explain this, the variations in shape cannot be excluded. The need of irradiance measurements with better long-term precision is thus welcomed to precise the amplitude and its change from cycle to cycle. These two factors are among the most important ones influencing the Earth's climate related to the varying solar radiative output. Coming from the release of stored energy inside the Sun, subtle variations are detected in the solar envelope that causes small changes in luminosity. In turn, these fluctuations of luminosity directly produce a terrestrial temperature response. This is certainly the missing link.

We think that further research must be done in that direction, namely to understand the links between the variations of the radius and those of the luminosity, through the instantaneous ratio w.

This work was partly supported by the French Agency CNRS, the Provence-Alpes-Côte d'Azur Region and the ACRI company in Sophia - Antipolis (F).

References

Allen: 2000. Astrophysical quantities. Fourth edition, Springer ed., p. 340.

Baliunas, S.L. and Soon, W.H.: 1998. An assessment of the Sun- climate relation on time scales of decades to centuries: the possibility of TSI variations. Sol. Phys., 401-411.

Basu, D.: 1998. Radius of the Sun in relation to solar activity. Sol. Phys., 183, 291-294.

Brown, T.M., and Christensen-Dalsgaard, J.: 1998, Ap. J., 500 L., 195-198.

CLIVAR: 1999. Proceedings of the Paris Conference, WCRP-108, ICPO, 954, p. 43.

Deadborn, D.S.P.: 1991, Standard Solar Models. "The Sun in Time", eds Sonnett, C.P., Giampapa, M.S. and Matthews, M.S., Tucson, AZ press, p. 159-174.

Deadborn, D.S.P. and Blake, J.B.: 1980. Is the Sun constant? Ap. J., 237, 616-619.

Dreschhoff, G.A.M. and Zeller, E.J.: 1994. 415-year Greenland ice core record of solar proton events dated by volcanic eruptive episodes. TER-QUA Symp. series, 2, 1-24.

Emilio, M., Kuhn, J.R., Bush, R.I. and Scherrer, P.H.: 2000. On the constancy of the solar diameter. Ap. J., 543, 1007-1010.

Fiala, A.D., Dunham, D.W. and Sofia, S.: 1994. Variation of the solar diameter from solar eclipse observations, 1715-1991. Sol. Phys., 152, 97-104.

Foukal, P. and Vernazza: 1979. The effect of magnetic fields on solar luminosity. Ap. J., 267, 863-871.

Gilligand, R.L.: 1981. Solar radius variations over the past 265 years. Ap. J. 248, 1144-1155.

Godier, S. and Rozelot, J.P.: 2001. A new outlook of the differential theory of the solar quadrupole moment and oblateness. Sol. Phys., 199, 217-229.

Gough, D.: 2001. Sizing up the Sun. Nature, 410, 313-314.

Hegerl, C.G., Hasselmann, K., Cubash, U., Mitchell, J.F.B., Roeckner, E., Voss, R. and Waskewitcz, J.: 1997. Multi-fingerprint detection and attribution analysis of greenhouse gas and solar forced climate change. Climate dynamics, 13, 613-634.

Imbrie, J. and Imbrie, J.Z.: 1980. Modeling the climate response to orbital variations. Science. 207, 943-953.

Jouzel, J.: 1993, Nature.

Kuhn, J. 1996: Global changes in the Sun. In: "The structure of the Sun". VI Winter School at Instituto d'Astrophysica de Canarias. Roca-Corts, T. (Ed). Cambridge Univ. Press, p. 231-278.

Kuhn, J.R.: 1988. Helioseismological splittings measurements and the non-spherical solar temperature structure. Ap. J., 331, L., 131-134.

Kuhn, J.R., Bush, R.I., Scheick, X. and Scherrer, P: 1998. The Sun's shape and brightness. Nature, 392, 155-157.

Lefebvre, S. and Rozelot, J.P.: 2001. Ground-space synergy about the PICARD space mission. SF2A, 30 May 2001, Lyon (F), EDPS Conf. Series in Astro. and Astrophys.

Legrand, J.P., Le Goff, M., Mazaudier, C. and Schröder, W.: 1991. L'activité solaire et aurorale au XVII ème siècle. Comptes Rendus Acad. S., 8, 181-219.

Lydon, T.J. and Sofia, S.: 1995. A method for incorporating the effects of large-scale magnetic fields in the study of stellar structure and variability, Ap. J., Supp. S., 101, 357-373.

Mann, M.E, Bradley, R.S. and Hughes, M.K.: 1998. Global-scale temperature patterns and climate forcing over the past six centuries. Nature, 392, 779-787.

Mann, M.E.: 1999. *http://www.clivar.org/science/key_issues.htm* and Geophys. Res. Lett., 26, 759.

Newchurch, M., L. Bishop, D. Cunnold, L. Flynn, S. Godin, S. Frith, L. Hood, A., Miller, S. Oltmans, W. Randel et al.: 2000. Upper-stratospheric ozone trends 1979-1998. Journal of Geophysical Research, 105, 14, 625-14, 636.

Noël, F.: 1999. Heliographic latitude dependence of the apparent solar radius. Astron. Astrophys., 343, 1001-1004.

Noël., F.: 2001-a. The program of solar Astrometry with the Astrolabe of Santiago. Vth Summer school in Astrophysics, "The shape of the Sun", Oléron (F), Rozelot, ed., to be published.

Noël, F.: 2001-b. Visual and CCD astrolabe observations of the solar radius. Astron. Astrophys., to be published.

Pap, J., Kuhn, J., Frölich, C., Ulrich, R., Jones, A., and Rozelot, J.P.: 1998. A Crossroads for European Solar and Heliospheric Physics, Tenerife, ESA SP-417, pp. 267-271.

Pap, J., Rozelot, J.P., Godier, S. and Varadi, F.: 2001-a. On the relation between total irradiance and radius variations. Astron. Astrophys., 372, 1005-1018.

Pap, J.M.: 2001-b. Total Solar and Spectral Irradiance Variations from Near-UV to Infrared. Vth Summer school in Astrophysics, "The shape of the Sun", Oléron (F), Rozelot, ed., to be published.

Ribes, E., Ribes, J.C. and Barthalot, R.: 1987. Evidence for a larger Sun with a slower rotation during the seventeenth century, Nature, 326, 52-55.

Ribes, E., Bearsley, B., Brown, T.M., Delache, P., Kuhn, FJ. And Leister, N., 1991. The variability of the Solar diameter, in "The Sun in Time", eds Sonnett, C.P., Giampapa, M.S. and Matthews, M.S., Tucson, AZ press, 59- 97.

Rozelot, J.P.: 1989-a, in "Proceedings of the 18th Intercosmos Symposium", ed. W. Goral, Cracow, Poland, p. 117- 131.

Rozelot, J.P.: 1989-b, Historical reconstruction of solar cycles and links with the Earth's climate, in "New approaches in geomagnetism and the Earth rotation", Flodmark S. ed., Word Scientific Pub. Comp., London (U.K.), pp. 245-263.

Rozelot, J.P. and Bois, E.: 1998. New results concerning the solar oblateness and consequences on the solar interior. Astro. Soc. Pac. Conf. Series., 140, 75-82.

Rozelot, J.P.: 2001. Possible links between the solar radius variations and the Earth's climate evolution over the four past centuries. JASTP, 63, 375-386.

Rozelot, J.P.: 2001. The theory of the figures applied to the Sun: astrophysical consequences. Vth Summer school in Astrophysics, "The shape of the Sun", Oléron (F), Rozelot, ed., to be published.

Schröder, W.: 1992. On the existence of the 11-year cycle in solar and auroral activity before the so-called minimum. J. Geomag. Geoelectr., 44, 119-128.

Schröder, W.: 1994. Behaviour of the Auroras during the Spörer minimum. Annales Geophysicae, 12, 808-809.

Schröder, W. and Wiederkehr, K.H.: 2000. A history of the early recording of geomagnetic variations. JASTP, 62, 323-324.

Schröder, W.: 2001. Personal communication.

Sofia, S., O' Keefe, J., Lesh, J. and Endal, A.: 1979. Solar constant-constraints on possible variations derived from solar diameter variations. Science, 204, 1306-1308.

Sofia, S., Heaps, W. and Twigg, L.W.: 1994. The Solar diameter and oblateness measured by the solar disk sextant on the 1992 September 30 balloon flight. Ap. J., 427, 1048-1052.

Sofia, S.: 1998. Solar variability and climate change. Sol. Phys. 177, 413-418.

Spruit, H.C.: 1991. Theory of luminosity and radius variations. In "The Sun in Time", eds Sonnett, C.P., Giampapa, M.S. and Matthews, M.S., Tucson, AZ press, 118-158.

Toulmonde, M.: 1995. Etude comparative de diamètres solaires observés à partir d'instruments astrométriques. Ph. D. Thesis, Paris (F), 223 p.

Toulmonde, M.: 1997. The diameter of the Sun over the past three centuries. Astron. Astrophys., 325, 1174-1178.

Wittmann, A.D.: 1977. The diameter of the Sun. Astron. Astrophys., 61, 225.

Wittmann, A.D., Bonet Navaro, J.A. and Wohl, H.: 1981. On the variability of the solar diameter, in "Physics of Sunspots", Cram, L. and Thomas, J.H. eds, N.S.O. publications, 422-433.

Wittmann, A.D., Bianda, M.: 2000. Drift-Time Measurements of the Solar Diameter 1999-2000: New Limits on Constancy, in "The Solar Cycle and Terrestrial Climate", A. Wilson (ed.), ESA Publication SP-463, pp. 113-116.

Willson, R.C. and Hudson, H.S.: 1988. Solar luminosity variations in solar cycle 21. Nature, 332, 810-812.

Conclusion générale et perspectives

Synthèses des résultats obtenus

Le travail entrepris est une contribution à une meilleure compréhension de la forme du Soleil, c'est-à-dire l'*hélioïde*.

La première partie de cette thèse s'inscrit dans un cadre observationnel. J'ai récapitulé nos connaissances sur le diamètre solaire et ses variations, en m'attachant plus spécifiquement à mettre en évidence les variations latitudinales du rayon solaire observées depuis le sol par les astrolabes solaires et par l'héliomètre du Pic du Midi. Pour ce dernier, j'ai donné les résultats de l'excellente campagne de 2001, où nous avons obtenu une mesure précise de la forme du Soleil par le calcul des paramètres de forme c_2 et c_4 : ces derniers sont en accord avec ceux précédemment décrits dans la littérature.

La seconde partie expose le projet MIRESOL, un des points importants de ma thèse : j'y ai expliqué les fondements, la mise en œuvre ainsi que le traitement des images acquises ; ensuite, ces images ont servi à mettre au point un algorithme de détection automatique des taches et des facules au limbe solaire, point essentiel pour le futur traitement des données issues de la mission spatiale PICARD. J'ai exposé la méthode, basée sur l'Analyse Spectrale Singulière, en l'illustrant avec des exemples. Cet algorithme a été testé sur différents types d'images et fonctionne correctement. Il reste la question des signatures qui pourraient être dues à la présence au limbe de méso ou de super granulation.

La troisième partie de ma thèse s'est orientée vers une modélisation théorique de la forme du Soleil en surface. L'approche a été double :

- D'une part, j'ai présenté la théorie des Figures. L'originalité de mon travail ici a été d'y inclure une loi de rotation permettant à la force centrifuge de dériver d'un potentiel : elle permet ainsi de donner une valeur des deux premiers moments multipolaires J_2 et J_4 et de les comparer avec d'autres valeurs dans la littérature ;
- D'autre part, j'ai développé une nouvelle théorie basée sur l'équation du vent thermique qui permet d'expliquer en partie les déformées solaires observées en surface grâce aux mesures effectuées depuis le sol. De plus, j'ai aussi donné quelques valeurs du rapport W issues de la théorie et attribué ainsi des limites inférieure et supérieure.

Enfin, la quatrième partie de ce travail avait pour but de présenter quelques résultats obtenus en comparant des séries de données liées à la variabilité solaire, telles que le rayon solaire ou l'irradiance, et des séries de données liées aux variations climatiques telles que la température moyenne de la Terre. Elle permet de soulever un certain nombre de questions qui

restent ouvertes, même si des éléments de réponse ont pu être apportés au cours de cette thèse.

Mes principales conclusions, chapitre par chapitre, sont les suivantes :

a) La forme générale du Soleil s'écarte de celle d'un sphéroïde. Ces écarts restent très faibles, au plus une vingtaine de mas d'amplitude ;

b) La méthode la plus précise pour le calcul du point d'inflexion au limbe solaire est celle des droites de régression sur la dérivée première ;

c) La SSA est un outil puissant, rapide et fiable pour mettre en évidence les extensions angulaires des taches et facules au limbe solaire ;

d) Grâce à l'établissement de la théorie des Figures avec une loi de rotation permettant le calcul analytique du potentiel centrifuge, nous obtenons

$$J_2 = -6.52\ 10^{-7} \quad J_4 = 4.20\ 10^{-7} \quad \text{et} \quad J_6 = -9.46\ 10^{-9}\,;$$

Dans tous les cas, la rotation différentielle augmente les valeurs de J_2 par rapport à la rotation rigide ;

e) La nouvelle théorie du vent thermique montre que les variations de température entre le pôle et l'équateur associées à la rotation différentielle peuvent expliquer les variations latitudinales du rayon solaire observées par les instrumentations installées au sol ; de plus, la forme de la surface libre dépend de l'aplatissement initial de l'ellipsoïde de référence ainsi que de la valeur de W ;

f) Le forçage par l'irradiance solaire est bien un facteur contrôlant le climat terrestre et il peut être estimé à $\lambda = 0.46°C/Wm^2$; de plus, il est nécessaire de prendre en compte les variations temporelles du rayon solaire, même de faible amplitude, dans la modélisation de l'irradiance ; ainsi celles-ci doivent avoir un rôle dans l'évolution du climat de la Terre.

Perspectives

A partir de février 2004, je participerai au programme de recherche concernant les images du Soleil prises au Mont Wilson (Californie, USA) depuis plus d'un siècle. Le programme consiste à digitaliser plus de 100000 plaques photographiques, et à partir des images ainsi numérisées, d'étudier l'historique du magnétisme, de la rotation solaire, et en ce qui me concerne de l'évolution du diamètre solaire. Dans la continuité complète de mon travail de thèse, cette étude permettra d'obtenir la plus longue série de mesures du diamètre solaire connue à ce jour et obtenue par le même instrument. Du fait de la couverture temporelle de la série, l'étude sera très intéressante et permettra sans doute une avancée importante dans la compréhension de la variabilité du Soleil. Le programme est placé sous la direction de Roger Ulrich de l'Université de Los Angeles (UCLA).

En parallèle, je suis en train de développer une collaboration avec Alexander Kosovichev de l'université de Stanford en Californie, pour une étude approfondie des couches superficielles du Soleil, en particulier au niveau de la supposée « leptocline ». Le travail consiste à mettre

en commun l'héliosismologie et les mesures de forme du Soleil pour arriver à décrypter ce qui se passe juste sous la surface du Soleil.

Je continuerai aussi à poursuivre l'ensemble de ce travail, en améliorant notamment les théories développées dans le chapitre 3 par l'introduction du champ magnétique, en gardant contact avec J.P. Rozelot et l'équipe métrologie solaire.

A plus long terme, je souhaiterais poursuivre ma participation à la mission PICARD et notamment au traitement et à l'interprétation des futures données au niveau de la mesure précise de la forme du Soleil et de son évolution temporelle.

Annexes

Annexe A

Le Nouveau Chapitre de Thèse : valorisation des compétences

Cadre général et enjeux de la thèse

Contexte général

Ma thèse s'intitule « Déformées solaires : diamètre et structure interne. Simulations en vue d'intercomparer les données sol et espace ». Sous la direction de Jean-Pierre Rozelot, cette étude vise à analyser la forme du Soleil en surface, nommée hélioïde, par analogie avec le géoïde au niveau de la Terre. Cette thèse s'inscrit dans le cadre des études de métrologie solaire menées à l'OCA/CERGA (Observatoire de la Côte d'Azur, Centre d'Etude et de Recherche en Géodynamique et Astrométrie) au sein de l'équipe « Métrologie solaire » dont Christian Delmas est le responsable. Depuis 25 ans, des mesures très précises de diamètre solaire sont faites à l'OCA sur le site de Calern par Francis Laclare au moyen d'un instrument dénommé astrolabe solaire. Plus récemment, ces mesures ont été automatisées avec l'expérience DORay-Sol. Une coopération internationale, d'abord avec l'université du Chili à Santiago, puis avec l'équipe brésilienne de l'observatoire de Rio de Janeiro a été développée. Cette tradition de mesures astrométriques du diamètre solaire va être poursuivie par la future mission PICARD, microsatellite du CNES (Centre National d'Etudes Spatiales) prévu pour un lancement en 2007. Ce travail s'insère entièrement dans la synergie sol-espace qui est en train de se développer autour de cette mission PICARD, notamment avec l'installation à Calern, d'une réplique du microsatellite. Les enjeux scientifiques de cette thèse et plus généralement de l'ensemble de l'astrométrie solaire sont doubles :

- D'une part, la détermination précise de la mesure du diamètre solaire va permettre d'établir des contraintes sur les modèles solaires pour une meilleure compréhension du fonctionnement de la « machine » solaire ;

- D'autre part, un enjeu climatique, car les variations possibles du diamètre solaire peuvent entraîner des variations sur la haute atmosphère terrestre par l'intermédiaire de variations de luminosité solaire.

De manière générale, la thèse s'insère dans la cadre du groupe de recherche PNST « Programme National Soleil-Terre ».

D'un point de vue international, outre la coopération avec le Brésil, une collaboration se développe avec le réseau PSPT (Precise Solar Photometric Telescope) installé à Rome, Hawaï et Sacramento Peak (USA). De plus, la mission PICARD fait partie intégrante du programme

international LWS (Living With a Star) visant à regrouper toutes les missions ayant pour but de mieux comprendre le système Soleil-Terre.

Résumé de la thèse

Depuis 25 ans, les mesures au sol du diamètre solaire ont permis de mettre en évidence non seulement des variations temporelles du diamètre solaire en relation avec le cycle solaire de 11 ans mais aussi des variations latitudinales du Soleil, c'est-à-dire que la surface du Soleil ne serait pas parfaitement sphérique mais très légèrement « cabossée ». Le problème des mesures sol est que leur précision est entachée de bruit par la présence de la turbulence atmosphérique. C'est pourquoi on souhaite lancer dans l'espace un microsatellite PICARD pour faire ces mesures du diamètre hors de l'atmosphère terrestre. Il convient au mieux de préparer cette mission et de créer les algorithmes de traitement de données nécessaires au haut degré de précision requis, à savoir que l'on cherche des variations du diamètre de l'ordre de la dizaine de kilomètres sur un rayon total de 700000 kilomètres. Les mesures sont photométriques c'est-à-dire basées sur des images prises avec un capteur CCD (Charge Couple Device) : le principe de base est la détermination du point d'inflexion de chaque profil photométrique. Toute pollution au limbe solaire par la présence de phénomènes magnétiques tels que taches (zones sombres) ou facules (zones brillantes) en surface joue sur la précision des mesures. Par conséquent, mon travail a consisté à établir un algorithme de détection automatique de ces phénomènes au bord solaire et de l'introduire dans le futur traitement des données PICARD. Afin de pouvoir établir cet algorithme, j'ai mis en place une instrumentation spécifique : MIRESOL (Mesures et Identifications des REgions actives au limbe SOLaires). Celle-ci acquiert des images CCD plein soleil dans les mêmes longueurs d'onde que celles du microsatellite PICARD. Parallèlement, j'ai aussi établi une nouvelle théorie essayant d'expliquer une partie des variations latitudinales observées. Celle-ci, basée sur le vent thermique, permet de donner une explication physique à l'origine de ces déformées.

Motivations personnelles

Après trois années de classe préparatoire, je me suis tournée vers des études d'ingénieur en géophysique, mais toujours en gardant à l'esprit cette passion qui m'animait depuis très longtemps, l'astronomie. Je voulais faire de la recherche et quand il a fallu choisir entre poursuivre en géophysique et suivre ma passion de toujours, le choix a été très difficile. Alors, au cours de la sélection de mon stage de fin d'étude (stage couplé DEA/Ingénieur) obligatoire dans la scolarité, j'ai saisi l'opportunité de pouvoir allier mon goût pour l'astronomie avec une partie de mes compétences acquises lors de mes études, c'est-à-dire dans ce cas précis géodésie et étude de la forme du Soleil. De plus, ce stage me permettait de développer un côté interdisciplinarité scientifique (ici entre la géophysique et l'astrophysique solaire), à mon avis pas encore assez développée dans la science de façon générale, et qui m'a plu. Ensuite, dans l'optique de la future mission PICARD et ses enjeux scientifiques (notamment dans la perspective d'une carrière académique), et vu que l'équipe y était fortement impliquée, j'ai eu envie d'approfondir le sujet par la poursuite d'une thèse dont le thème était dans la parfaite continuité du stage. Après obtention d'une bourse BDI (Bourse Doctorale Ingénieur), j'ai débuté ma thèse en octobre 2000, toujours sous la direction de Jean-Pierre Rozelot.

Gestion et conduite du projet

Quand le dossier de demande de bourse de thèse a été proposé, la mission PICARD devait être lancée à la mi-2003, c'est-à-dire courant de ma troisième année de thèse. Et le sujet initial portait très précisément sur la préparation de cette mission, avec la participation à l'installation de l'instrumentation sol et l'analyse des premières données PICARD. Mais, peu de temps après le début de la thèse, le projet PICARD a été réévalué par le CNES et le lancement repoussé à 2007. Par conséquent, après une période de flottement qui a duré environ 6 mois (où j'ai fait des recherches bibliographiques ainsi qu'un travail sur l'intercomparaison de données des semi-diamètres solaires obtenus par les astrolabes), il a fallu réorienter le sujet de thèse, en accord avec mon directeur et le reste de l'équipe, pour le tourner vers un aspect beaucoup plus basé sur des simulations, mais en restant toujours très lié à la préparation de la mission. Durant l'année qui a suivi, la première étape a été de mettre en place l'instrumentation MIRESOL : choix puis achat du matériel, ajustement et réajustement de la mécanique et de l'optique puis premiers tests d'acquisition. Ensuite la deuxième année a été consacrée à l'acquisition plus régulière d'images MIRESOL ainsi que leur traitement et la construction de l'algorithme de détection des taches et des facules au limbe solaire ; en parallèle j'ai développé une nouvelle théorie liée au vent thermique. De plus cette dernière année fut chargée en présentations orales lors de colloques internationaux, indispensables pour faire connaître mes travaux à l'ensemble de la communauté. Enfin, le dernier semestre a été réservé à la rédaction de plusieurs articles dans des journaux spécialisés internationaux ainsi que la rédaction de la thèse. Pendant ma thèse, j'ai discuté très régulièrement du suivi de mes travaux avec mon directeur.

J'ai aussi participé très activement et régulièrement à toutes les réunions du groupe simulation PICARD avec une périodicité d'environ 2 à 3 mois. Lors de ces réunions, chacun présente l'état d'avancement de ses travaux suivi par des échanges fructueux, d'autant plus que chacun a sa spécialité et apporte aux autres ses connaissances. En ce qui me concerne, je rapportais à chaque fois l'état de progression de la construction de mon algorithme de détection et de l'avancement de l'instrument MIRESOL. Le groupe simulation PICARD (environ une vingtaine de personnes), dont fait partie l'équipe de métrologie solaire du CERGA (moi-même en tant que doctorante, 2 chercheurs, 3 ingénieurs), est composé de chercheurs titulaires, de doctorants, d'ingénieurs dont le chef de projet et le P.I. (Principal Investigator) de la mission PICARD.

D'autre part, nous nous sommes aussi vus régulièrement (deux fois par an environ) avec Antoine Mangin, directeur scientifique à ACRI (Mécanique des fluides et sciences de l'environnement), partenaire de ma thèse, et avec qui nous avons eu des discussions très fructueuses d'un point de vue simulations et constructions d'algorithmes. Ces échanges se sont faits sous forme d'un séminaire et de discussions informelles.

Financement du projet

Pour le financement de ma thèse, je dispose d'une bourse BDI CNRS cofinancée région PACA, avec comme entreprise partenaire ACRI-ST basée à Sophia-Antipolis, qui participe au financement à hauteur de 10% environ. Le montant total de ma bourse sur 3 ans est d'environ 50 kE. De plus, l'instrumentation MIRESOL (estimée à environ 15 kE) a été en partie financée par le CNES et l'INSUE (Institut National des Sciences de l'Univers et de

l'Environnement). Il ne faut pas oublier les dépenses usuelles associées à tout type de thèse telles que déplacements en mission, inscription aux colloques,... (le coût d'inscription à certains symposia internationaux devient prohibitif). L'ensemble du coût de la thèse est résumé dans le tableau ci-contre.

	Durée totale	**Somme**
Salaire		
Doctorant	36 mois	50000
Directeur de thèse	6 mois	30000
Ingénieur d'étude	1 mois	3500
Techniciens	2 mois	3300
Formation		
Ecoles d'astrophysique solaire	1 mois	1500
Déplacements		
Réunions	4 jours	500
Colloques	40 jours	6000
Missions	30 jours	1000
Instrumentation MIRESOL		
Instrument complet		15000
PC d'acquisition		3200
Frais de fonctionnement		
Fourniture, articles, livres		1500
Ordinateur		1500
Total		117000

Compétences, qualités professionnelles et personnelles

Le sujet de ma thèse est très complet car il intègre à la fois un aspect instrumental et observationnel et un aspect théorique et fondamental. Par conséquent, je pense avoir acquis au cours de ces trois années plusieurs compétences :

Au niveau des compétences scientifiques

- Tout au long de cette thèse, j'ai eu à approfondir mes connaissances générales en astronomie et à acquérir les fondements mêmes de la physique solaire ;

- L'expérience MIRESOL m'a permis d'acquérir des compétences techniques au niveau de l'optique mais aussi au niveau de l'acquisition et du traitement d'images. Pour cela, j'ai dû apprendre à me servir de logiciels spécifiques d'acquisition et de traitement ;

- Pour pouvoir mettre au point un algorithme de détection automatique de taches et facules au limbe solaire, j'ai eu à programmer et j'ai dû apprendre à me servir d'un logiciel très puissant d'analyse scientifique, MATLAB, dont le langage informatique est spécifique ; j'ai dû aussi apprendre un nouvel outil d'analyse, la SSA (Singular Spectrum Analysis ou Analyse Spectrale Singulière), pour pouvoir l'utiliser dans l'établissement

de mon algorithme.

- De plus, la partie théorique de ma thèse m'a permis d'utiliser un formalisme mathématique acquis au cours de mes études et d'en comprendre d'autres, formalisme qu'il a fallu adapter au problème qui m'était posé ;

- Enfin, toutes les publications écrites dans des journaux spécialisés ou les communications orales au cours de colloques internationaux ont été faites en anglais. Par conséquent, j'ai beaucoup amélioré mon niveau d'anglais, très scolaire avant la thèse, aussi bien au niveau oral qu'écrit.

D'autre part, j'ai dû gérer de front observations, traitements des données et programmation, ce qui m'a demandé beaucoup d'organisation et une capacité à mettre des priorités à certaines périodes de la thèse. Je pense aussi avoir acquis un sens de la gestion, notamment quand il faut savoir acheter le bon matériel et respecter le budget alloué (PC d'acquisition, filtres interférentiels, divers composants pour l'instrumentation) ce qui demande aussi une certaine responsabilité. De plus, l'équipe métrologie solaire étant petite et répartie sur trois sites, il a fallu faire preuve d'autonomie dans la conduite de mon travail. Les réunions périodiques du groupe simulation PICARD m'ont permis de comprendre comment s'organisait un programme spatial et les contraintes budgétaires associées, et aussi à quel point une cohésion dans l'équipe est importante pour mener à bien un telle mission.

Au niveau de l'enseignement

Durant ma thèse, je me suis investie aussi dans la formation d'étudiants de première et deuxième année en école d'ingénieur (ESAIP à Grasse) en donnant les cours de thermodynamique et de mécanique des milieux continus et des fluides. Gérer des cours à ce niveau et ainsi participer à la construction de l'avenir de futurs ingénieurs imposent d'être responsable et d'assumer jusqu'au bout la tâche que l'on nous a confiée. J'ai aussi dû faire preuve d'esprit de synthèse lorsqu'il s'agit de tenir un programme déterminé dans un certain nombre d'heures limitées et de capacité d'adaptation quand il faut gérer en même temps cours et thèse (ce qui inclut la gestion des absences pour cause de colloques à l'étranger). Cette expérience de chargée de cours m'a permis d'un point de vue personnel d'avoir plus confiance en moi et de développer aussi le sens de la communication et du contact humain.

De manière plus générale

J'ai aussi participé activement à la mission éducative de l'observatoire :

- encadrement d'élèves de collège lors de leur stage de 4ème en leur faisant part de ma passion par une mini-conférence sur le Soleil ;

- encadrement et guide de scolaires plus généralement lors de visites du plateau de Calern ;

- animation d'une conférence grand-public lors d'une manifestation sur les énergies renouvelables dans la communauté urbaine de Grasse.

Si je reviens sur la gestion du temps, je voudrais dire que c'est un des points les plus difficiles dans la réalisation d'une thèse. Il y a souvent des moments où il ne faut pas compter ses heures (notamment en dernière année). Malgré tout, j'ai essayé tout au long de cette thèse de garder une vie équilibrée en faisant du sport à coté. Je pense que cela m'a permis de mieux gérer mon stress à certains moments de la thèse (il existe toujours la peur de ne pas être à la hauteur et de ne pas arriver au bout), surtout quand tout arrive en même temps et c'est très souvent le cas dans la recherche.

Résultats, impacts de la thèse

L'algorithme de détection automatique des taches et des facules au limbe solaire, que j'ai pu mettre en place, sera un des points essentiels du traitement des futures données PICARD, essentiel à cause du haut degré de précision requis. Je pense aussi que j'ai essayé, tout au long de ma thèse, et avec l'aide de mon directeur, de faire passer l'idée de l'importance de l'astrométrie solaire pour une meilleure connaissance du fonctionnement du Soleil. Pour cela, un certain nombre d'articles ont été publiés dans des revues de rang A, telles que *Astronomy and Astrophysics* ou *Solar Physics* et j'ai aussi participé à des congrès internationaux importants (par exemple celui de l'EGS (European Geophysical Society)), où j'ai présenté mes travaux oralement. Dans chaque communication orale ou écrite, nous soutenons et insistons sur l'intérêt d'une mission spatiale telle que PICARD et la synergie sol-espace associée.

En guise de conclusion, je trouve que ce « nouveau chapitre » de thèse m'a permis de faire une rétrospective sur moi-même et au bout du compte de prendre conscience de l'énergie qu'il m'a fallu déployer pour mener à bien ce projet. Avoir confiance en soi n'est pas chose facile mais je pense que cette réflexion sur moi-même m'a fait faire un pas de géant dans cette voie. Enfin, j'ai pu tout au long de cette thèse m'ouvrir l'esprit sur les possibilités de carrières autres qu'académiques. Même si ma volonté d'obtenir un poste dans la recherche reste très forte, il faut rester lucide sur le nombre de postes et par conséquent savoir regarder vers d'autres horizons (par exemple, ingénieur Recherche et Développement dans une entreprise, professeur de physique dans l'enseignement supérieur,...), réflexe que je n'avais pas du tout avant de commencer la thèse. Et en cela, la thèse constitue sans aucun doute une première expérience professionnelle.

A court terme, je m'engage, à partir de février 2004, dans un post-doc d'un an minimum pour poursuivre mes recherches sur le diamètre solaire à l'Université de Californie de Los Angeles.

Annexe B

Description de la technique d'analyse de la SSA

Cette annexe a pour but d'expliciter en détail le développement mathématique de l'Analyse Spectrale Singulière (en anglais : Singular Spectrum Analysis (Pap *et al.*, 2001)). Pour l'explication, je considère des séries temporelles mais le raisonnement est exactement le même pour des séries dépendant d'un autre facteur tel que l'angle de position héliographique dans notre cas.

Si on prend une série temporelle de longueur N

$$x_1, x_2, ..., x_N,$$

à laquelle on fait subir un décalage donné de 1, on a

$$x_2, x_3, ..., x_{N-1},$$

et pour un décalage de l,

$$x_{1+l}, x_{2+l}, ..., x_{N-l},$$

et ainsi jusqu'à

$$x_M, x_{M+1}, ..., x_{N-M+1},$$

où M est une valeur fixée appelée longueur de fenêtre. Ainsi, on obtient M séries temporelles.

La covariance pour le décalage j peut être calculée par

$$c_j = \frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} x_j x_{i+j}.$$

L'essence de la SSA est de former la matrice T formée par les covariances décalées telle que

$$T_{ij} = c_{|i-j|}.$$

La matrice T est de taille $M \times M$, symétrique et même de type Toeplitz. Alors on diagonalise T pour obtenir les Fonctions Orthogonales Empiriques T-FOEs

$$E_j^k,$$

qui sont les vecteurs propres de T. Ici k indique l'indice du vecteur propre et j sa coordonnée, c'est-à-dire, sous forme matricielle,

$$TE^k = \lambda_k E^k,$$

où λ_k est la valeur propre correspondant à E^k. Les $E^k s$ sont orthogonaux, c'est à dire que pour $k \neq l$,

$$\sum_{j=1}^{M} E_j^k E_j^l = 0$$

et sont habituellement normalisés à 1.

La série temporelle initiale est projetée sur les T-FOEs, pour le $k$ème vecteur propre E^k, par la formule

$$a_i^k = \sum_{j=1}^{M} x_{i+j} E_j^k,$$

qui est une version filtrée de la série temporelle initiale. Celles-ci sont appelées Composantes Principales (PCs). Le processus décrit s'adapte aux données puisque les E^ks ne sont pas fixés, mais dépendent de la série temporelle étudiée (par exemple, la série temporelle de l'irradiance solaire).

Les Composantes Reconstruites (CRs ou RCs en anglais) sont des projections de la série temporelle sur les T-FOEs. Celles-ci sont calculées, pour un ensemble choisi A d'éléments propres, à partir des formules (cf. Vautard *et al.*, 1992)

$$RC_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k \in A} a_{i-j}^k E_j^k,$$

pour $M \leq i \leq N - M + 1$,

$$RC_i = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^{i} \sum_{k \in A} a_{i-j}^k E_j^k,$$

pour $1 \leq i \leq M - 1$, et

$$RC_i = \frac{1}{N - i + 1} \sum_{j=i-N+M}^{M} \sum_{k \in A} a_{i-j}^k E_j^k$$

pour $N - M + 2 \leq i \leq N$.

Annexe C

Les polynômes de Legendre

Dans cet annexe sont présentés les sept premiers polynômes de Legendre (voir table C.1). Les formules de récurrence et d'autres représentations sont données dans des livres spécialisés tels entre autres exemple celui de L.C. Andrews (1998).

$P_0(x) = 1$	$P_0(cos\theta) = 1$
$P_1(x) = x$	$P_1(cos\theta) = cos\theta$
$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$	$P_2(cos\theta) = \frac{1}{2}(3cos^2\theta - 1) = \frac{1}{4}(3cos2\theta + 1)$
$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$	$P_3(cos\theta) = \frac{1}{8}(5cos3\theta + 3cos\theta)$
$P_4(x) = \frac{1}{64}(35x^4 - 30x^2 + 3)$	$P_4(cos\theta) = \frac{1}{64}(35cos4\theta + 20cos2\theta + 9)$
$P_5(x) = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$	$P_5(cos\theta) = \frac{1}{128}(63cos5\theta + 35cos3\theta + 30cos\theta)$
$P_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)$	...

Tab. C.1 – Les septs premiers polynômes de Legendre.

Une relation très utile est la suivante :

$$(P_2)^2 = \frac{1}{5} + \frac{2}{7}P_2 + \frac{18}{35}P_4 \tag{C.1}$$

Liste des publications et des communications relatives à cette thèse

Articles de rang A

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *A new method to detect active features at the solar limb*, Solar Physics, accepté.

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Solar latitudinal distortions : from observations to the theory*, A&A, accepté.

- Rozelot J.P., Godier S. and Lefebvre S. *On the theory of the oblateness of the Sun*, Solar Physics, 2001, vol. 198, pp. 223-240.

- Rozelot J.P., Lefebvre S. and Desnoux V. *Observations of the solar limb shape distortions*, Solar Physics, 2003, vol. 217, pp. 39-52.

- Rozelot J.P. and Lefebvre S. *Solar irradiance variability and climate change*, JGR, soumis.

Compte rendus de colloques

Proceedings à comité de lecture

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Solar shape distortions and Earth climatic changes*, COSPAR General Assembly, Houston, USA, October 10-13, 2002, soumis. (Poster)

- Rozelot J.P., Lefebvre S. and Desnoux V. *High angular resolution observations of the solar limb shape at the Pic du Midi Observatory*, in : Current theoretical models and high resolution solar observations : preparing for ATST, eds. A.A. Pevtsov and H. Uitenbroek, ASP Conference Series, 2003, vol. 286, pp. 85-93. (Contribution orale)

Contributions orales invitées

- Rozelot J.P. and Lefebvre S. *Solar diameter variations and Earth's climate : the missing link*, in : Solar variability and geomagnetism, ed. Schröder, 2002, pp. 88-102.

- Rozelot J.P. and Lefebvre S. *Solar irradiance variability and climate change*, EGS-AGU-EUG General Assembly, Nice, France, April 7-11 2003.

Contributions orales acceptées

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *The MIRESOL instrument as an original contribution of a ground-space synergy program*, in : Proceedings 10th European Solar Physics Meeting/Solar variability : from the core to outer frontiers, Prague, Czech Republic, September 9-14 2002, 2002, ESA SP-506, pp. 955-958.

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Earth climate changes connected to solar diameter and irradiance variability*, EGS 27th General Assembly, Nice, France, April 24 2002.

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *An original contribution inside the whole PICARD program : the MIRESOL instrumentation*, in : Proceedings ISCS 2003/Solar variability as an input to the Earth's environment, Tatranská Lomnica, Slovak Republic, June 23-28 2003, ESA SP-535, pp. 723-727.

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Influence of the Sun radius variability on irradiance modelling*, in : Proceedings ISCS 2003/Solar variability as an input to the Earth's environment, Tatranská Lomnica, Slovak Republic, June 23-28 2003, ESA SP-535, pp. 53-56.

- Rozelot J.P. and Lefebvre S. *Upper bounds on solar diameter variations*, in : Proceedings of ISCS 2001, AGU Monograph Series, eds. J. Pap and P. Fox, sous presse.

- Rozelot J.P. and Lefebvre S. *Limb shape observations at the Pic du Midi Observatory. Determination of the solar gravitational moments*, in : Proceedings of the SF2A/Scientific highlights 2003, eds. Combes *et al.*, EDP Sciences, 2003, sous presse.

Posters

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *The PICARD space mission : ground-space synergy*, in : Proceedings of the SF2A/Scientific highlights 2001, eds. Combes *et al.*, EDP Sciences, 2001, pp. 61-62.

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Latitudinal sola variations : from the observations to the theory*, in : Proceedings of the SF2A/Scientific highlights 2002, eds. Combes *et al.*, EDP Sciences, 2002, pp. 145-146.

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Solar luminosity effects on Earth climate*, in : Proceedings 10th European Solar Physics Meeting/Solar variability : from the core to outer frontiers, Prague, Czech Republic, September 9-14 2002, 2002, ESA SP-506, pp. 161-164.

- Lefebvre S. and Rozelot J.P. *The MIRESOL program*, in : Current theoretical models and high resolution solar observations : preparing for ATST, eds. A.A. Pevtsov and H. Uitenbroek, ASP Conference Series, 2003, vol. 286, pp. 77-83.

– Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Gravitational distortions of the shape of the Sun : constraints on the models*, in : Proceedings IAU symposium 215/Stellar rotation, eds. A. Maeder and P. Eenens, 2003, sous presse.

– Rozelot J.P. and Lefebvre S. *Accurate determination of the solar successive gravitational moments*, in : Proceedings of the SF2A/Scientific highlights 2002, eds. Combes *et al.*, EDP Sciences, 2002, pp. 147-148.

Autres publications (chapitre d'un livre)

– Rozelot J.P. and Lefebvre S. *The figure of the Sun. Astrophysical consequences. A tutorial*, ed. J.P. Rozelot, Springer press, 2003, LNP-599, pp. 3-27.

Autres communications orales

– Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Déformées solaires et changements climatiques : le lien manquant*, Atelier de travail : Variabilité solaire et changements climatiques, Annecy, 27-29 novembre 2002.

Rapports

– Lefebvre S. *Modélisation des couches internes du soleil (en vue de l'expérience PICARD) et animation 3D de sa rotation différentielle*, Rapport de stage de DEA Physique et Chimie de la Terre, Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 2000, 30 p.

– Lefebvre S. *Variabilité du diamètre solaire : Etude comparative de données observationnelles en vue de la mission PICARD*, Mémoire de diplôme d'ingénieur en géophysique de l'Ecole de Physique du Globe de Strasbourg, 2000, 61 p.

– Lefebvre S. *Déformées solaires : diamètre et structure interne. Intercomparaison des données sol-espace*, Rapport d'activité 2000-2001, 2001, 41 p.

– Lefebvre S. *Déformées solaires : diamètre et structure interne. Simulations en vue d'intercomparer les données sol et espace*, Rapport d'activité 2001-2002, 2002, 108 p.

Table des figures

1.1 Variation temporelle du semi-diamètre solaire mesuré au moyen des astrolabes en France, au Chili, au Brésil et en Turquie, et de l'irradiance solaire totale. . . 16
1.2 Mesures historiques du rayon solaire et mesures modernes. 17
1.3 Variations latitudinales du semi-diamètre solaire mesuré avec les astrolabes. . . 18
1.4 Vue d'artiste du microsatellite PICARD. 20
1.5 La synergie sol-espace développée autour de la mission PICARD. 22
1.6 Variations de la forme du limbe solaire observées au Pic du Midi du 3 au 6 septembre 2001. 24

2.1 Vue générale de l'instrumentation MIRESOL. 44
2.2 Exemple d'image MIRESOL acquise dans la longueur d'onde du CaIIK, issu d'un compositage de 8 images de 0.5 s chacune. 45
2.3 Exemple d'une série d'images prises dans chaque longueur d'onde (le CaIIK, 535.7 nm, 607.2 nm et 781.7 nm). 46
2.4 Exemple de profil de limbe solaire (sur un seul bord) issu de l'image de la figure 2.2. 47
2.5 Schéma de l'expérience de calibration pour MIRESOL. 48
2.6 Exemple d'image de calibration MIRESOL et l'un de ses profils associés. 49
2.7 Comparaison des limbes des images du Soleil et celles de calibration. 50
2.8 Résumé des différentes méthodes de détection du point d'inflexion. 51
2.9 Comparaison des différentes méthodes de détection du point d'inflexion. 52
2.10 Signaux du rayon, de l'intensité et d'erreur en fonction de l'angle de position héliographique, calculés pour l'image de la figure 2.2. 54
2.11 Spectre singulier calculé par la SSA pour les des deux signaux appelés ici "radius" et "intensity", issus de la figure 2.10. 55
2.12 Les cinq composantes principales du rayon et de l'intensité pour l'image 2.2. . . 56
2.13 Reconstruction des séries héliographiques du rayon et de l'intensité correspondant à l'image MIRESOL de la figure 2.2. 57
2.14 Extension héliographique d'une tache et d'une facule au limbe solaire déterminée au moyen de la SSA pour l'image obtenue le 25 septembre 2002 (MIRESOL). 57
2.15 Image du disque solaire obtenue au moyen de l'instrument PSPT installé à Hawaï, prise le 5 mars 1999 à 18h02 TU dans la raie du CaIIK. 58
2.16 Extension angulaire de la tache et des facules au limbe pour l'image de la figure 2.15. 59
2.17 Image du disque solaire obtenue au moyen de l'instrument MDI embarqué à bord du satellite SOHO, prise le 25 septembre 2002 à 08h15 TU dans le continuum. 59

2.18 Extension angulaire de la tache entourée par une facule au limbe pour l'image de la figure 2.17. 60
2.19 Facule au limbe solaire délimitée au moyen de la SSA sur l'image MIRESOL du 26 septembre 2002 à 8h25 TU dans la raie du CaIIK. 61
2.20 Calcul de la largeur du limbe ainsi que de la lumière dispersée à $1.05R_\odot$ et $1.2R_\odot$ pour les images de MIRESOL et du PSPT prises presque simultanément durant la campagne d'observation des 8 et 9 juillet 2003. Les triangles représentent les résultats pour les images du PSPT et les carrés ceux pour MIRESOL. 62

3.1 Variation du rayon solaire théorique (par rapport au rayon polaire) en fonction de la latitude héliographique en degrés. 90
3.2 Variation du rayon solaire théorique (par rapport au rayon polaire) en fonction de la latitude héliographique en degrés, pour différentes valeurs de la rotation Ω. 92
3.3 Courbes de la surface libre obtenues pour des valeurs de W citées dans la littérature, allant de -0.6 à +0.6 et pour différentes valeurs initiales ΔR_i. 93
3.4 Vue schématique du Soleil (non à l'échelle). 94

4.1 Anomalies de températures (données de Jones *et al.*, 1999) et évolution du rayon solaire en fonction du temps, de 1650 à 1990. 156
4.2 Intercorrélation entre les anomalies de température globale de la Terre et le rayon solaire. 157
4.3 Température de l'air en surface (LSAT) et variations d'irradiance en fonction du temps de 1856 à nos jours. 157
4.4 Tendance de la température de l'air en surface (LSAT) par rapport à celles de l'irradiance de 1860 à 1976. 159
4.5 Variation de la luminosité solaire associée à un changement temporel sinusoïdal du rayon solaire de 1978 à 2000. 161
4.6 Même graphe que la figure 4.5 mais avec les données de l'irradiance uniquement pour le cycle 21 (cycle partiel). 161
4.7 Même graphe que la figure 4.5 mais avec les données de l'irradiance uniquement pour le cycle 22 (cycle entier). 162
4.8 Même graphe que la figure 4.5 mais avec les données de l'irradiance uniquement pour le cycle 23 (cycle partiel). 162
4.9 Médiane des séries obtenues en divisant la tendance (RC1) par la meilleure sinusoïde calculée pour chaque dR. 163
4.10 Variation de l'irradiance solaire associée à un changement temporel sinusoïdal de la forme latitudinale du Soleil. 164

Liste des tableaux

2.1 Comparaison des extensions angulaires (en degrés) entre l'image MIRESOL et l'image MDI pour la même date du 25/09/02. 58

3.1 Récapitulatifs de Valeurs de J_2 et J_4 obtenues par différents auteurs. 86
3.2 Coefficients empiriques Ωeq, Ω_2 et Ω_4 (en $\mu rad/s$) de la rotation solaire selon plusieurs auteurs (d'après Allen (2000) et Rozelot et Lefebvre (2003)). 91

C.1 Les septs premiers polynômes de Legendre. 211

Bibliographie

[1] Allen. *Astrophysical quantities*, Fourth edition, Springer press, 2000.

[2] Andrews L.C. *Special functions of mathematics for engineers*, Oxford Science Pub., 1998.

[3] Armstrong J. and Kuhn J.R. *Interpreting the solar limb shape distortions*, ApJ, 1999, vol. 525, pp. 533-538.

[4] Balthasar H., Vasquez M. and Woehl H. *Differential rotation of sunspot groups in the period from 1874 through 1976 and changes of the rotation velocity within the solar cycle*, A&A, 1986, vol. 155, pp. 87-98.

[5] Bois E. and Girard J.F. *Impact of the quadrupole moment of the Sun on the dynamics of the Earth-Moon system*, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 1999, vol. 73(1), pp. 329-338.

[6] Brown T.M., elmore D.F, Lacey L. and Hull H. *Solar diameter monitor : an instrument to measure long-term changes*, Appl. Opt., 1982, vol. 21, pp. 3588-3596.

[7] Burša M. *The Sun's flateening and its influence on planetary orbits*, Bull. Astron. Inst., 1986, vol. 37, pp. 312-313.

[8] Cess R.D. and Potter G.L. *A methodology for understanding and intercomparing atmospheric climate feedback processes in GCM*, Jour. Geophys. Res., 1988, vol. 93, pp. 8305-8314.

[9] D'Azambuja M. and D'Azambuja L., Ann. Observ. Paris, 1948, vol. 6, p. 1.

[10] Dearborn D.S.P. and Blake J.B. *Is the Sun constant ?*, ApJ, 1980, vol. 237, pp. 616-619.

[11] Delmas C. *Measurements of the Sun's radius at Calern observatory*, in : The Sun's surface and subsurface, ed. J.P. Rozelot, Springer press, 2003, LNP-599, pp. 196-216.

[12] Deslandes H. *Validation de la chaîne complète de traitement des données de l'héliomètre du Pic du Midi*, Rapport de stage de DEA, Université Paris VI, 1995, 102 p.

[13] De Toma G., White O.R., Chapman G.A., Walton S.R., Preminger D.G., Cookson A.M. and Harvey K.L. *Difference in the Sun's radiative output in cycles 22 and 23*, ApJ, 2001, 549, pp. L131-L134.

[14] Dicke R.H. and Goldenberg H.M. *Solar oblateness and general relativity*, Phys. Rev. Lett., 1967, vol. 18(9), pp. 313-316.

[15] Dicke R.H. and Goldenberg H.M. *The oblateness of the Sun*, ApJ Suppl., 1974, vol. 27, pp. 131-182.

[16] Dikpati M. and Gilman P.A. *Analysis of hydrodynamic stability of solar tachocline latitudinal differential rotation using a shallow-water model*, ApJ, 2001, vol. 551, pp. 536-564.

[17] Di Mauro M.P. *Helioseismology : a fantastic tool to probe the interior of the Sun*, in : The Sun's surface and subsurface, ed. J.P. Rozelot, Springer press, 2003, LNP-599, pp. 31-67.

[18] Dupree A.K. and Henze Jr. W. *Solar rotation as determined from OSO-4 EUV spectroheliograms*, Solar Physics, 1972, vol. 27, pp. 271-279.

[19] Duvall Jr. T.L. *The equatorial rotation rate of the supergranulation cells*, Solar Physics, 1980, vol. 66, pp. 213-221.

[20] Eddy J.A ; *The Maunder Minimum*, Science, 1976, vol. 192, pp. 1189-1202.

[21] Emilio M. *Variaçes do Limbo solar*, Thèse de doctorat, So Paulo, Istituto Astronômico e Geofisico da Universidade, 2001, 111 p.

[22] Fazzari C., Ermolli I., Centrone M., Criscuoli S. and Giorgi F. *From the minimum to the maximum : the quality of Rome-PSPT images*, Mem. S. A. It, 2002, vol. 1, pp. 1-4.

[23] Fiala A.D., Dunham D.W. and Sofia S. *Variation of the solar diameter from solar eclipse observations, 1715-1991*, Solar Physics, 1994, vol. 152, pp. 97-104.

[24] Fligge M., Solanki S.K. and Unruh Y.C. *Solar surface magnetism and the increase of solar irradiance between activity minimum and maximum*, in : The solar cycle and terrestrial climate, 2000, ESA SP-463, pp. 117-123.

[25] Foukal P. *Solar luminosity variation*, in : The Solar Cycle, Proceedings of the NSO/Sacramento Peak, 12th Summer workshop, ASP Conf. Ser., 1992, vol. 27, pp. 439-449.

[26] Garaud P. *Dynamics of the solar tachocline*, Ph.D. thesis, Cambridge, Trinity College University, 2000, 209 p.

[27] Garaud P. *Latitudinal shear instability in the solar tachocline*, MNRAS, 2001, vol. 324, pp. 68-76.

[28] Gilman P.A. and Howard R. *Variations in solar rotation with the sunspot cycle*, ApJ, 1984, vol. 283, pp. 385-391.

[29] Godier S. *Applications astrophysiques et géophysiques de la forme du Soleil, notamment au moyen du microsatellite PICARD*, Thèse de doctorat, Nice, Observatoire de la Côte d'Azur, 2001, 270 p.

[30] Godier S. and Rozelot J.P. *Relationships between the quadrupole moment and the inertial layers of the Sun*, in : Magnetic field and solar processes, ed. A. Wilson, Florence, Italie, 1999, ESA SP-448, pp. 111-115.

[31] Godier S. and Rozelot J.P. *Quadrupole moment of the Sun. Gravitational and rotational potentiels*, A&A, 1999, vol. 350, pp. 310-317.

[32] Godier S. and Rozelot J.P. *The solar oblateness and its relationship with the structure of the tachocline and the Sun's subsurface*, A&A, 2000, vol. 355, pp. 365-374.

[33] Godier S. and Rozelot J.P. *New insight in sounding the solar interior*, in : Recent insights into the physics of the Sun and heliosphere highlights from SOHO and other missions, eds. P. Brekke *et al.*, IAU symposium 203, ASP Conference Series, 2001, p. 111.

[34] Golbasi O., Chollet F., Kiliç H., Sinceac V., Aslan Z. and Sozen E. *Solar radius determinations obtained with the CCD astrolabe at TUBITAK National Observatory*, A&A, 2001, vol. 368, pp. 1077-1082.

[35] Gough D.O. *Sizing up the Sun*, Nature, 2001, vol. 410, pp. 313-314.

[36] Gough D.O. and McIntyre M.E. *Inevitability of a magnetic field in the Sun's radiative interior*, Nature, 1998, vol. 394, pp. 755-757.

[37] Henze Jr. W. and Dupree A.K. *Solar rotation in the chromosphere and corona*, Solar Physics, 1973, vol. 33, pp. 425-429.

[38] Hill H.A. and Stebbins R.T. *The intrinsic visual oblateness of the Sun*, ApJ, 1975, vol. 200, pp. 471-483.

[39] Houghton J.T., Ding Y., Griggs D.J. and 5 other co-authors *Climatic Change, 2001, The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, Cambridge University Press, Cambridge, UK and New York, USA, 2001, 881 p.

[40] Howard R.F. *The magnetic fields of active regions. II-Rotation*, Solar Physics, 1990, vol. 126, pp. 299-309.

[41] Howard R., Gilman P.A. and Gilman P.I. *Rotation of the Sun measured from Mount Wilson white-light images*, ApJ, 1984, vol. 283, pp. 373-384.

[42] Hoyt D.V. and Schatten K.H. *Groupe sunspot number : a new solar activity reconstruction*, Solar Physics, 1998, vol. 179, pp. 189-218.

[43] Irbah A., Bouzid A.E., Lakhal L., Seghouani N., Borgnino J., Delmas C. and Laclare F. *Atmospheric turbulence and solar diameter measurement*, in : The Sun's surface and subsurface, ed. J.P. Rozelot, Springer press, 2003, LNP-599, pp. 159-180.

[44] Javaraiah J. and Rozelot J.P., 2002, communication personnelle.

[45] Javaraiah J. and Gokhale M.H. *Periodicities in the solar differential rotation, surface magnetic field and planetary configurations*, Solar Physics, 1995, vol. 158, pp. 173-195.

[46] Jilinski E.G., Puliaev S., Penna J.L., Andrei A. and Laclare F. *Solar diameter observations at Observatório Nacional in 1997-1998*, A&A Supp. S., 1999, vol. 135, pp. 227-229.

[47] Jones P.D. *et al.*, http ://cdiac.esd.ornl.gov/trends/temp/jonescru/jones.html et CDIAC World Data Center, 1999, vol. 26, p. 2.

[48] Komm R.W., Howard R.F. and Harvey J.W. *Rotation rates of small magnetic features from two- and one- dimensional cross-correlation analyses*, Solar Physics, 1993, vol. 145, pp. 1-10.

[49] Kosovichev A.G., in : Sounding solar and stellar interior, IAU, 1996, p. 97.

[50] Krivova N.A., Solanki S.K., Fligge M. and Unruh Y.C. *Reconstruction of solar irradiance variations in cycle 23. Is solar surface magnetism the cause ?*, A&A, 2003, vol. 399, pp. L1-L4.

[51] Kuhn J.R. *Helioseismological splitting measurements and the nonspherical solar temperature structure*, ApJ, 1988, vol. 331, pp. L131-L134.

[52] Kuhn J.R., Bush R.I., Scheick X. and Scherrer P. *The Sun's shape and brightness*, Nature, 1998, vol. 392, pp. 155-157.

[53] Kuhn J., Libbrecht K.G. and Dicke R.H. *Observations of a solar latitude-dependent brightness variation*, ApJ, 1985, vol. 290, pp. 758-764.

[54] Kuiper J., in : The Sun, Chicago University Press, 1972.

[55] Laclare F., Delmas C., Coin J.P. and Irbah A. *Measurements and variations of the solar diameter*, Solar Physics, 1996, vol. 166, pp. 211-229.

[56] Laclare F., Delmas C. et Irbah A. *Variations apparentes du rayon solaire observées à l'observatoire de la Côte d'Azur - Astrolabe solaire du site de Calern : 1975-1998*, C.R.Acad.Sci., 1999, t. 327, Série IIb, pp. 1107-1114.

[57] Lean J., Beer J. and Bradley R. *Reconstruction of Solar Irradiance since 1610 : Implications for climate change*, Geophys. Res. Lett., 1995, vol. 22, pp. 3195-3198.

[58] Lefebvre S. and Rozelot J.P. *The MIRESOL instrument as an original contribution of a ground-space synergy program*, in : Proceedings 10th European Solar Physics Meeting/Solar variability : from the core to outer frontiers, prague, Czech Republic, September 9-14 2002, 2002a, ESA SP-506, pp. 955-958.

[59] Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Solar luminosity effects on Earth climate*, in : Proceedings 10th European Solar Physics Meeting/Solar variability : from the core to outer frontiers, prague, Czech Republic, September 9-14 2002, 2002b, ESA SP-506, pp. 161-164.

[60] Lefebvre S. and Rozelot J.P. *An original contribution inside the whole PICARD program : the MIRESOL instrumentation*, in : Proceedings ISCS 2003/Solar variability as an input to the Earth's environment, Tatranská Lomnica, Slovak Republic, June 23-28 2003, ESA SP-535, pp. 723-727.

[61] Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Influence of the Sun radius variability on irradiance modelling*, in : Proceedings ISCS 2003/Solar variability as an input to the Earth's environment, Tatranská Lomnica, Slovak Republic, June 23-28 2003, ESA SP-535, pp. 53-56.

[62] Lefebvre S. and Rozelot J.P. *A new method to detect active features at the solar limb*, Solar Physics, accepté.

[63] Lefebvre S. and Rozelot J.P. *Solar latitudinal distortions : from observations to theory*, A&A, accepté.

[64] Leister N.V. and Benévidès-Soarès P. *Solar diameter variations*, C.R.Acad.Sci., 1990, t. 313, Série II, pp. 399-404.

[65] Lieske J.H. and Null G.W. *Icarus and determination of astronomical constants*, The Astronomical Journal, 1969, vol. 74(2), pp. 297-307.

[66] Livingston W.C. *Solar rotation, 1966-68*, Solar Physics, 1969, vol. 7, pp. 144-146.

[67] Livingston W. and Wallace L. *The Sun's immutable basal quiet atmosphere*, Solar Physics, 2003, vol. 212, pp. 227-237.

[68] Lustig G. *Solar rotation 1947-1981 - Determined from sunpot data*, A&A, 1983, vol. 125, pp. 355-358.

[69] Lydon T.J. and Sofia S. *A measurement of the shape of the solar disk : the solar quadrupole moment, the solar octopole moment and the advance of the perihelion of the planet Mercury*, Phys. Rev. Lett., 1996, vol. 76(2), pp. 177-179.

[70] Maier E., Twigg L. and Sofia S. *Preliminary results of a ballon flight of the solar disk sextant*, ApJ, 1992, vol. 389, pp. 447-452.

[71] Makarov V.I., Tlatov A.G. and Callebaut D.K. *Long-term variations of the torsional oscillations of the Sun*, Solar Physics, 1997, vol. 170, pp. 373-388.

[72] Moritz H., in : Theoretical geodesy, ed. Wichmann, 1990, 227 p.

[73] Muller R., Roudier T. and Vigneau J. *The large-scale pattern formed by the spatial distribution of granules*, Solar Physics, 1990, vol. 126, pp. 53-67.

[74] Newton H.W. and Nunn M.L. *The sun's rotation derived from sunspot 1934-1944 and additional results*, MNRAS, 1951, vol. 3, pp. 413-421.

[75] Noël F. *Variations of the apparent solar semidiameter observed with the astrolabe of Santiago*, A&A, 1999, vol. 325, pp. 825-827.

[76] Noël F. *Solar astrometry with the astrolabe of Santiago*, in : The Sun's surface and subsurface, ed. J.P. Rozelot, Springer press, 2003, LNP-599, pp. 181-195.

[77] O'Dell C.R. and Van Helden A. *How accurate were seventeenth-century measurements of solar diameter*, Nature, 1987, vol. 330, pp. 629-631.

[78] Pap J., Rozelot J.P., Godier S. and Varadi F. *On the relation between total irradiance and radius variations*, A&A, 2001, vol. 372, pp. 1005-1018.

[79] Paternò L., Sofia S. and Di Mauro M.P. *The rotation of the Sun's core*, A&A, 1996, vol. 314, pp. 940-946.

[80] Pijpers F.P. *Helioseismic determination of the solar gravitational quadrupole moment*, MNRAS, 1998, vol. 297, pp. 76-80.

[81] Pireaux S. and Rozelot J.P. *Solar quadrupole moment and purely relativistic gravitation contributions to Mercury's perihelion advance*, Ap&SS, 2003, vol. 284(4), pp. 1159-1194.

[82] Preminger D.G., Walton S.R. and Chapman G. *Solar feature identification using contrats and contiguity*, Solar Physics, 2001, vol. 202, pp. 53-62.

[83] Ramanathan V., Cess R.D. and 5 co-authors *Cloud Radiative Forcing and Climate. Results from the Earth Radiation Budget Experiment*, Science, 1989, vol. 243, pp. 57-63.

[84] Reis Neto E., Andrei A.H., Penna J.L., Jilinski E.G. and Puliaev S.P. *Observed variations of the solar diameter in 1998/2000*, Solar Physics, 2003, vol. 212, pp. 7-21.

[85] Ribes E., Ribes J.C. and Barthalot R. *Evidence for a larger Sun with a slower rotation during the seventeenth century*, Nature, 1987, vol. 326, pp. 52-55.

[86] Ribes E., Bearsley B., Brown T.M., Delache P., Kuhn F.J. and Leister N. *The variability of the solar diameter*, in : The sun in Time, eds. Sonnett C.P., Giampapa M.S. et Matthews M.S., Tucson, AZ press, 1991, pp. 59-97.

[87] Ribes J.C. and Nesme-Ribes E. *The solar sunspot cycle in the Maunder Minimum AD 1645 to AD 1715*, A&A, 1993, vol. 276, pp. 549-563.

[88] Ribes-Nesmes E., Ferreira E.N. and Mein P. *Solar dynamics over solar cycle 21 using sunspots as tracers*, A&A, 1993, vol. 274, pp. 563-570.

[89] Ribes E., Ferreira N. Sadomny R., Le Treut H. and Li X.I. *Solar dynamics and its impact on solar irradiance and the terrestrial climate*, Jour. Geophys. Res., 1993, vol. 98, pp. 18923-18935.

[90] Rösch J., Rozelot J.P., Deslandes H. and Desnoux, V. *A new estimate of the quadrupole moment of the Sun*, Solar Physics, 1996, vol. 165, pp. 1-11.

[91] Roxburgh I.W. *Gravitational multipole moments of the Sun determined from helioseismic estimates of the internal structure and rotation*, A&A, 2001, vol. 377, pp. 688-690.

[92] Rozelot J.P. *Historical reconstruction of solar cycles and links with the Earth's climate*, in : New approaches in geomagnetism and the Earth rotation, World Scientific Publishing Compagny, London, UK, ed. Flodmark, 1989, pp. 245-263.

[93] Rozelot J.P. *Possible links between the solar radius variations and the Earth's climate evolution over the past four centuries*, JASTP, 2001, vol. 63, pp. 375-386.

[94] Rozelot J.P. and Bois E. *New results concerning the solar oblateness*, in : Synoptic Solar Physics, eds. K.S. Balasubramaniam *et al.*, Proceeding of the 18th NSO Summer Worshop, New Mexico, USA, ASP Conference Series, September, 1998, vol. 140, pp 75-82.

[95] Rozelot J.P., Godier S. and Lefebvre S. *On the theory of the oblateness of the Sun*, Solar Physics, 2001, vol. 198, pp. 223-240.

[96] Rozelot J.P. and Lefebvre S. *Solar diameter variations and Earth's climate : the missing link*, in : Solar variability and geomagnetism, ed. Schröder, 2002, pp. 88-102.

[97] Rozelot J.P. and Lefebvre S. *The figure of the Sun. Astrophysical consequences. A tutorial*, ed. J.P. Rozelot, Springer press, 2003, LNP-599, pp. 3-27.

[98] Rozelot J.P., Lefebvre S. and Desnoux V. *Observations of the solar limb shape distorsions*, Solar Physics, 2003, vol. 217, pp. 39-52.

[99] Rozelot J.P. and Rösch J. *An upper bound to the solar oblateness*, Solar Physics, 1997, vol. 172 (1), pp. 11-18.

[100] Sinceac V. *Analyse et Exploitation des observations de passages du Soleil à partir de l'astrolabe de Danjon équipé d'une caméra CCD*, Thèse de doctorat, Observatoire de Paris, 1998, 336 p.

[101] Snodgrass H.B. *Magnetic rotation of the solar photosphere*, ApJ, 1983, vol. 270, pp. 288-299.

[102] Snodgrass H.B., Howard R. and Webster L. *Recalibration of Mount Wilson Doppler measurements (Research note)*, Solar Physics, 1984, vol. 90, pp. 199-202.

[103] Snodgrass H.B. and Ulrich R. *Rotation of Doppler features in the solar photosphere*, ApJ, 1990, vol. 351, pp. 309-316.

[104] Sofia S. *Résultats des mesures ballon SDS*, communication personnelle, 2003.

[105] Sofia S., O' Keefe J., Lesh J. and Endal A. *Solar constant-constraints on possible variations derived from solar diameter variations*, Science, 1979, vol. 204, pp. 1306-1308.

[106] Sofia S. and Endal A. *Probable detection of climatically significant change of the solar constant*, in : The ancient Sun : fossil record in the earth, moon and meteorites, Proceedings of the conference, Boulder, USA, October 16-19, 1979, eds. R. Pepin, J. Eddy and R.B. Merrill, Pergamon press, 1980, pp. 139-146.

[107] Sofia S. and Li L.H. *Solar variability and climate*, Jour. Geophys. Res., 2001, vol. 106, pp. 12969-12974.

[108] Spruit H.C. *Theory of luminosity and radius variations*, in : The Sun in Time, eds. C.P. Sonnett, M.S. Giampapa and M.S. Matthews, Tucson, AZ press, 1991, pp. 118-158.

[109] Tassoul J.L., in : Stellar rotation, Cambridge Astrophysics Series, 2000, vol. 36., 256 p.

[110] Toulmonde M. *Etude comparative de diamètres solaires observés à partir d'instruments astrométriques*, Thèse de doctorat, Paris, 1995, 223 p.

[111] Toulmonde M. *The diameter of the Sun over the past three centuries*, A&A, 1997, vol. 325, pp. 118-158.

[112] Turmon M., Pap J.M. and Mukhtar S. *Statistical pattern recognition for labeling solar active regions : application to SOHO/MDI imagery*, ApJ, 2002, vol. 568, pp. 396-407.

[113] Ulrich R.K. and Bertello L. *Solar cycle dependance for the Sun's radius at 525.0 nm*, in : Proceedings of fourth SOHO Workshop helioseismology, California, USA, April 2-6, 1995, ESA SP-376, p. 107.

[114] Vautard R., Yiou P. and Ghil M. *Singular-spectrum analysis : a toolkit for short, noisy chaotic signals*, Physica D, 1992, vol. 58, pp. 95-126.

[115] Vigouroux A. *Etude de la variabilité solaire à long terme*, Thèse de doctorat, Nice, Observatoire de la Côte d'Azur, 1996, 270 p.

[116] Wilson P.R., Burtonclay D. and Li Y. *On the inference of the solar internal rotation profile from frequency-splitting data*, ApJ, 1996, vol. 470, pp. 621-628.

[117] Wittmann A.D., Alge E. and Bianda M. *Detection of a significant change in the solar diameter*, Solar Physics, 1993, vol. 145(1), pp. 205-206.

Résumé

Les objectifs de cette thèse sont, tout d'abord, de faire un état des lieux des observations au sol des variations du diamètre solaire, non seulement temporelles mais aussi latitudinales. Ces dernières variations, ou déformées, traduisent en surface les propriétés physiques sous-jacentes (cisaillement, frottement). La qualité des mesures sol dépend de l'état de la turbulence atmosphérique, qui affecte la précision. Aussi ai-je apporté ma contribution au développement de l'un des objectifs du microsatellite PICARD qui est justement la mesure spatiale de ces déformées. Pour préparer cette mission, il convient de créer les algorithmes de traitement de données nécessaires au haut degré de précision requis. Les mesures du diamètre solaire étant photométriques, toute contamination du limbe solaire due à la présence de phénomènes magnétiques tels que taches ou facules de surface jouent sur la précision des mesures. Mon travail a consisté à établir un algorithme de détection automatique de ces phénomènes au bord solaire, algorithme qui sera ensuite introduit dans le futur traitement des données PICARD. Afin de pouvoir établir cet algorithme, une instrumentation spécifique, MIRESOL, a été mise en place.

Dans ce contexte, il devenait absolument nécessaire de trouver une explication à ces déformées solaires ; j'ai pu établir une nouvelle théorie, basée sur le vent thermique, qui pour la première fois, donne un support physique aux observations.

Enfin, un dernier chapitre expose des calculs préliminaires concernant les relations possibles entre les variations du diamètre solaire et de la température globale de la Terre. Nous montrons qu'il est sans doute nécessaire de tenir compte des variations du diamètre solaire dans la modélisation de l'irradiance.

Abstract

The objectives of this thesis are, first of all, to make an inventory of ground-based observations of the solar diameter variations, not only temporal but also latitudinal. These last variations reflect surface distortions which are induced by the underlying physical properties (shearing, friction). The quality of ground-based measurements depends on the state of the atmospheric turbulence, which affects the precision. I have brought my contribution to the development of one of the objectives of the PICARD microsatellite, which is the measurement from space of such distortions. It is mandatory to suitably prepare this mission by creating the data analysis algorithms that are necessary to achieve the required high degree of precision. The solar diameter measurements being photometric, any contamination of the solar limb due to the presence of surface magnetic phenomena, such as spots or faculae, affects the precision of the measurements. My work consisted in establishing an algorithm for an automatic control of these phenomena at the solar edge, algorithm which will be then introduced into the future PICARD data processing. In order to establish this algorithm, a specific and versatile instrumentation, MIRESOL, has been developed.

In parallel, in order to physically explain the solar distortions, I established a new theory, based on the thermal wind.

Lastly, a final chapter exposes preliminary calculations concerning the possible links between the variations of the solar diameter and the global temperature of the Earth. We show that it is undoubtedly necessary to take into account of the solar diameter variations in the modelisation of the irradiance.

Mots-Clefs : Soleil, rotation solaire, diamètre solaire, déformées solaires, vent thermique, moments gravitationnels, methode analytique : taches et facules, irradiance solaire, relations Soleil-Terre, forçage solaire.